

VZOR zkoušková písemka NMAI059 Pravd. a Stat. 1 – 2020/21

Na každý papír napište číslo příkladu a svoje příjmení.

Nepište více příkladů na stejný papír!

1. (10 bodů) Následující tabulka popisuje sdruženou pravděpodobnostní funkci $p_{X,Y}(x,y)$ náhodného vektoru (X,Y) . Jiné než vyznačené hodnoty tyto veličiny nenabývají. Víme, že $\mathbb{E}(X) = 1/2$.

$x \backslash y$	-1	0	1
0	a	1/8	1/4
1	1/8	b	1/8

- (a) Určete hodnotu a a b .
- (b) Zjistěte, zda jsou X a Y nezávislé.
2. (10 bodů) Petr se opakovaně pokouší porazit silnějšího protivníka v šachu. Pokud Petr vyhraje, získá 10 bodů, jinak (i v případě remízy) ztratí 2 body. Petr vyhrává s pravděpodobností 1/4.
- (a) V kolikátém kole Petr poprvé vyhraje (v průměru)?
- (b) Má-li Petr na začátku 6 bodů, s jakou pravděpodobností bude nejpozději po pěti kolech na nule?
- (c) Jaké je rozdělení Petrových bodů po pěti hrách, jestliže na začátku má nula bodů (záporné body jsou povoleny)? (Popište pravděpodobnostní funkci tohoto počtu bodů.)
- (d) Je vyšší pravděpodobnost, že bude mít po deseti kolech alespoň dvacet bodů, nebo po sto kolech alespoň dvě stě bodů?
3. (10 bodů) Pořádáte oslavu pro 100 hostů a přemýšlíte, kolik chlebíčků objednat. Ze zkušenosti víte, že počet chlebíčků snědených náhodným hostem je určen Poissonovým rozdělením se střední hodnotou 3. Kolik chlebíčků přibližně musíte objednat, abyste věděli, že s pravděpodobností 0.95 žádný host nebude hladový?
(Použijte vhodnou limitní větu.)

(Zadání pokračuje na druhé straně.)

4. (10 bodů) (a) Definujte pojem hustota náhodné veličiny X .
(b) Popište, jak pomocí hustoty určit $\text{var}(X)$.
5. (10 bodů) Vyslovte větu o univerzalitě uniformního rozdělení. Vysvětlete, k čemu se hodí.
6. (10 bodů) Vyslovte větu – slabý zákon velkých čísel. Dokažte ji.
-
-

Na vypracování máte **150 minut**.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčíslete je ($137 \cdot 173$ je stejně dobrá, ne-li lepší odpověď, než 23701, $\Phi^{-1}(0.975)$ také nechte nevyčísleno).

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty. Můžete využívat jeden (vlastnoručně napsaný) tahák o formátu A4.