

Vypočítejte trojné integrály:

$$(1) \quad \iiint_{\Omega} \frac{4z}{xy} dx dy dz \quad \Omega = \{[x, y, z]; 0 \leq z \leq xy, \frac{1}{x} \leq y \leq \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4\} \quad \blacktriangleright \quad 21 - 2 \ln 2$$

$$(2) \quad \iiint_{\Omega} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz \quad \Omega = \{[x, y, z]; 0 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, 0 \leq x, y, z\} \quad \blacktriangleright \quad \frac{13}{3} \pi$$

Ověřte Gaussovu - Ostrogradského větu pro funkci \vec{f} a těleso Ω :

$$(3) \quad \vec{f}(x, y, z) = (x^3 z, x^2 y z, x^2 z^2) \quad \Omega = \{[x, y, z]; 0 \leq z \leq \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\} \quad \blacktriangleright \quad \frac{16}{15}$$

Vypočítejte objem tělesa Ω :

$$(4) \quad \Omega = \{[x, y, z]; 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq \sqrt{y}, 0 \leq z \leq x + y^2\} \quad \blacktriangleright \quad \frac{15}{28}$$

$$(5) \quad \Omega = \{[x, y, z]; 0 \leq y \leq 2, 0 \leq 2x \leq y, 0 \leq z \leq y^2 - x^2\} \quad \blacktriangleright \quad \frac{11}{6}$$

$$(6) \quad \Omega = \{[x, y, z]; 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 3y, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\} \quad \blacktriangleright \quad 3$$