Dopravný problém

Daniel Till

27.4.2022

Motivácia a špecifiká problému

EWOS:

- približne 300 zákazníkov,
- 10 plavidiel, 3 továrne,
- sezónnosť dopytu,
- jednotlivé objednávky známe aspoň 10 dní vopred (možné zmeny v rozumnej miere až do odchodu lode),
- jednotlivé lode môžu počas plánovaného horizontu vykonať viacero jázd,
- každá objednávka obsahuje najskoršiu a nejneskoršiu dodaciu lehotu,
- možnosť cestovania medzi skladmi,
- nedeliteľnosť objednávok.

MIP model

Indexové množiny:

- $\mathcal{V}$ – plavidlá ν,
- $\mathcal{J}$ – návštevy továrne j,
- $\mathcal{Q}$ – objednávky zákazníkov q,
- $\mathcal{Q}_\nu$ – objednávky zákazníkov, ktoré majú byť dopravené plavidlom ν,
- $\mathcal{J} \cup \mathcal{Q} = \mathcal{N}$,
- $\mathcal{J} \cup \mathcal{Q}_\nu = \mathcal{N}_\nu$ – uzly dosiahnuteľné plavidlom ν,
- $\mathcal{N}_\nu^o = \mathcal{N}_\nu \cup \{o(\nu)\}$, $\mathcal{N}_\nu^d = \mathcal{N}_\nu \cup \{d(\nu)\}$, $\mathcal{N}_\nu^{od} = \mathcal{N}_\nu \cup \{(o(\nu), d(\nu))\}$.

MIP model

Rozhodovacie premenné:

- $x_{nn'\nu} \in \{0, 1\}$, $n \in \mathcal{N}_\nu^o$, $n' \in \mathcal{N}_\nu^d$, $\nu \in \mathcal{V}$ – či plavidlo ν obslúži uzol n' priamo po uzle n alebo nie,
- $t_n \geq 0$, $n \in \mathcal{N}_\nu^{od}$ – čas, v ktorom naloženie/vyloženie v uzle n začal,
- $y_{\nu n} \geq 0$, $n \in \mathcal{N}_\nu^o$, $\nu \in \mathcal{V}$ – naložený inventár plavidla ν po obslúžení uzla n,
- $a_{\nu n} \geq 0$, $n \in \mathcal{N}_\nu^o$, $\nu \in \mathcal{V}$ – naložené/vyložené množstvo na/z plavidla ν v uzle n.

MIP model

Vstupné parametre:

- $c_{nn'\nu}$ – náklady plavidla ν z uzla n do uzla n',
- D_q – požadované množstvo v objednávke zákazníka q,
- U_n – čas naloženia/vyloženia na jednotku produktu v uzle n,
- K_ν – kapacita plavidla ν,
- T – časový horizont,
- $T_{nn'\nu}$ – časová vzdialenosť medzi obslúžením uzlov n a n' pre plavidlo ν,
- $T_n^{\min}$, $T_n^{\max}$ – časové okno pre obsluhu n ($T_n^{\max} \leq T$),
- $o(\nu)$ – začiatočný uzol plavidla ν,
- $d(\nu)$ – konečný uzol plavidla ν.

MIP model

Účelová funkcia

$$\min \sum_{\nu \in \mathcal{V}} \sum_{n \in \mathcal{N}_\nu^o} \sum_{n' \in \mathcal{N}_\nu^d} c_{nn'\nu} x_{nn'\nu} + \alpha \sum_{\nu \in \mathcal{V}} t_{d(\nu)},$$

kde prvý člen označuje súčet všetkých dopravných nákladov a $\sum_{\nu \in \mathcal{V}} t_{d(\nu)}$ je súčet časov, kedy dorazili plavidlá do svojich konečných uzlov, teda kedy dokončili svoje trasy.
Druhý člen, ktorý autori vnímajú ako penalizáciu, je aproximáciou skutočnej štruktúry nákladov lodí, ktoré nedokončia svoje trasy včas. Stanovenie skutočnej štruktúry nákladov sa v tomto prípade ukázalo ako príliš komplikovaná úloha. Teda pre praktické použitie parameter α umožňuje používateľovi dať parametrickú hmotnosť tejto časti. Úpravou koeficientu α môže byť prisúdená primeraná dôležitosť časom, v ktorých lode dokončia svoje trasy.

MIP model

Obmedzenia plavby plavidiel

$$\sum_{\nu\in\mathcal{V}}\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^o} x_{nj\nu} \leq 1, \quad j\in\mathcal{J}, \tag{1}$$

$$\sum_{\nu\in\mathcal{V}}\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^o} x_{nq\nu} = 1, \quad q\in\mathcal{Q}_\nu, \tag{2}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu} x_{o(\nu)n\nu} = 1, \quad \nu\in\mathcal{V}, \tag{3}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^o} x_{nn'\nu} = \sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^d} x_{n'n\nu}, \quad \nu\in\mathcal{V}, n'\in\mathcal{N}_\nu, \tag{4}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{J}} x_{jd(\nu)\nu} = 1, \quad \nu\in\mathcal{V}, \tag{5}$$

$$\sum_{q\in\mathcal{Q}} x_{qd(\nu)\nu} = 0, \quad \nu\in\mathcal{V}. \tag{6}$$

MIP model

Časové obmedzenia plavidiel

$$x_{nn'\nu}(t_n + U_n a_{\nu n} + T_{nn'\nu} - t_{n'}) \leq 0, \quad n \in \mathcal{N}_\nu^o, n' \in \mathcal{N}_\nu^d, \nu \in \mathcal{V}, \tag{7}$$

$$T_n^{\text{min}} \leq t_n \leq T_n^{\text{max}}, \quad n \in \mathcal{N}, \tag{8}$$

$$t_{o(\nu)} = 0, \quad \nu \in \mathcal{V}. \tag{9}$$

Linearizácia (7):

$$t_n + U_n a_{\nu n} + T_{nn'\nu} - t_{n'} \leq (1 - x_{nn'\nu})T.$$

MIP model

Obmedzenia prepravy nákladov

$$x_{nj\nu}(y_{\nu n} + a_{\nu j} - y_{\nu j}) = 0, \quad n \in \mathcal{N}_\nu^o, j \in \mathcal{J}, \nu \in \mathcal{V}, \tag{10}$$

$$x_{nq\nu}(y_{\nu n} - a_{\nu q} - y_{\nu q}) = 0, \quad n \in \mathcal{N}_\nu^o, q \in \mathcal{Q}_\nu, \nu \in \mathcal{V}, \tag{11}$$

$$a_{\nu o(\nu)} = 0, \quad \nu \in \mathcal{V}, \tag{12}$$

$$y_{\nu o(\nu)} = 0, \quad \nu \in \mathcal{V}, \tag{13}$$

$$y_{\nu j} \leq K_\nu \sum_{n \in \mathcal{N}_\nu^o} x_{nj\nu}, \quad j \in \mathcal{J}, \nu \in \mathcal{V}, \tag{14}$$

$$a_{\nu j} \leq y_{\nu j}, \quad j \in \mathcal{J}, \nu \in \mathcal{V}, \tag{15}$$

$$y_{\nu q} + a_{\nu q} \leq K_\nu \sum_{n \in \mathcal{N}_\nu^d} x_{qn\nu}, \quad q \in \mathcal{Q}_\nu, \nu \in \mathcal{V}, \tag{16}$$

$$D_q \leq \sum_{\nu \in \mathcal{V}} a_{\nu q}, \quad q \in \mathcal{Q}_\nu. \tag{17}$$

MIP model

Linearizácia (10) a (11):

$$
\begin{aligned}
y_{\nu n} + a_{\nu j} - y_{\nu j} &\leq (1 - x_{nj\nu})K_\nu, \\
y_{\nu n} + a_{\nu j} - y_{\nu j} &\geq -(1 - x_{nj\nu})K_\nu, \\
y_{\nu n} - a_{\nu q} - y_{\nu q} &\leq (1 - x_{nq\nu})K_\nu, \\
y_{\nu n} - a_{\nu q} - y_{\nu q} &\geq -(1 - x_{nq\nu})K_\nu.
\end{aligned}
$$

Metódy riešenia

- Problém s priamym riešením pomocou MIP riešiča,
- Konštrukčná heuristika,
- Tabu vyhľadávanie,
- Zhlukujúca heuristika.

Metódy riešenia

Konštrukčná heuristika:

- Zostavenie trasy pre plavidlá postupným vkladaním objednávok na koniec otvorených ciest,
- Ak je loď vyprázdnená, tak nájdeme najbližšie skladisko a loď môže byť znovu naložená.

Na nasledujúcich 2 stránkach si ukážeme danú heuristiku podrobnejšie.

Po počiatočnej inicializácii budeme robiť nasledujúce kroky kým množina objednávok $\mathcal{Q}$ nebude prázdna:

- Najprv sa vyberú všetky objednávky so spoločným časovým oknom.
- Potom každú z týchto objednávok q skúsime dať na koniec každej otvorenej trasy o, ak je to možné vzhľadom k časovému oknu objednávky a kapacite plavidla (ktorému prísluší daná trasa). V prípade, že je to najlepšie priradenie danej objednávky trase (v zmysle najkratšej časovej vzdialenosti medzi zákazníkom s objednávkou o a posledným uzlom aktuálnej trasy), tak túto objednávku priradíme danému plavidlu na koniec (priebežnej) trasy.

- Ak neexistuje žiadne prípustné vloženie (objednávok q na koniec otvorených trás o), tak presuň zvyšné objednávky (z 1. bodu) do množiny nevybavených zákazníkov. Inak nájdi najlepšie prípustné priradenie $\hat{q}$ z pomedzi všetkých priradení z bodu 2 (vzhľadom k najlepšiemu a druhému najlepšiemu možnému vloženiu podľa kritéria z bodu 2. Ak pre niektoré uzly nie je možné druhé najlepšie vloženie, tak v tomto kroku vynecháme všetky uzly s druhým najlepším vložením a zvoľ objednávku s najmenšou vzdialenosťou) a vlož objednávku na koniec príslušnej (otvorenej) cesty.
- Ak je kapacita lode ν po vložení objednávky $\hat{q}$ naplnená, tak uzavri cestu (lode ν), nájdi najbližšiu továreň a nalož objednávku. Vlož uzavretú cestu do množiny uzavretých ciest a odober ju z množiny otvorených ciest.Inicializuj novú otvorenú cestu.

Metódy riešenia

0. Initialize open routes $\mathcal{O}$:
   - Use starting depot for each ship
   - and earliest time when it become available

   Unsatisfied orders $\mathcal{U} = \emptyset$
   Finished (closed) routes $\mathcal{C} = \emptyset$
   Sort orders $\mathcal{Q}$ w.r.t. time windows
   Sort ships $\mathcal{V}$ w.r.t. capacities

1. While $\mathcal{Q}$ is not empty do:
   - Select all nodes with the same Time Windows: $\mathcal{Q}_{TW}$
   - Set $\mathcal{Q} = \mathcal{Q} \setminus \mathcal{Q}_{TW}$

2. For each $q \in \mathcal{Q}_{TW}$ do:
   - For each $o \in \mathcal{O}$ do:
     - If insertion of q to the end of open route o is feasible with respect to time windows and ship capacity:
       - If the insertion is the best with respect to the selected criterion[1]:
         - Set $o(q) = o$ and the used ship $v(q) = v$
   - End For

   End For

3. If no feasible insertion exists:
   - Put the remaining orders into the set of unsatisfied customers: $\mathcal{U} = \mathcal{U} \cup \mathcal{Q}_{TW}$ and set $\mathcal{Q}_{TW} = \emptyset$

   Else:
   - Find the best feasible insertion $\hat{q}$ among all insertions $o(q)$ with respect to the selected criterion[2] and insert the order to the end of the route $o(\hat{q})$

4. If the capacity tolerance of ship $v(\hat{q})$ is reached after insertion:
   - Finish the route: find the closest depot and insert it to the end
   - Insert the finished route into the set of closed routes $\mathcal{C} = \mathcal{C} \cup \{o(\hat{q})\}$ and remove it from open routes $\mathcal{O} = \mathcal{O} \setminus \{o(\hat{q})\}$
   - Initialize new open route from the final depot with corresponding starting time

End While

[1], [2] Two different criteria can be used.

Obr.: Konštrukčná heuristika.

Metódy riešenia

Tabu vyhľadávanie:

- Hlavným dátovým konceptom je plavba – kombinácia plavidla ν a trasy $r = (n_1, n_2, ..., n_m)$,
- Každý z medziľahlých uzlov má priradené časové okno $[T_n^{\min}, T_n^{\max}]$,
- Každý uzol zachováva štyri rôzne časové okamihy – najskorší príchod t_n^e, najskorší odlet o_n^e, posledný príchod t_n^l a posledný odlet o_n^l:

$$
\begin{aligned}
o_n^e &= t_n^e + U_n a_n, \\
t_n^l &= o_n^l + U_n a_n, \\
t_{n'}^e &= \max\{T_{n'}^{\min}, o_n^e + T_{nn'\nu}\}, \\
o_n^l &= \min\{T_n^{\max} + U_n a_n, e_{n'}^l - T_{nn'\nu}\}.
\end{aligned}
$$

Metódy riešenia

- Riešenie – súbor trás, kde každá trasa r má priradené plavidlo ν_r,
- L_r – celková dĺžku trasy r,
- Hodnota riešenia je daná

$$\sum_r L_r + \beta_1 \sum_r \max\{0, \sum_{n \in r} a_n - K_{\nu_r}\} + \beta_2 \sum_r \sum_{n \in r} \max\{0, t_n^e - t_n^l\},$$

kde $\beta_1, \beta_2 \geq 0$.

Metódy riešenia

Okolie každého riešenia je definované ťahmi:

- Rozdeliť plavbu,
- Zlúčiť plavby,
- Presunúť uzol.

Metódy riešenia

Zhlukujúca heuristika:

- Pre každé plavidlo zistíme jeho štartovací sklad a prvý raz, kedy bude v tomto sklade k dispozícii,
- Všetky objednávkové uzly rozdeľujeme do nesúvislých množín – jednu množinu pre každý aktívny sklad,
- Pre každý sklad zhromažďujeme všetky plavby vytvorené v 1. bode so začiatkom v tomto sklade a zoraďujeme ich podľa času odchodu. Ich počet značíme N_d,
- Pre každý sklad zoberieme množinu objednávkových uzlov patriacich tomuto skladu a objednáme ich podľa najskoršieho príchodu. Lineárne usporiadanú množinu rozdelíme na N_d po sebe idúcich skupín približne rovnakej veľkosti a potom priradíme prvú skupinu k prvej plavbe z 3. bodu atď.

Testovanie na historických dátach

Na základe historických údajov plavieb v druhom až štvrtok kvartále 2010 uskutočnili autori nasledujúcu simuláciu.
Vybrali konkrétny časový okamih a nechali prebiehajúce (skutočne zaznamenané) plavby dokončiť svoje trasy. Následne nechali heuristiku tabu search prevziať kontrolu nad plánovaním trás. Jednotlivé plavidlá boli dostupné v časoch a v továrňach zodpovedajúcich koncom reálnych trás. Vybrali všetky nedodané objednávky v horizonte 10 dní a pridali všetky objednávky v 10-dňovom horizonte, ktoré boli súčasťou akejkoľvek historicky zaznamenanej trasy obsahujúcej objednávky zo základného súboru objednávok. Nakoniec porovnali historicky zaznamenané trasy s trasami navrhnutými heuristikou. Výsledky pre štyri rôzne prípady sú uvedený v tabuľke nižšie. Dosiahlo sa zlepšenie prejdenej vzdialenosti takmer o 30 %.

Testovanie na historických dátach

Tabuľka: Zhrnutie testovaného prípadu.

Štart	Horizont [dni]	Doručené objednávky	Optimalizovaná vzdialenosť [km]	Historická vzdial. [km]	Zlepšenie
2010-10-14	10	118	8680,7	12923,3	32,8%
2010-10-24	10	124	10405,6	14595,3	28,7%
2010-11-06	10	139	9935,9	13753,4	27,8%
2010-11-15	10	113	9015,7	12679,5	28,9%

Testovanie na historických dátach

Flotila pozostáva z 10 plavidiel. Okrem plavidla RUBIN s kapacitou 350 ton sú kapacity plavidiel takmer rovnomerne rozdelené od 600 do 1650 ton s priemernou kapacitou cca 1200 ton. Rýchlosť jazdy je 17 - 24 km/h. Veľkosti objednávok sú jednotky ton až približne 200 ton, výnimočne 500 ton a priemerná objednávka je asi 80 ton. Prejdené vzdialenosti medzi po sebe nasledujúcimi miestami sú desiatky až stovky kilometrov.
Pre jeden z testovacích prípadov je podrobnejšie porovnanie historických trás a navrhovaných optimalizovaných trás v tabuľkách nižšie. Ako môžeme vidieť, dosiahnutá miera naplnenia plavidiel (v prípade optimalizovaých trás) je väčšinou nad 90% oproti historickým mieram naplnenia, ktoré boli podstatne nižšie[1]. Továrne (Florø, Halsa a Bergneset) sú označené ako F, H a B. Stĺpce Príchod a Odchod používajú skrátený formát dátumu, kde rok (2010) a mesiac (11) sú vynechané.

[1] Okrem jedného prípadu, kedy bola prekročená kapacita, bola miera naplnenia menej ako 80% a štandardne bola nižšia ako 60%.

Testovanie na historických dátach

Tabuľka: Navrhnuté optimalizované trasy.

Plavidlo	Z	Do	Odchod	Príchod	Miera napln.	Dni	Vzdial. [km]	Navštív.
ARCTIC FJORD	F	F	17 11:10	24 11:12	0,98	8,1	1512,0	28
ARCTIC LADY	F	F	17 21:46	23 13:48	0,94	7,9	1522,6	16
ARCTIC SENIOR	F	F	19 20:00	23 02:14	0,55	5,7	76,1	4
FEED BALSFJORD	H	H	15 23:14	22 16:17	0,99	7,3	1398,1	14
FEED TROMSØ	B	B	16 08:19	22 05:53	0,90	6,9	1037,0	15
HOLMEFJORD	F	F	17 10:22	21 19:34	0,84	3,7	521,3	9
MIKAL WITH	H	H	16 14:04	24 00:16	1,00	6,5	2038,1	20
RUBIN	B	B	18 18:13	20 20:02	0,91	5,5	535,6	3
SAFIR	B	B	18 13:10	23 01:53	1,00	5,6	375,0	4

Testovanie na historických dátach

Tabuľka: Zaznamenané historické trasy.

Plavidlo	Z	Do	Odchod	Príchod	Miera napln.	Dni	Vzdial. [km]	Navštív.
ARCTIC FJORD	F	F	17 11:10	19 18:15	0,47	2,5	888,4	14
ARCTIC FJORD	F	F	20 21:10	22 16:11	0,77	1,8	667,4	12
ARCTIC FJORD	F	F	22 21:04	24 00:55	0,31	1,2	267,4	6
ARCTIC SENIOR	F	F	18 02:10	21 13:15	0,77	3,5	1045,0	5
ARCTIC SENIOR	F	F	22 08:15	24 02:20	0,74	1,8	616,5	12
FEED BALSFJORD	H	H	15 15:48	18 15:38	0,63	3,0	848,1	7
FEED BALSFJORD	H	H	18 19:47	21 08:16	0,45	2,5	795,1	6
FEED TROMSØ	B	H	15 15:00	18 19:00	0,40	3,2	719,5	6
FEED TROMSØ	H	B	19 07:55	22 15:41	1,16	3,3	1188,2	14
HOLMEFJORD	F	F	18 04:52	20 12:10	0,17	2,3	492,1	4
MIKAL WITH	H	H	17 19:55	21 09:30	0,36	3,6	1287,8	5
MIKAL WITH	H	H	21 23:20	24 00:45	0,49	2,1	1422,7	10
RUBIN	B	B	15 08:18	22 07:09	0,29	7,0	650,0	1
SAFIR	B	B	17 17:00	19 23:00	0,55	2,2	614,9	6
SAFIR	B	B	20 14:00	24 07:30	0,35	3,7	1176,3	5

Záver

Predstavili sme MIP model, konštrukčnú heuristiku, zhlukovaciu heuristiku a tabu search heuristiku pre obsiahlý dopravný problém, ktorý vzniká pri plánovaní distribúcie zákaziek nórskej spoločnosti EWOS (výrobca krmiva pre lososie farmy). Veľkosť problému znemožnila použitie exaktných metód riešenia, ale bolo možné implementovať heuristiku tabu search s pomerne rozsiahlym prehľadávaním okolia. Získané výsledky sú z praktického hľadiska uspokojivé, keďže výsledkom je výrazné zníženie prejdenej vzdialenosti (takmer 30%) a zvýšenie priemerného naplnenia plavidla (zo 60% až na 95%) v porovnaní s historickými dátami. Výsledky tiež naznačujú potenciál pre zmenšenie flotily s dodatočnými značnými úsporami nákladov pre spoločnosť.

Zdroje

BRANDA, MARTIN, et al. Downstream logistics optimization at EWOS Norway. Mathematics for Applications, 2017, 6.2: 127-141, https://dspace.vutbr.cz/bitstream/handle/11012/137257/ma_6_2_branda_et_al_final.pdf?sequence=1

Ďakujem za pozornosť