9. Organizace souboru

Poslední tři přednášky jsou věnovány tématickému celku Práce s daty, který je v našich osnovách ještě stále chudší, než v osnovách západních států.

9.1. Úvod

Organizace souboru dat (objektů, situací nebo procesů) umožňuje zpřehlednění a lepší orientaci v souboru. Encyklopedie, jízdní řády, telefonní seznamy, rodokmen, evidence občanů, uložení šatů ve skříni, třídění knih v knihovně, … zde všude je přítomna organizace. Někdy je organizace dělána podle jednoho kritéria (například encyklopedie podle abecedy), jindy podle dvou nebo více kritérií (občané podle jmen, roku narození, bydliště).
Schopnost člověka organizovat soubor dat patří k důležitým kognitivním potencím člověka. Není ale totožná ze schopností udržovat pořádek. Nevím, do jaké míry jsou tyto schopnosti ve vědomí člověka propojeny. Schopnost udržovat pořádek ve věcech je založena na reprodukci a schopnost organizovat soubory je založena na tvořivosti. My se zde zaměříme na schopnost organizovat soubory a obrátíme se k žákovi prvního stupně.

Základní pojmy

Galerie G je soubor objektů, dat, událostí,…který budeme nějakým způsobem organizovat. Někdy je kromě galerie G dáno i Univerzum U, rozšíření galerie. Například Galerií je 6 konkrétních křestních jmen a Univerzem jsou všechny česká křestní jména.
Organizační princip OP je souhrn myšlenek které organizaci určují. Skoro ve všech případech, kdy dochází k organizaci souboru dat je určující *cíl* (nebo cíle) organizace, tedy k jakému účelu soubor dat organizujeme.
Omezíme se na dva základní typy organizačních principů: uspořádání a klasifikaci. Další typy jako *hierarchizaci* (např. organizace armády), *distribuci* čili *rozdělování* (např. čísla 12, 63, 38, 25, 70, 51 rozděl do tří košů tak, aby v každém byla dvě čísla se součtem menším než 100) a *schématizaci* (Autoatlas ČR) zde nezmiňujeme.

9.2. Asociace

Asociace – galerie G se skládá ze dvou částí G´ a G´´ a pravidla, které každému prvku jedné části přiřadí právě jeden prvek druhé části.

<u>Ilustrace 1. - 5.</u>

<u>I1</u>. Galerie i pravidlo je dáno. G´ = čtyři obrázky se zvířátky: jedna slepička, dvě kočičky, tři pejskové, čtyři myšky. G´´ = $\boxed{/}$, $\boxed{//}$, $\boxed{///}$, $\boxed{////}$. Dítě se učí technologii spojování.

<u>I2</u>. Galerie G je dána, pravidlo ne. G´ = {koště, nos, táta, babička}, G´´ = {3, 4, 5, 7}. Úlohou dítěte je najít pravidlo asociace.

<u>I3</u>. Je dána část G´a pravidlo, úlohou dítěte je vytvořit část G´´. V I2 je to úloha lehká, ale kdyby bylo dáno G´´ a část G´ se tvoří, je to náročnější.

<u>I4</u>. G´ = 5 obrázků různých krychlových staveb, každá v jiné barvě. G´´ = pět bílých plánů těchto staveb. Úlohou dítěte je obarvit plány barvami staveb. Jiný způsob realizace asociace.

<u>I5 – I10</u> Rezreva

Výzva 9.1. Vytvořte gradovanou sérii tří úloh typu asociace pro žáka a) prvního, b) třetího, c) pátého ročníku.

Uspořádání

Uspořádání – je dáno pravidlo, které o každých dvou různých objektech z G jednoznačně rozhodne o jejich pořadí. Přitom je splněna podmínka: je-li A před B a B před C, pak A je před C.

Ilustrace

I11. G = všechna přirozená čísla uspořádaná podle velikosti (k porovnání používáme znak <).

Příběh. Ve třídě natáhne učitelka prádelní šňůru a pod ni na zemi leží kartičky s čísly 1 až 12, leží čísly dolů. Jsou to vyprané dresy hráčů, které vítr sfouknul ze šňůry. Vyvolaný žák zvedne kartičku, a přivěsí ji na šňůru na příslušné místo.

Příběh. (první úloha z maturit na nečisto roku 2010). Do číselné osy nutno doplnit čísla 1/2 a 5/6

0								2/3					

I12. G = všechna slova českého jazyka uspořádaná podle abecedy podle prvního písmene, podle druhého písmene, podle posledního písmene.

Například slova *autobus, barák, cíl, délka, elektrika, fotbal, guma, hastrman* je třeba uspořádat abecedně, ale od zadu. Tedy *elektrika, délka, guma,…*

Úloha 9.A. Vytvořte pro žáky 4. ročníku galerii 5 slov {A, B, C, D, E}, která bude v novém abecedním uspořádání a) stejná, b) opačná EDCBA, c) posunuta BCDEA oproti původnímu.

I13. G = všechny rovinné mnohoúhelníky uspořádané podle počtu vrcholů (5úhelník je před 9úhelníkem). Uvedená galerie není jasně popsána. Nevíme, zda prvkem galerie je pojem „trojúhelník“, nebo zda je to „rovnostranný trojúhelník“, nebo zda je to „trojúhelník o stranách 5 cm, 5cm, 5cm“. V prvním případě se jedná o uspořádání, v dalších dvou již nikoli.

Úloha 9.B. Vytvořte pro žáky 5. ročníku galerii tří mřížových trojúhelníků A, B, C, která bude mít v uspořádání podle nejdelší strany pořadí ABC, podle druhé nejdelší strany uspořádání BCA, podle obsahu uspořádání CAB. Dá se taková galerie vytvořit?

I14. G = všechny dny v týdnu uspořádané podle toho, jak jdou po sobě. Toto NENÍ uspořádání, protože není splněna základní podmínka uspořádání. Nevíme, zda pátek jde po neděli, nebo neděle po pátku.

Úlohy. Rozhodněte zda navržené uspořádání je uspořádáním.

Úloha 9.1. G jsou všichni žijící občané Jihlavy k 1.1.2008 ve 0:00 hod. Návrh uspořádání: Občan X předchází občana Y, jestliže je jméno občana Y (nejprve příjmení, pak křestní jméno/ jména) v abecedním uspořádání dříve než jméno občana X.

Úloha 9.2. G jsou jména všech žijících občanů Jihlavy k 1.1.2012 v 0:00 hod. Návrh uspořádání: jména (nejprve příjmení, pak křestní jméno/jména) uspořádáme abecedně.

Úloha 9.3. G jsou křestní jména všech žáků pátých tříd ZŠ Fingerova, kteří včera vstoupili do školy. Návrh uspořádání: jméno X předchází jméno Y, jestliže X je před Y v abecedě.

Poznámka. Upřesněte, co znamená abecední uspořádání v jazyce českém. Uvažujte o jménech Renata a Renáta, Petr a Petra, Li Po (čínský básník) a Lipany.

Úloha 9.4. G jsou všichni žáci 5D ZŠ Fingerova zapsáni v seznamu na začátku třídní knihy. Návrh uspořádání: jméno X předchází jméno Y, jestliže Y je před X v abecedě. Tedy jména uspořádám abecedně v obráceném pořadí.

Úloha 9.5. G stejná jako v úloze 9.4. Jména dívek uspořádám abecedně a napíši do levého sloupce; jména hochů uspořádám abecedně v obráceném pořadí napíši do pravého sloupce.

Úloha 9.6. Najděte kritérium, podle něhož je organizováno toto uspořádání: Amazonka, Amur, Dunaj, Mississippi, Nil, Svratka, Vltava.

Úloha 9.7. Najděte kritérium, podle něhož je organizováno toto uspořádání: Nil, Amur, Dunaj, Vltava, Svratka, Amazonka, Mississippi.

Úloha 9.8. Najděte kritérium, podle něhož je organizováno toto uspořádání: Amazonka, Nil, Mississippi, Amur, Dunaj, Vltava, Svratka.

Úloha 9.9. Najděte kritérium, podle něhož je organizováno toto uspořádání: 7012, 1122, 1234, 5310, 6420, 2626, 8765, 9876, 2992. Doplňte do seznamu ještě jedno 4místné číslo, kterým dokážete, že jste kritérium odhalili.

Úloha 9.10. G je konečný soubor trojúhelníků. Každý trojúhelník je určen délkami stran. Žádné dva trojúhelníky nejsou shodné. Návrh uspořádání: X předchází Y jestliže

1) nejdelší strana X je kratší než nejdelší strana Y, nebo
2) nejdelší strany trojúhelníků X a Y jsou stejné a druhá nejdelší strana X je kratší než druhá nejdelší strana Y, nebo
3) trojúhelníky X a Y nelze uspořádat ani pomocí kritérii 1) a 2) a obvod trojúhelníka X je menší než obvod Y.

Úloha 9.11. G jsou všechna přirozená čísla včetně nuly. Návrh uspořádání: číslo X předchází číslo Y, jestliže X je liché a Y sudé, nebo X + Y je sudé a Y – X je kladné.

Úloha 9.12. G jsou všechna přirozená čísla bez nuly. Návrh uspořádání: mají-li čísla X a Y různý počet dělitelů, pak X předchází Y, jestliže X má méně dělitelů než Y. V případě že X a Y mají stejný počet dělitelů, pak X předchází Y, jestliže X < Y.

Rada: nejprve uspořádejte podle navrhovaného kritéria čísla 17, 6, 4, 9, 15, 13, 12, 8, 60 a pak rozhodněte, zda se skutečně jedná o uspořádání.

Úlohy 9.13 – 9.15 REZERVA

Výzva 9.1. Pro své pomyslné žáky vytvořte aspoň 7prvkovou galerii, kterou lze uspořádat podle aspoň tří různých kritérií. Zvažte například galerii a) spisovatelů, b) měst, c) zpěváků, d) slov cizího jazyka, e) sportů, f) zvířat,… Ilustrací zde jsou úlohy 9.6, 9.7 a 9.8.

Didaktická poznámka. Žák s vysokým stupněm abstraktního myšlení se často zabývá mystériem nekonečna. Je rozumné takového žáka upozornit na nekonečné jevy, které je on schopen uchopit. Například se jej zeptat (často s touto otázkou přijde žák sám) zda je $\infty + \infty = \infty$. Když za model „čísla“ ∞ zvolíme soubor přirozených čísel 0, 1, 2, 3, …, pak za model „čísla“ $\infty + \infty$ lze vzít soubor 1, 3, 5, 7, … , 0, 2, 4, 6, … . Předcházet tomuto modelu může úloha 9.5. Žáka pak vyzveme, aby se pokusil vyjasnit, co by mohlo být $\infty + \infty + \infty$.

9.3. Klasifikace

Klasifikace – je dán soubor *tříd* a soubor *kritérií* tj. rozhodovacích pravidel, podle nichž každý prvek galerie lze zařadit do jedné a jen jedné z daných tříd.

Ilustrace 6.- 12. (Poslední je rezerva)

I6. G = všechna přirozená čísla. Dvě třídy T_1 – sem patří lichá čísla; T_2 – sem patří sudá čísla.

I7. G = všechna přirozená čísla. Tři třídy: T_0 – sem patří čísla dělitelná 3; T_1 – sem patří čísla, která pří dělení 3 dají zbytek 1; T_2– sem patří čísla, která pří dělení 3 dají zbytek 2.

I8. G = všechna přirozená čísla. Dělíme je do nekonečného počtu tříd T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6,… podle pravidla: *n*-místné číslo (zapsané v desítkové soustavě) náleží do třídy T_n.

I9. G = všechna slova českého jazyka napsaná v Pravidlech ČJ (nutno upřesnit pramen) dělíme do tříd T_1 – sem patří podstatná jména, T_2 – sem patří přídavná jména, …

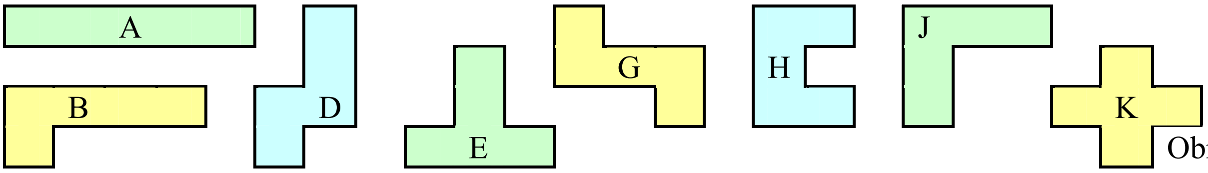
<u>I10</u>. G = všechna křestní jména občanů Velké Britanie; T_1 – sem patří mužská jména, T_2 – sem patří ženská jména. Toto NENÍ klasifikace, neboť existují jména jako Cecil, která používají jak muži, tak ženy.

<u>I11</u>. G = všichni občané Prahy zapsaní v telefonním seznamu Prahy v roce 2012. Tříd je tolik, kolik je všech českých křestních jména zapsaných v konkrétním kalendáři na rok 2012. Každému křestnímu jménu odpovídá jedna třída, přičemž Petrovi a Pavlovi, kteří mají svátek týž den 29.6., jsou přiřazeny dvě třídy; stejně Adamovi a Evě odpovídají dvě různé třídy.
Toto NENÍ klasifikace, neboť například jméno Kim Li Tu, které je v telefonním seznamu, nemá třídu, do které jej lze zařadit. Tedy soubor tříd nutno rozšířit o třídu ZBYTEK.

<u>Didaktická poznámka</u>. Myšlenka klasifikace je náročná. Doporučujeme následující prezentaci žákům: třídy jsou koše a na každém je napsáno, které objekty sem patří. Každý prvek z galérie přijde před koš a přečte si, co je na něm napsáno. Podle toho do koše vstoupí nebo ne. Pro každý prvek je právě jeden koš, do kterého může vstoupit.

<u>Úloha 9.16</u>. Je dána galerie G = {Alena, Andrea, Albrecht, Berta, Blažena, Bohouš, Matylda, Milena, Miloš, Dalibor, Daniel, Dušan}
a) Najděte kritérium, podle kterého se následujících 12 jmen rozdělí do 4 tříd po třech.
b) Najděte kritérium, podle kterého se tato jména rozdělí do 3 tříd po čtyřech.
c) Najděte kritérium, podle kterého se tato jména rozdělí do 2 tříd po šesti.

<u>Úloha 9.17</u>. Najděte kritérium, podle kterého se galerie pentamin G = {5D, 5E, 5G, 5H} rozdělí do dvou tříd tak, že v jedné bude pouze pentamino a) 5D, b) 5E, c) 5G, d) 5H.



Obr. 1.

<u>Úloha 9.18</u>. Najděte kritérium, pomocí něhož se galerie G = {5A, 5B, 5D, 5E, 5G, 5H, 5J, 5K} všech 8 uvedených pentamin rozdělí do dvou stejně početných tříd.

<u>Úloha 9.19 a 9.20</u> REZERVA

$\boxed{\text{Výzva 9.2.}}$ Vytvořte klasifikační úlohu pro 1. ročník, kde galérií budou zvířátka, pro 2. ročník, kde galérií budou krychlové stavby, pro 3. ročník, kde galérií budou čísla, pro 4. ročník, kde galérií budou trojúhelníky, pro 5. ročník, kde galérií budou čtyřúhelníky.

9.4. Didaktické komentáře

Uvažujeme o dvou odlišných projevech organizace v životě dítěte a žáka. První se vztahuje ke schopnosti udržovat organizaci, pořádek, druhá ke schopnosti tvořit organizaci.
Schopnost udržovat (reprodukovat) pořádek se buduje od kojeneckého věku dítěte. Matkou a rodinou vtištěný rytmus života, systematicky se opakující běh spánku, probuzení, aktivita, krmení a spánku rozvíjí svojí pravidelností v kojenci řád života. Ten se i dále utvrzuje nebo oslabuje mírou důrazu na pořádek věcí obklopující dítě, režim dne, týdne, ročního období, roku. Schopnost tvořit organizaci je složkou obecné schopnosti tvořit. Sem zaměříme naši pozornost v dalším. Dodáváme, že podle našeho názoru pro život velkého společenství lidí jako například pro stát se potřeba reprodukce organizace týká všech členů, ale potřeba tvorby nových organizací se týká pouze menší části.

První klasifikace, které dítě vnímá a aktivně používá, se týkají vlastnictví (*Toto je můj kyblíček, to je Lenčina lopatička,…*) dělení lidí na „my“ – naše rodina a „oni“ – všichni ostatní, dělení dětí na holčičky a kluky, dělení lidí na muže a ženy, na dospěláky a děti apod. Tyto klasifikace jen zřídka žádají od dítěte intelektuální činnost. Chceme-li u dětí a žáků rozvíjet schopnost organizovat soubory, musíme vytvářet situace, které vyžadují náročnější myšlení. Didakticky vhodné jsou úlohy k tomu účelu vytvořené. Ještě účinnější – zejména pro žáky od 8 let – jsou různé hry (viz 9.5 až 9.7.) Následující ilustrace uvedou čtenáře hlouběji do problematiky

Ilustrace 13. – 20. (Poslední dvě jsou rezerva)

I13. G = soubor obrázků, na kterých jsou zvířata, rostliny, hračky,… má dítě seskupovat tj. klasifikovat. Tak v diplomní práci V. Kabíčkové (vedoucí J. Slezáková) je popsán experiment z 13.10.2005, jehož nástrojem je i úloha:

Úloha. Žák dostane čtyři kartičky (obr. 1) a výzvu: „Tvým úkolem bude, abys z těch kartiček udělal dvě hromádky. Vždycky dáš dva obrázky k sobě. Dva a dva".

Obr. 1

Nejčastější řešení bylo. červené – zelené. Řidčeji se objevilo rostliny-zvířata. Ale objevilo se i růže+motýl, protože motýl sedá na květ. Další dvě kartičky tvoří zbytek.

I14. G = soubor symbolických obrázků. Dítě má kartičky uspořádat do řady. Ví, že pak obrázky otočíme, aby nebyly vidět, a dítě dostane stejnou sérii obrázků a má je položit na ty, které jsou rubem vzhůru.

♥	♠	♣	♠	♣	♥	♣	♥

Obr. 2.

Žáci nejčastěji dají k sobě stejné tvary a pouze někteří čtvrťáci a výjimečně třeťáci si všimnou, že znaky lze uspořádat podle velikosti od nejmenšího k největšímu. K tomu poznání dojdou, když kartičky kladou na sebe.

I15. G = {o Δ □ o Δ □ o Δ □ o Δ □} je soubor 12 plastikových tvarů rozházených po stole. Dítě je má rozdělit do tří tříd podle tvaru a pak stejnou galerii do 4 tříd podle barvy. Pak žádáme, aby dítě kladlo dané tvary do tabulky o rozměrech 4 × 3 (tedy o 12 oknech) danou součinem Tvar x Barva. Zde již dochází k propojení dvou kritérií a je to příprava na hru Hádej a plať.

I16. G = soubor pěti krychlových staveb. Dítě jej dělí podle a) objemu, b) výšky.

4	

2	1
	2

1	1
1	1

4
2

3	1
	1

I17. G = soubor pentamin 5A až 5L. Žák je dělí do 4 tříd $T_{5\times1}$, $T_{3\times2}$, $T_{4\times2}$, $T_{3\times3}$ takto: Pentamino X patří do třídy $T_{5\times1}$ resp. $T_{3\times2}$, když jej lze vložit do obdélníka 5×1, resp. 3×2. Pentamino X patří do třídy $T_{4\times2}$, resp. $T_{3\times3}$, když jej nelze vložit do obdélníka 3×2, ale lze jej vložit do obdélníka 4×2, resp. čtverce 3×3.

I18. G = soubor hexamin (vytvořte sami) rozdělit do dvou tříd podle kritéria a) je-není sítí krychle, b) dá-nedá se vložit do čtverce 3×3, c) lze-nelze jej slepit ze dvou trimin typu Růžek.

Výzva 9.3. Vytvořte úlohu, která je modifikací Ilustrace 16. Galerie má 12 objektů, jimiž lze zaplnit klasifikační tabulku 4 × 3. Formulujte řádkové i sloupcové kritérium.

9.5. Hra „Sova"

Popis hry Sova.

Hraje 1 + n hráčů. První hráč – Sova – uvede galerii objektů a na jeden z objektů si myslí. Ostatní hráči se snaží myšlený objekt uhodnout kladením otázek, na které Sova odpovídá pouze ANO nebo NE. Čím menší počet otázek je k uhodnutí zapotřebí, tím lepší je hádání.

Ilustrace. 21 až 25 (Poslední dvě jsou rezerva).

I21. Galerií tvoří 4 obrázky z Obr. 2. Každý obrázek lze uhodnout na 2 odpovědi. Způsob jak to lze udělat se nazývá strategie hádání a je prezentována tímto grafem (tabulkou):

1. otázka	1. odpověď	2. otázka	2. odpověď	Výsledek
Je to zelený obrázek?	ANO	Je to rostlina	ANO	Růže
			NE	Ryba
	NE	Je to hmyz?	ANO	Motýl
			NE	Hřib

I22. Galerii tvoří všchna přirozená čísla od 1 do 32. Myšlené číslo lze uhodnout na 5 hádání. První otázkou se galerie 32 čísel rozdělí na dvě části po 16 číslech. Vybere se ta šestnáctice, na kterou ukázala odpověď ANO. Druhou otázkou se tako šestnáctice rozdělí na dvě skupiny po osmi číslech a opět se vybere ta, kterou určila odpověď ANO. Po další otázce bude již jen čtveřice podezřelých čísel, po čtvrtém hádání to bude pouze dvojice a páté poslední hadání určí myšlené číslo. Tedy první otázka zní : Je myšlené číslo větší než 16 ? V případě odpovědi ANO víme, že se jedná o 16 čísel 17, 18, ...32. Pak druhá otázka bude znít : Je větší než 24? Ať je odpověď jakákoli, počet možných výsledků se zúží na 8 čísel. Podobně v případě odpovědi NE na první otázku víme, že myšlené číslo je jedno ze 16 čísel 1, 2, ...16. Druhá otázka tedy bude znít: Je větší než 8? Ať je odpověď jakákoli, počet možných výsledků se zúží na 8 čísel. Tedy po druhé odpovědi se počet možných čísel zúží na 8. Třetí otázka bude znít: Je vetší než 4 ? (když je myšlené číslo v intervalu od 1 do 8), nebo Je vetší než 12? (když je myšlené číslo v intervalu od 9 do 16), nebo Je vetší než 20? (když je myšlené číslo v intervalu od 17 do 24), nebo Je vetší než 28? (když je myšlené číslo v intervalu od 25 do 32). Tak pokračujeme dále. Čtvrtá otázka bude znít: Je vetší než n?, kde n je vhodné z čísel 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30. Pátá otázka bude znít: Je vetší než n?, kde n je vhodné liché číslo od 1 do 31.

I23. G = {nos, ucho, ruka, noha, prst, hlava, krk, paže, Londýn, Paříž, Řím, Varšava, Vltava, Labe, Ohře, Lužnice}. Galerie má 16 objektů a tedy na 4 odpovědi mám výsledek :

Je to jméno vlastní?	A	Je to město?	A	obsahuje *ř*	A	obsahuje *p*	A	Paříž
							N	Řím
					N	obsahuje *d*	A	Londýn
							N	Varšava
			N	obsahuje	A	obsahuje	A	Vltava

							N	Labe
					N	obsahuje *ř*	A	Ohře
							N	Lužnice
	N	obsahuje *a*	A	obsahuje *h*	A	obsahuje *o*	A	noha
							N	hlava
					N	obsahuje *k*	A	ruka
							N	paže
			N	obsahuje *o*	A	obsahuje *n*	A	nos
							N	ucho
					N	obsahuje *p*	A	prst
							N	krk

<u>Úlohy 21- 27</u>. Ve všech úlohách je dána pouze galerie. Když je vyjmenovaná, vaším úkolem je napsat strategii hádání. Když vyjmenovaná není, vaším úkolem je nejdříve ji vyjmenovat.

<u>Úloha 9.21</u>. G = {Alena, Andrea, Albrecht, Berta, Blažena, Bohouš, Matylda, Milena, Miloš, Dalibor, Daniel, Dušan}

<u>Úloha 9.22</u>. G je soubor vyjmenovaných slov po b.

<u>Úloha 9.23</u>. G = { A1, A2, A3, A4, A5, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, E1, E2, E3, E4, E5, E6}

<u>Úloha 9.24</u>. G je soubor všech dvoumístných čísel nesoudělných s číslem 11 a vytvořených z některých číslic 1, 2, 3, 4, 5 a 6.

<u>Úloha 9.25</u>. G je soubor všech 12 staveb vytvořených ze 4 krychlí..

<u>Úloha 9.26</u>. G = {LOvec, lOVec, loVEc, lovEC, LoveC, LoVec, lOvEc, loVeC, Lovec, lOveC, LovEc, lOvec, loVec, lovEc, loveC, lovec}.

<u>Úloha 9.27</u>. G = {5A, 5B, 5D, 5E, 5G, 5H, 5J, 5K} – pentamina jsou zobrazena níže.

<u>Úlohy 28- 30</u> Rezerva

9.6 Hra „Hádej a plať“

Popis Hry.

Dva hráči: zadavatel a hledač. Zadavatel vytvoří tabulku *m* x *n* a do každého pole tabulky umístí jeden objekt tak, aby rozdělení objektů do sloupců bylo klasifikací i rozdělení objektů do řádků bylo klasifikací. Pak všechny objekty tabulky, které tvoří galerii hry, předloží hledači. Úkolem hledače je rekonstruovat tabulku vytvořenu zadavatelem. Aby to mohl udělat, klade zadavateli tři druhy otázek:
1. ukáže na políčko a ptá se, jaký objekt se v tomto políčku nachází;
2. ukáže na objekt a ptá se, ve kterém políčku leží;
3. vloží objekt do některého políčka a ptá se, zda je položen správně.
Za každou odpověď na otázku typu 1 a 2 platí hledač zadavateli 5 bodů; za každou odpověď na otázku typu 3 platí hledač zadavateli 1 bod.

Hru lze hrát již ve 3. ročníku ve třídě, kde žáci již řešili některé klasifikační situace, které jste vytvořili ve výzvě 9.2. Ve 3. ročníku doporučujeme omezit se na galerii ze 6 objektů a tabulku 3×2, jejíž pole označíme podle obrázku

A	B	C
D	E	F

Hru lze hrát turnajovým způsobem, zde vyhodnotit nejlepšího zadavatele; nejlepšího hadače i nejúspěšnějšího hráče.

Ilustrace 26 – 30. (rezerva)

I26. Uvedeme partii odehranou mezi dvěma žákyněmi 6. ročníku. Radka v roli zadavatele vytvořila tabulku 1 a Lence, která je v roli hledače dala galerii G = {Aleš, Alice, Boris, Božena, Josef, Judita}.

Boris	Josef	Aleš
Božena	Judita	Alice

Tab. 1.

Průběh partie.
Lenka 1: „Co je v okně A?“ Radka 1: Tam je Boris. Platíš mi 5 bodů.“
Lenka 2: „Co je v okně B?“ Radka 2: Tam je Josef. Platíš mi dalších 5 bodů.

Po této rozmluvě již Lenka přesně vyplnila tabulku 1. Úlohu vyřešila za 10 bodů.

I27.6 Průběh odvetné partie se stejnou galérií.

Radka 1: „Je v okně A Aleš?“ Lenka 1 „Není. Platíš mi 1 bod“.
Radka 2: „Je v okně A Alice?“ Lenka 2 „Není. Platíš mi 1 bod“.
Radka 3: „Je v okně A Boris?“ Lenka 3 „Není. Platíš mi 1 bod“.
Radka 4: „Je v okně A Božena?“ Lenka 4 „Ano, je. Platíš mi 1 bod“.
Radka 5: „Je v okně B Alice?“ Lenka 5 „Ano, je. Platíš mi 1 bod“.
Radka 6: „Je to takhle? (Tab. 3)? Lenka 6 „Ano, má. Neplatíš mi nic“.

Je zřejmé, že Radka byla ve hře úspěšnější než Lenka. Použila úspěšnější strategii.

Božena	Alice	Judita
Boris	Aleš	Josef

Tab. 3

Výzva 9.4. Najděte optimální strategii pro tuto galerii.
Uvažujte, že sehrajete mnoho her a stále budete používat stejnou strategii, přičemž zadavatel bude náhodně měnit rozložení jmen do tabulky (samozřejmě, že pokaždé budou obě kritéria zachována). Pokuste se odhadnout, kolik asi bodů budete potřebovat k uhodnutí tabulky u 100 her.

Výzva 9.5. Experimentálně odehrajte tuto hru se 3-4 žáky. Vy v roli zadavatele, žáci v roli hledače. Žákům nepomáhejte, ale sledujte, zda se hru od hry zlepšují.

9.7. Hra „Uhodni moje kritérium“

Popis hry Uhodni moje kritérium
Hraje 1 + *n* hráčů. Zvolí se Univerzum. Jeden hráč (říkejme mu Znalec) zvolí kritérium, podle kterého lze každý objekt Univerza jednoznačně zařadit do některé ze dvou tříd A a B. Ostatní hráči říkají různé objekty z Univerza a Znalec odpovídá, zda daný objekt náleží do třídy A, nebo B. Úlohou hráčů je odhalit Znalcovo kritérium. V případě, že některý z hráčů řekne domnělé kritérium a neuhodne, je vyloučen z dalšího hádání, ale Znalec uvede objekt, který domnělému kritériu neodpovídá.

Ilustrace. 31 – 35. (Poslední dvě je rezerva)

I31. Univerzem jsou zvířata. Prvních 7 hádaných objektů bylo: pes (A), krokodýl (B), kůň (A), osel (A), velryba (B), kapr (A), žralok (B). Jeden z hráčů řekl kritérium: „do A patří zvířata, která žijí u nás, do B zvířata, která u nás nežijí“. Znalec řekl, že to je špatné kritérium, a uvedl zvíře lev (A). Pak následovalo ještě několik otázek a jiný hráč odhalil správné kritérium: do A patří právě ta zvířata, jejichž název má méně než 6 písmen.

I32. Univerzum je 7 žáků, kteří jsou s učitelem na výletě. Po chvíli hádání již vědí, že do třídy A patří Mirek, Radka a Jana. Do třídy B patří Vlaďka, Patrik, Marek a Luděk. Teď nastává hledání něčeho, co tyto dvě skupiny odděluje. Nakonec žáci objeví kritérium „z písemky z matiky měli jedničku“. Učitel měl na mysli kritérium jiné: „má staršího sourozence“.

I33. Univerzem jsou 4 čísla 16, 19, 96 a 122. Ta lze 4 způsoby rozdělit na jedno a tři a třemi způsoby na dvě a dvě. Naším úkolem je najít 7 kritérií, která toto rozdělení realizují. Řešení dá tabulka: (d 3 = dělitelné 3; no č. 9 = neobsahuje číslici 9)

	2místné	není d 3	sudé	není čtverec	menší než 50	d. 4	no č. 9
16	+	+	+	-	+	+	+
19	+	+	-	+	+	-	-
96	+	-	+	+	-	+	-
122	-	+	+	+	-	-	+

Takové tabulce říkáme *Úplný systém kritérií rozkladu galerie {16, 19, 96, 122} na dvě části.*

Příběh. Hru jsme hrávali na výletech ze třídou, když se šlapalo. Zde si žáci nemohli dělat zápis, ale protože jich bylo více, měli bohatou kolektivní paměť. Jednou jsem zvolil kritérium „do A patří objekt, který řekne dívka, do B objekt, který řekne hoch“. Bylo to nekorektní kritérium, ale přesto jej Marián uhodl. Šli jsme v houfu a po mé levé ruce byly většinou dívky, po pravé většinou hoši. Marián si všimnul, že na otázku položenou někým, kdo je ode mne zleva, odpovím A, na otázku položenou někým, kdo je ode mne zprava, odpovím B. Položil mi tedy otázku a když jsem odpověděl, B přešel na stranu mé levice a položil stejnou otázku. Opět jsem řekl B. To jej rozladilo. Po chvíli mu ale očka zasvítila a požádal Nikolu, aby ona položila stejnou otázku. Na otázku Nikoly jsem řekl A a Marián ihned hlásil kritérium.

Úlohy. Ve všech úlohách máme najít úplný systém kritérií rozkladu dané galerie na dvě části.

Úloha 31. G = {Eva, Ivan, Jaroslav, Lída}

Úloha 32. G = {trojúhelník, čtverec, obdélník, rovnoramenný lichoběžník}

Úloha 33. G = {AA, AB, BA, BB}

Úloha 34. G = {4A, 4B, 4C, 4D} jedná se o tetramina – viz níže.

Úlohy 35- 37 Rezerva

9.8. Kombinatorika – vstupní úloha

Častým cílem hledání organizace je potřeba zjistit počet prvků galerie. Touto otázkou se zabývá matematická disciplína zvaná kombinatorika. Začněme ilustrací.

Úloha 9.38a. Kolika různými způsoby lze vyjádřit číslo 4 jako součet dvou nebo více čísel?

Posluchači úlohu řeší a lze očekávat, že dojdou k nejasnostem a sami položí některé z otázek:

a) Jsou vyjádření 3 + 1 a 1 + 3 různá, nebo stejná?
b) Je přípustné i vyjádření 4 + 0?
c) Když ano, pak se ptáme, zda je přípustné i vyjádření 4 + 0 + 0.
d) Je přípustné i vyjádření 1,5 + 2,5 ?
e) Je přípustné i vyjádření 5 + (-1)?

Vidíme, že úloha nebyla zadána jasně. Nebylo jasné, co znamená „vyjádřit číslo 4 jako součet dvou nebo více čísel". Musíme to upřesnit. Posluchači dají upřesnění. Bude-li ve třídě na jejich vymezení shoda, budeme se ním řídil. V opačném případě navrhneme upřesnění úlohy:

Úloha 9.38b. Kolika různými způsoby lze vyjádřit číslo 4 jako součet dvou nebo více přirozených kladných čísel? Vyjádření, která se liší pouze pořadím čísel považujeme za stejná. Nulu mezi přirozená čísla nepočítáme. [Jedná se o 4 vyjádření: 3+1, 2+2, 2+1+1, 1+1+1+1]

Poznání. Žáci, kteří již v organizaci dat nabyli jistých zkušeností, dělají nejčastěji dvě chyby: neujasní si, které prvky do G patří a které ne, a nemají jistotu v tom, zda dva prvky jsou nebo nejsou stejné. Jedná se tedy o dvě upozornění, která učitel musí stále mít na mysli.

(a) Soubor objektů G, které chceme organizovat a spočítat, musí být přesně vymezen, tj. o každém objektu musíme umět rozhodnout, zda do G patří nebo ne.

(b) O každé dvojici objektů z G musíme umět rozhodnout, zda jsou stejné, nebo různé.

9.9. Metoda izomorfizmu

Úloha 9.39a. Kolik zápasů se odehraje ve fotbalovém turnaji pěti družstev, když se hraje systémem každý s každým jeden zápas?

Hoši často použijí metodu tabulky – tedy **koncept**, nebo úvahu: každé z pěti družstev odehraje 4 zápasy, tedy 4·5 = 20 zápasů. Jenže každý zápas jsem počítal dvakrát. tedy výsledek je 20:2 = 10.

Úloha 9.39b. Alenka na své třinácté narozeniny pořádá párty pro své 4 kamarádky. Každá, co přišla, políbila všechny dívky, které již u Alenky byly. Kolik polibků padlo?

Nejčastější řešitelská strategie je **proces**: 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

Úloha 9.40. Kolik úseček je určeno pěti vrcholy pravidelného pětiúhelníku?

Lze procesem i konceptem.

Připomeňme, že uvedená slova charakterizují jednu potencialitu našeho mozku. Písnička je procesuální, probíhá v čase a posloupnost tónů je zde rozhodující. Nelze zpívat pozpátku, ani na přeskáčku. Obraz je konceptuální. Je na mé volbě v jakém pořadí zaostřím zrak na jednotlivé části obrazu, nebo kdy jej vnímám jako celek.

	turnaj	Alenka	pětiúhelník	cesty
prvek	družstvo	dívka	vrchol	šipka
objekt	zápas	polibek	úsečka	Dvojice šipek ↑

Dané úlohy jsou si blízké nejen výsledkem. Situace jsou izomorfní (poslední sloupec později)

Úloha 9.41. Kolik existuje různých cest po čtverečkové síti z levého dolního vrcholu U do pravého horního vrcholu V obdélníku 3x2?

Vyčerpáním všech možností:

U→→→↑↑V, U→→↑→↑V, U→↑→→↑V, U↑→→→↑V, U→→↑↑→V,

U→↑→↑→V, U↑→→↑→V, U→↑↑→→V, U↑→↑→→V, U↑↑→→→V,

I zde je 10 možností, ale tentokráte není jasné, jak tato situace souvisí se situací třeba „Alenka“. Posluchači hledají souvislost. K tomu je třeba všechny prvky souboru uspořádat.

Nechť jsou to dívky Alenka, Bára, Cecílie, Dana, Edita. Polibek mezi Bárou a Danou je tedy dvojice prvků (druhý, čtvrtý), tomu odpovídá cesta U→↑→↑→V.

K čemu ten izomorfizmus je dobrý? Ukážeme si to na ilustraci. Budeme řešit tuto úlohu

Úloha 9.42. Úlohu 9.41 řešte pro případ obdélníku a) 4×2, b) 5×2, c) 7×2.

V prostředí šipek se jedná o náročnou úlohu. Ale když to přeneseme do prostředí polibků, lehce najdeme odpovědi:
a) 1 + 2 + 3 + 4+ 5 = 15, b) 1 + 2 + 3 + 4+ 5 + 6 = 21, c) 1 + 2 + 3 + 4+ 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.
Ještě rychleji najdeme odpovědi, pomocí konceptu:
a) (6.7):2 = 21, b) (7.8):2 = 28, c) (9.10):2 = 45.

Úloha 9.43. Mám k dispozici a) 6 krychlí b) 11 krychlí. Z nich tvořím stavby s půdorysem 3×1. Kolik takových staveb existuje, když dvojici souměrných staveb považuji za dvě různé stavby?

a) Pomocí metody vypsání všech možností dostanu těchto 10 staveb:

4-1-1, 3-2-1, 3-1-2, 2-3-1, 2-2-2, 2-1-3, 1-4-1, 1-3-2, 1-2-3, 1-1-4.

b) Vypsání všech možností by zde trvalo hodně dlouho. Efektivnější je najít úlohu izomorfní. Takou je úloha 9.9 – viz příloha 3.

Příloha 1.

Ilustraci 26 budeme hrát s původní galerií, ve které změníme jedno jméno: místo jména Aleš dáme jméno Albert. Tedy nová galerie má tvar: Alice, Albert, Boris, Božena, Josef, Judita. Hráč, který hádal měl štěstí, protože hned v prvním tahu uhodl, že v okně A je Boris.

Na druhou otázku, zda je Albert v okně B dostal zápornou odpověď. Pak se zeptal, zda řešením je tabulka 4. K velikému překvapení dostal zápornou odpověď, za co musel zaplatit 10 bodů.

Boris	Josef	Albert
Božena	Judita	Alice

Tab. 4

$\boxed{\text{Výzva 9.6.}}$ Co poradíte zklamanému hráči, jak má dále pokračovat?

Záhada spočívá v tom, že daná galerie má ještě jedno řádkové kritérium, které jsme zatím nebrali do úvahy. Je to počet písmen ve jménu. Jména Alice, Boris a Josef mají po 5 písmenech; jména Albert, Božena a Judita mají po 6 písmenech. Zadavatel použil právě toto druhé řádkové kritérium a do prvního řádku dal jména s 5 písmeny, do druhého se 6. Jeho tabulka se od tabulky 4 lišila v posledním sloupci, jména Albert a Alice tam byla prohozena.

Člověka napadne, že v dané galerii lze najít asi i další kritéria a slova lze proházet ještě více.

Například kritéria použita na organizaci slov v tabulce 5 jsou následující: slova
v horním řádku neobsahují písmeno „o“,
v dolním řádku obsahují písmeno „o“,
v prvním sloupci obsahují písmeno „j“ ,
ve druhém sloupci neobsahují ani písmeno „j“, ani písmeno „r“,
ve třetím sloupci obsahují písmeno „r“.

Judita	Alice	Albert
Josef	Božena	Boris

Tab. 5

Značná variabilnost volby kritérií zpochybňuje tuto hru. Ze zkušenosti víme, že hráč (učitel matematiky), který neodhalí sofistikovaně vymyšlená kritéria, zaútočí na smysl a řekne, že hra se vlastně nedá uhodnout, protože ať si slova rozestavíme jakkoli, vždy najdeme nějaká kritéria, která právě takové rozestavení slov zdůvodní.
Nuže poslední tvrzení je velice diskutabilní, ale důležitější je něco jiného. Skutečným smyslem této hry není vyhrávat, ba ani naučit žáky strategii této hry. Skutečným smyslem hry je navodit mezi žáky situaci, ve které se začnou hluboce zajímat o proces klasifikace a o to, co je a co není kritériem. Jestliže mezi žáky vypukne hádka o legitimnost toho nebo onoho pohledu, pak hra plní svůj hlavní didaktický úkol.

Pro čtenáře nabízíme ještě několik výzev. Ve všech půjde o nalezení rozumné strategie u rozehrané partie (některá slova již jsou v tabulce umístěna, některé další informace jsou známy).

$\boxed{\text{Výzva 9.7.}}$ Galerie má 6 objektů: acb, acc, ada, bca, bdb, bdc. Pozici objektu „acb“ známe (viz tabulka 6) a víme, že objekt „acc“ není v okně B.

acb		

Tab. 6

$\boxed{\text{Výzva 9.8.}}$ Galerie má 8 objektů: 7, 11, 20, 22, 24, 25, 27, 28. Pozici dvou objektů známe (viz tabulka 7). Dále víme, že objekt 22 není v žádném okně prvního sloupce.

	20		
		7	

Tab. 7

$\boxed{\text{Výzva 9.9.}}$ Galerie má 9 objektů: hoblík, Hronov, hyena, Kladno, koště, kotě, páv, pistole, Plzeň. Tabulka má tvar 3 × 3 a její okna jsou značena, jak je uvedeno v Tab. 8. Víme, že v okně A je „Hronov“, v okně C je „hoblík“ a objekt „hyena“ není v okně B.

A	B	C
D	E	F
G	H	J

Tab. 8

Řešení.
K výzvě 6. Optimální strategie hádání: Zvolíme jeden objekt, například „Alice“ a ptáme se postupně, zda se nachází v okně A, pak B, pak C, pak D, pak E. Jakmile dostaneme kladnou odpověď, objekt „Alice“ zapíšeme do příslušného okna. Zvolíme jiné okno toho řádku, ve kterém je zapsána „Alice“ a ptáme se, zda v tomto okně leží objekt „Božena“. Ať je odpověď jakákoli, víme, kde objekt „Božena“ leží a tím víme polohu všech dalších objektů galerie.
Cena strategie závisí od polohy objektu „Alice“. Když leží v okně A, bude cena 2 body. Když leží v okně B, cena je 3 body. Když leží v okně C, cena je 4 body. Když leží v okně D, cena je 5 bodů. Když objekt „Alice“ leží v okně E nebo F, cena je 6 bodů. Každá z uvedených 6 možností nastává s pravděpodobností 1/6. Tedy průměrná cena uvedené strategie je (2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 6)/6 = 13/3 = 4,3333… Jinak řečeno, budeme-li hrát hodně partií, například 60, proti soupeři, který bude tabulku volit zcela náhodně a my budeme používat stále stejnou strategii, pak je veliká pravděpodobnost, že celkově za všechny hry zaplatíme přibližně 60 . (13/3) = 260 bodů.

K výzvě 7. Nejdříve hledáme možná řádková a sloupcová kritéria. Nacházíme tři řádková kritéria:
α. První písmeno objektu je a/b,
β. Druhé písmeno objektu je c/d,
γ. V objektu jsou/nejsou dvě stejná písmena.
Sloupcové kritérium nacházíme jediné: Třetí písmeno objektu je a/b/c
Je možné, že čtenář najde ještě další kritéria a tím ukáže, že naše řešení není úplné. My ale dále pokračujeme s předpokladem, že jiná než uvedená kritéria neexistují. Hledáme všechny možnosti, jak může vyplněná tabulka vypadat.

Jestliže řádkové kritérium je α, pak v prvním řádku jsou objekty „acc“ a „ada“. Ale „acc“ není v okně B, tedy je v okně C a v okně B je pak objekt „ada“. Tabulka má v tomto případě tvar Tab. ř1.

acb	ada	acc
bdb	bca	bdc

Tab. ř1

Jestliže řádkové kritérium je β, pak v prvním řádku jsou objekty „acc“ a „bca“. Ale „acc“ není v okně B, tedy je v okně C a v okně B je pak objekt „bca“. Tabulka má v tomto případě tvar Tab. ř2.

acb	bca	acc
bdb	ada	bdc

Tab. ř2

Jestliže řádkové kritérium je γ, pak v prvním řádku jsou objekty „bdc“ a „bca“. Tentokráte nastávají dvě možnosti – Tab. ř3 a Tab ř4.

acb	bca	bdc
bdb	ada	acc

Tab. ř3

acb	bdc	bca
bdb	acc	ada

Tab. ř4

Víme, že existují 4 možnosti, a ke zjištění, která z nich nastává, stačí dvě otázky za 1 bod. Můžeme postupovat například takto:
První otázka zní „je objekt „acc“ v okně C?“.
Když je odpověď kladná, bude druhá naše otázka „je objekt „ada“ v okně B?“ Je-li i teď odpověď kladná, je řešením Tab. ř1, je-li záporná, je řešením Tab. ř2.
Když je odpověď na první otázku záporná, bude druhá naše otázka „je objekt „bca“ v okně B?“ Je-li odpověď kladná, je řešením Tab. ř3, je-li záporná, je řešením Tab. ř4.

K výzvě 8. U čísel lze nají značné množství kritérií. Zde skutečně každé rozestavení čísel do oken tabulky můžeme popsat pomocí kritérií. Ta budou ale hodně umělá. Například kdybychom chtěli do horního řádku vložit čísla 20, 22, 24 a 25, uděláme to pomocí tohoto kritéria: Jestliže je číslo (objekt) kořenem rovnice $(x - 20)(x - 22)(x - 24)(x - 25) = 0$, pak toto číslo náleží do prvního řádku. V opačném případě náleží do druhého řádku.
My se ale omezíme na kritéria, která mohou vymyslet žáci druhého stupně ZŠ. Z tohoto pohledu nacházíme jen dvě řádková kritéria:
α. Číslo je menší/větší než 23,
β. Číslo je sudé/liché.
Podle kritéria α musí čísla 7 a 20 ležet ve stejném řádku, což splněno není. Tedy řádkové kritérium je β. Pak v horním řádku leží čísla 20, 22, 24, 28 a v dolním čísla 7, 11, 25 a 27.

Za těchto okolností se jako nadějné jeví toto sloupcové kritérium: čísla v jednom sloupci jsou soudělná. Uvedeným kritériím vyhovuje jediné řešení dané Tab. ř5.

24	20	28	22
27	25	7	11

Tab. ř5

K výzvě 9. Naše řešení je následující: sloupcové kritérium je sémantické. V prvním sloupci jsou jména měst, ve druhém zvířata, ve třetím věci. Náročnější je řádkové kritérium. V prvním řádku jsou maskulina, ve druhém feminina, ve třetím neutra.

Hronov	páv	hoblík
Plzeň	hyena	pistole
Kladno	kotě	koště

Tab. ř6

Příloha 2.

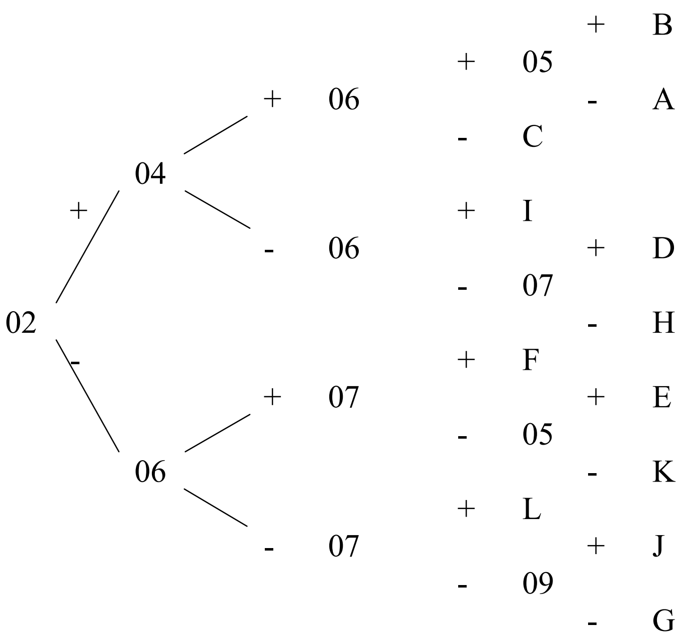
Rozhodující je hledání klasifikačních kritérií. 12 kritérií, která jsou aplikovaná na všech 12 pentamin je uvedeno v následující tabulce. (Kout = Bod, který je vrcholem tří čtverců pentamina)

Obrázky všech min jsou uvedeny níže.

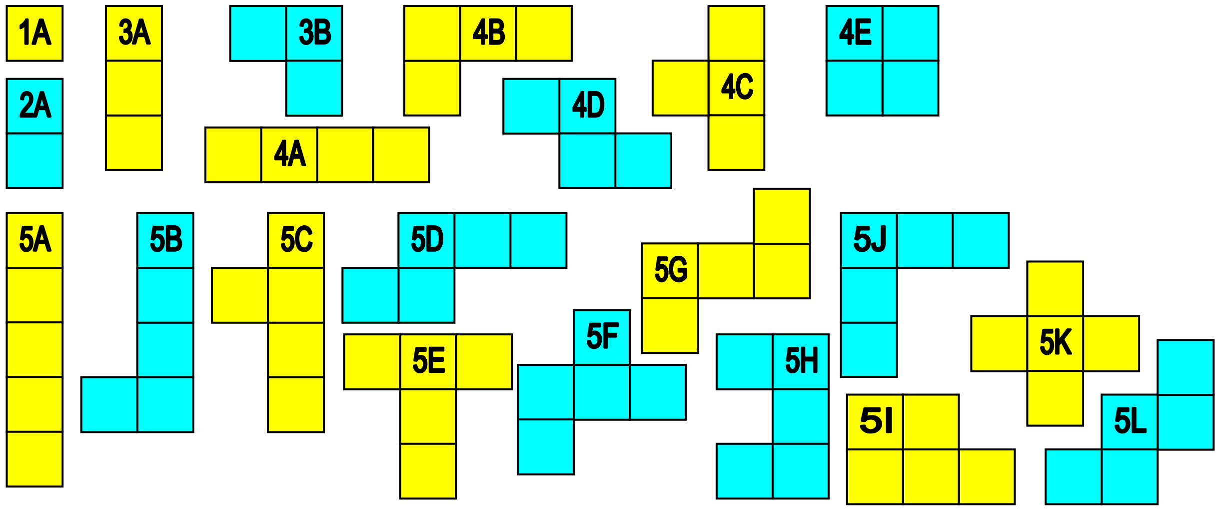
		A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**
01	Lze jej vložit do obdélníku 5x2	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
02	Lze jej vložit do obdélníku 3x2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
03	Lze jej vložit do čtverce 3x3	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
04	Lze jej slepit z 4A a 1A	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
05	Lze jej slepit z 4B a 1A	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
06	Lze jej slepit z 4C a 1A	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
07	Lze jej slepit z 4D a 1A	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
08	Lze jej slepit z 4E a 1A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
09	Má osu souměrnosti	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
10	Má střed souměrnosti	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
11	Má právě dva kouty.	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
12	Má aspoň dva kouty	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

Následující tabulka ukazuje, jak lze myšlené pentamino uhodnout na 4, (popř. na 3) hádání: Číslo v tabulce označuje číslo položené otázky, + značí ANO, - značí NE.

otázka	odpověď	otázka		odpověď	otázka		odpověď	otázka	odpověď	



Všechna monomina, bimina, trimina tetramina i pentamina:



Příloha 3. Náročnější úloha.

Úloha 9.45. Kolika způsoby lze napsat číslo 9 jako součet tří kladných celých čísel, přičemž zápisy 2+1+6, 1+2+6, 6+1+2, považujeme za různé?

Úlohu lze řešit tak, že všechny možnosti vypíšeme. Lze ji ale řešit i pomocí izomorfizmu tím, že ji přeneseme do prostředí krokování. Zápis 2+1+4 bude v tomto prostředí odpovídat krokování

→→│→│→→→→→→. Jestliže teď v tomto zápisu oddělující paličky nahradíme šipkami ↑, bude situace přenesena do prostředí cest. Následující tabulka ukazuje na čtyřech případech, jak se číselný zápis převede na krokování a to na cestu po čtverečkovaném papíru.

Čísla	Kroky	Cesty
2+1+6	→→│→│→→→→→→.	→→↑→↑→→→→→→
3+4+2	→→→│→→→→│→→.	→→→↑→→→→↑→→
1+7+1	→│→→→→→→→│→.	→↑→→→→→→→↑→
2+5+2	→→│→→→→→│→→.	→→↑→→→→→↑→→

Ale pozor!

0+3+6,	__│→→→│→→→→→→	↑→→→↑→→→→→→
3+6+0	→→→│→→→→→→│__	→→→↑→→→→→→↑
3+0+6	→→→│__│→→→→→→	→→→↑↑→→→→→→

Toto jsou nepřípustné zápisy, protože obsahují nulu. Tyto případy musíme vyloučit. Ukážeme, jak vyloučit případy s nulou na začátku, nebo na konci.

Nulu na začátku vyloučíme tak, že první šipku (na chvíli) odstraníme a když bude povel přepsán do čísel k prvnímu číslu přičteme +1. Bude-li to nula, změní se na 1, bude-li to 2 změní se na 3. Nulu na konci vyloučíme tak, že poslední šipku (na chvíli) odstraníme, a když bude povel přepsán do čísel, k poslednímu přičteme +1. Bude-li to nula, změní se na 1, bude-li to 2, změní se na 3. Uvnitř teda necháme jen 7 šipek. Pak tedy bude

1+3+5	_ │→→→│→→→→	↑→→→↑→→→→
3+5+1	→→│→→→→→│ _	→→↑→→→→→↑

Konečně musíme vyloučit případy s nulou uprostřed. To jsou ty, kde v krokovém zápisu je prostřední pole prázdné a v zápisu cest jsou vedle sebe šipky nahoru (↑↑).

Takových případů je 8:
↑↑→→→→→→→, →↑↑→→→→→→, →→↑↑→→→→→, →→→↑↑→→→→,
→→→→↑↑→→→, →→→→→↑↑→→, →→→→→→↑↑→, →→→→→→→↑↑.

<u>Řešení některých úloh</u>.

9.1. Je velice pravděpodobné, že se najdou dva různí občané se stejným jménem – například jménem často frekventovaným jako Jan Novák, nebo dvojice otec a syn. To asi lehce odhalíme pomocí telefonního seznamu Jihlavy. V takovém případě navržené uspořádání není uspořádáním, protože existují dva jedinci o nichž neumíme říct, který předchází kterého. Když ale v těchto případech dáme další podmínku, že X předchází Y jestliže je X straší než Y, pak již toto uspořádání je v pořádku.

9.2. Uspořádání je dobré, ale musíme si uvědomit, že uspořádáváme jména, nikoli lidi.

9.3. Nejasné je slovo „včera“. Když se místo něj dá přesný pracovní den, tak návrh uspořádání je uspořádáním. Bude-li to neděle, pak galerie je prázdná a není co uspořádávat.

9.4. To je uspořádání

9.5. To není uspořádání, neboť nevím zda Josef předchází Anně nebo naopak.

9.6. Podle abecedy. Nevylučujeme i jiná kritéria.

9.7. Podle počtu písmen. Nevylučujeme i jiná kritéria.

9.8. Podle délky toku. (Údaje o délce Amazonky 6762 km a Nilu 6695 km jsou převzaty z Wikipedie v prosinci 2009). Nevylučujeme i jiná kritéria.

9.9. Podle druhé číslice. Mezi čísla 6420, 2626 vložím například číslo 1511.

9.10. i 11. To je uspořádání

9.12. To je uspořádání. První je číslo 1. Má jediného dělitele, sebe sama. Pak jdou prvočísla, která mají pouze 2 dělitele, sebe a 1. Pak jdou čísla typ p^2 , kde p je prvočíslo; tato čísla mají tři dělitele 1, p a p^2. Následují čísla se čtyřmi děliteli. Jsou typu p^3 a typu $p.q$, kde p,q jsou různá prvočísla. Atd. V tomto uspořádání uvedená skupina čísel má následující pořadí: 13 < 17 < 4 <, , < 9 < 6 < 8 < 15 < 12 < 60.

9.16. a) podle počátečního písmene; b) podle počtu písmen; c) mužská a ženská jména nebo obsahují/neobsahují písmeno N.

9.17. a) lze jej vložit do obdélníka 4×2; b) dvěma různými způsoby lze do něj vložit obdélník 3×1; c) má střed souměrnosti; d) monominem jej lze doplnit na obdélník.

9.18. Do třídy A patří ta pentamina, která lze rozdělit na Růžek a Bimino. Do třídy B patří ta, která takto rozdělit nelze.