<u>Srovnejte</u> různé metody řešení rovnice $a.\sin x + b.\cos x = c$ $(*)$

kde $c \neq 0$, $a, b \in R$. Výhody, nevýhody, možnosti, vhodnost na různé typy.

Řešíme na intervalu $x \in < 0, 2\pi >$.

I. Různé typy umocnění

Rovnice $\sin x + \sqrt{3}\cos x = -1$ a rovnice $2\sin x + \cos x = 2$ a $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$

a) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = -1$ $/^2$ (Obecně je umocnění neekvivalentní úprava)

b) $\sin x = -1 - \sqrt{3}\cos x$ $/^2$ (Obecně je umocnění neekvivalentní úprava)
$\cos x = 2 - 2\sin x$ $/^2$ (Obecně je umocnění neekvivalentní úprava)
$\sin x = \sqrt{2} - \sqrt{3}\cos x$ $/^2$ (Obecně je umocnění neekvivalentní úprava)

V kterém případě (a),b)) vede na kvadratickou rci? Kdy ne? Lze libovolná rce (*) převést tak, aby na pravé straně byla 1 (resp. -1)? V kterém případě lze téměř okamžitě rozložit na součin na levé straně (a na pravé straně 0)? Kdy ne – jaký typ rce (srovnejte např. s rovnicí $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$)?

Nutnost zkoušky nebo řešení tak, aby umocnění bylo ekvivalentní úpravou. Kdy je umocnění ekvivalentní úpravou?

II. Převod na soustavu algebraických rovnic

$\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$, substituce: $\sin x = a, \cos x = b$

$a + \sqrt{3}b = \sqrt{2}$

$\underline{a^2 + b^2 = 1}$

Je potřeba použít neekvivalentní úpravu? Umocnění? Dále ukažte, že $\cos x = \frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{2}}{4}$, pak $x = \cdots$

III. Použití dvojnásobného úhlu, převod na tangentu

$\sin x + \sqrt{3}\cos x = -1$

S: $\frac{x}{2} = y$,

…

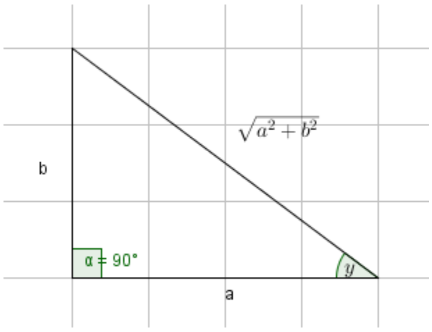
$2.\sin y.\cos y + (\sqrt{3} + 1).\cos y.\cos y + (1 - \sqrt{3}).\sin y.\sin y = 0 \ / : (\cos y)^2$

$\cos y \neq 0$ $(Proč?, kdyby \cos y = 0, potom\ i \sin y = 0, spor)$. Pořádně promyslete.

Dále vede na kvadratickou rovnici pro funkci tangens y.

IV. Použití pomocného úhlu

$\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2} \ / \sqrt{1^2 + (\sqrt{3}\,)^2}$, Proč? Jak získáme? Lze vždy? Srovnej s *a, b* ve vztahu $a.\sin x + b.\cos x = c.$ Lze vždy použít tuto metodu – viz obrázek?



$$\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\frac{1}{2} = \cos y \ \ \& \ \ \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin y\right] \ \Longrightarrow \ \ y = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin x \cos\ y + \ \cos x\ \sin y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\ (x+y) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$x + y = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ nebo $x + y = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$ a $y = \frac{\pi}{3}$

$x = \cdots$

Závěrem:

Výhody a nevýhody jednotlivých metod. Výhody a nevýhody metod, nemáme-li kalkulačku. Chyba zaokrouhlení.

Poznámky:

Zkouška vyloučí falešné kořeny např. při umocňování. Lze i uvažovat ekvivalentnost úpravy umocnění.