

3 Reciproké polynomy

0.1 Z minula

1. Najděte všechny kořeny polynomu $f(x) = 6x^4 - 11x^3 - x^2 - 4$.
2. Najděte všechny racionální kořeny polynomu $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 10x - 20$.
3. Najděte všechny celočíselné kořeny polynomu $f(x) = 8x^6 - 22x^5 - 43x^4 + 104x^3 + 41x^2 - 64x + 12$.

0.2 Vícenásobné kořeny

1. Nalezněte vícenásobné kořeny polynomu $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$
2. Nalezněte číslo a tak, aby polynom $f(x) = x^3 - 27x - a$ měl vícenásobný kořen.

0.3 Reciproké polynomy

Polynom $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0$ nazveme:

1. reciprokým polynomem prvního druhu (= **kladně reciprokým**), jestliže $a_k = a_{n-k}, k = 0, 1, \dots, n$,
 2. reciprokým druhého druhu (= **záporně reciprokým**), jestliže $a_k = -a_{n-k}, k = 0, 1, \dots, n$.
- Je-li c kořenem reciprokého polynomu, je také $\frac{1}{c}$ kořenem tohoto polynomu.
 - **Záporně reciproká** rovnice má vždy kořen $c = 1$.
 - **Kladně reciproká lichého stupně** má vždy kořen $c = -1$.
 - **Kladně reciprokou sudého stupně** řešíme pomocí substituce $y = x + \frac{1}{x}$.
 - Po vydělení **kladně reciproké rovnice lichého stupně** jejím kořenovým činitelem $x+1$ dostaneme **kladně reciprokou sudého stupně**.

0.3.1 Úlohy na reciproké polynomy

1. Nalezněte kořeny polynomu $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$.
2. Nalezněte kořeny polynomu $f(x) = x^9 - x^8 - 7x^7 + 15x^6 - 8x^5 - 8x^4 + 15x^3 - 7x^2 - x + 1$.