

METRIKA, NORMA, TOPOLOGIE

- metrika \approx vzdálenost

vlastnosti metriky - identita, symetrie, trojúhelníková nerovnost, ekvivalence metrik

příklady základních metrik - eukleidovská, součtová, maximalistická

úkoly: ověřte vlastnosti dalších příkladů metrik:

$$\rho(X, Y) = \ln(1 + |x - y|), \rho(X, Y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}, \rho(X, Y) = \sqrt{|x - y|}$$

diskrétní metrika na množině

maximalistická, součtové normy na posloupnostech Cauchyovských a omezených posloupnostech, $(c, c_0, l^1, l^p, l^\infty)$

$$\text{Baireova metrika } \rho(a, b) = \begin{cases} \frac{1}{k} & k \text{ je nejmenší index, kde se posloupnosti nerovnjí} \\ 0 & \text{pro } a = b \end{cases}$$

Hausdorfova metrika

pro množinu slov: počet pozic, na kterých se slova různí

maximalistická, integrální normy na spojitých a omezených funkcích (na $(0; 1)$), (funkce a třídy funkcí L^1, L^p, L^∞)

- prostudujte základní pojmy z topologie

báze okolí prostoru X (s topologií τ), jednotková koule $B(0, 1)$, množiny otevřené, uzavřené, vnitřek M° , hranice ∂M , uzávěr \overline{M} , omezené, souvislé

$$x \in \overline{M} \Leftrightarrow \forall U \text{ okolí } x \quad M \cap U \neq \emptyset$$

$$x \in M^\circ \Leftrightarrow \exists U \text{ okolí } x \quad M \cap U = \emptyset$$

$$M^\circ = X - \overline{X - M}$$

$$M \text{ uzavřená} \Leftrightarrow \forall x_n \in M \quad x_n \rightarrow x \Rightarrow x \in M$$