Vzorová písemná práce do LaTeXu

Zadání: Vysázejte celou tuto stranu včetně nadpisu a tohoto textu.
Obecné pokyny: Všímejte si detailů jako atributy písma nebo zarovnání a velikosti vertikálních i horizontálních mezer. Vždy užívejte speciální konstrukce určené k sazbě daných struktur a vždy hledejte co nejobecnější a nejuniverzálnější řešení (předpokládejte, že píšete dokument, ve kterém se každá struktura vyskytuje mnohokrát). Zvláštní pozornost věnujte odkazům.

Lemma 1. *Řada*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} \tag{1}$$

konverguje právě tehdy, když je $\alpha > 1$.

Důkaz. Dokážeme nejprve, že harmonická řada diverguje. Je zřejmé

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} &\geq \frac{1}{2} \\
\frac{1}{3}+\frac{1}{4} &\geq 2\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \\
\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} &\geq 4\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \\
&\vdots
\end{aligned}$$

a tedy

$$s_{2^k} = \sum_{n=1}^{2^k} \frac{1}{n} \geq 1 + \frac{k}{2}. \tag{2}$$

Posloupnost částečných součtů harmonické řady je rostoucí, má tedy limitu. Posloupnost je z ní vybraná a není shora omezená, tedy harmonická řada diverguje. Protože pro $\alpha \leq 1$ je $\frac{1}{n^{\alpha}} \geq \frac{1}{n}$, řada (1) pro tato α podle srovnávacího kritéria diverguje.

Nyní ukážeme smysl definice a_n i provedených úprav. Vyjádříme částečný součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$:

$$\begin{aligned}
\sum_{n=1}^{k} \frac{1}{\sum_{i=0}^{m-1}(n+1)^{\frac{i+1}{m}} n^{\frac{m-i}{m}}} c \overset{\text{PZ}}{=} \sum_{n=1}^{k}\left(\frac{1}{\sqrt[m]{n}} - \frac{1}{\sqrt[m]{n+1}}\right) = \\
= \left(\frac{1}{\sqrt[m]{1}} - \frac{1}{\sqrt[m]{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt[m]{2}} - \frac{1}{\sqrt[m]{3}}\right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt[m]{k}} - \frac{1}{\sqrt[m]{k+1}}\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt[m]{k+1}}
\end{aligned}$$

□

(A) Postup řešení soustavy lineárních rovnic v maticovém tvaru lze obecně zapsat takto:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kn} & b_k \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{c|c} & x_1 \\ J & \vdots \\ & x_k \end{array}\right)$$

(B) Následující definice funkce f jsou ekvivalentí v $\mathbb{R}$:

(B.1)

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{pro } x < 0, \\ 0 & \text{jinak, a} \end{cases}$$

(B.2)

$$f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \sin|x|).$$