cvic10 – bodové odhady

Bodový odhad pro $U(0, \vartheta)$

```
theta = 4.7   # parametr, který ve skutečné aplikaci NEZNÁME
n = 10        # počet měření, tzv. rozsah náhodného výběru

t = runif(n,0,theta)  # realizace náhodného výběru ... tj. konkrétní n-tice čísel
t
```

```
##  [1] 4.6718555 1.8055800 4.0224422 3.5028722 2.4954595 0.6524749 2.7788057
##  [8] 0.6382683 3.1253955 2.4766985
```

Jeden možný bodový odhad: dvojnásobek průměru z čísel, co jsme dostali. A jeho kvadratická chyba.

```
theta2 = 2*mean(t)
theta2
```

```
## [1] 5.23397
```

```
(theta2-theta)^2
```

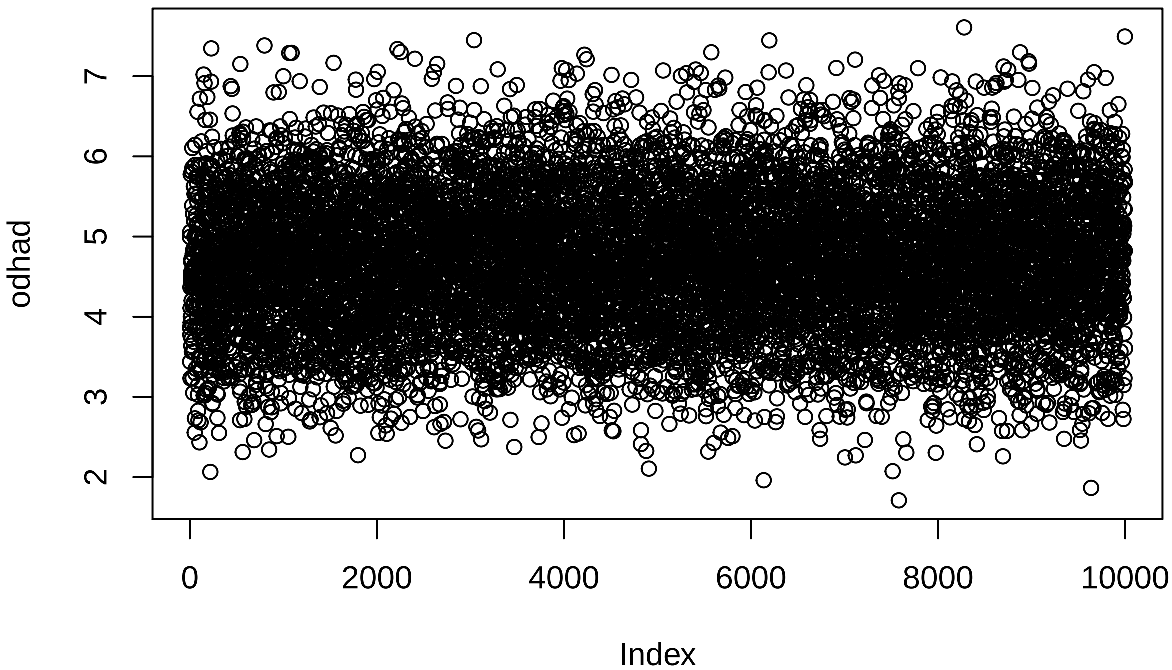
```
## [1] 0.2851244
```

Co znamenají vlastnosti bodového odhadu? A jak je ověřit? Např. nestrannost: jde nám o střední hodnotu výrazu theta2 $= 2$*mean(t), chceme, aby se rovnala theta. To můžeme spočíst “teoreticky na papíře” (a to přesně), tady zkusme samplovat. Budeme tedy opakovat celý pokus znovu a znovu a dělat průměr výrazu 2*mean(x). Pro přehlednost for-cyklem, abychom neodváděli pozornost k elegantním R-kovým konstrukcím.

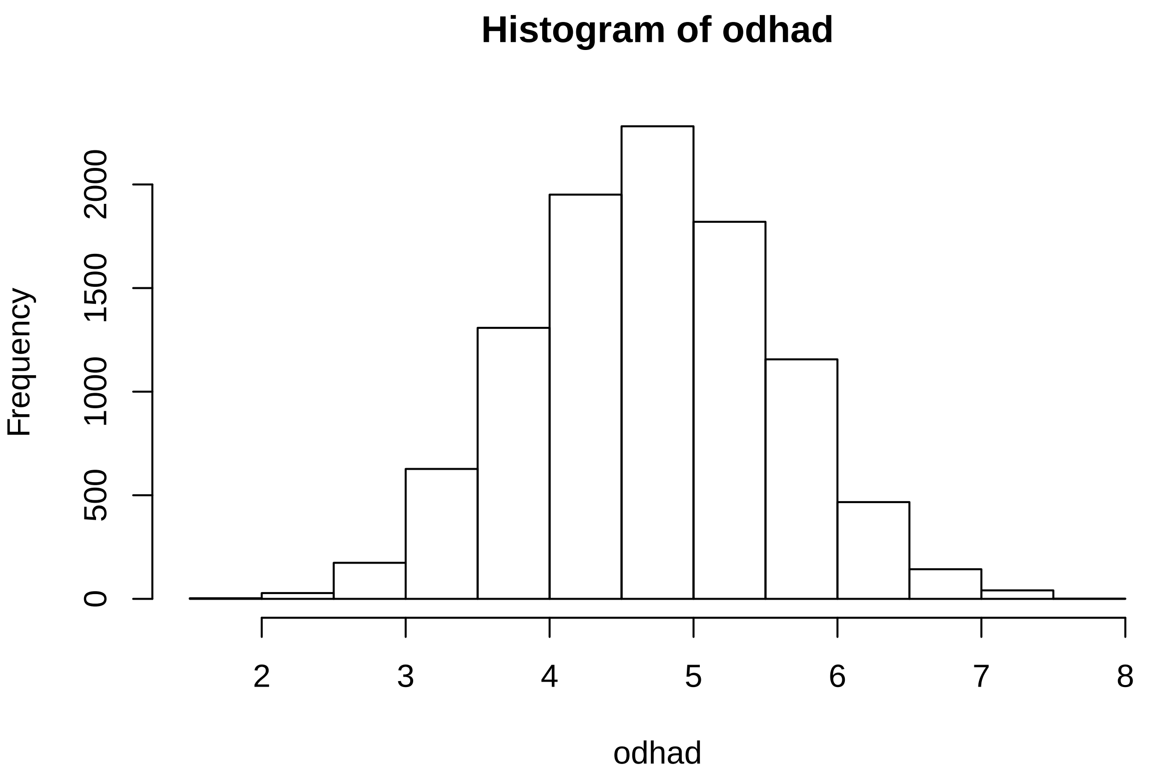
```
N = 10^4
odhad = rep(0,N)

for (cnt in 1:N) {
  odhad[cnt] = 2*mean(runif(n,0,theta))
}

plot(odhad)
```




```r
hist(odhad)
```




```r
mean(odhad)
```

```
## [1] 4.700842
```

```r
mean((odhad-theta)^2)
```

```
## [1] 0.7323372
```

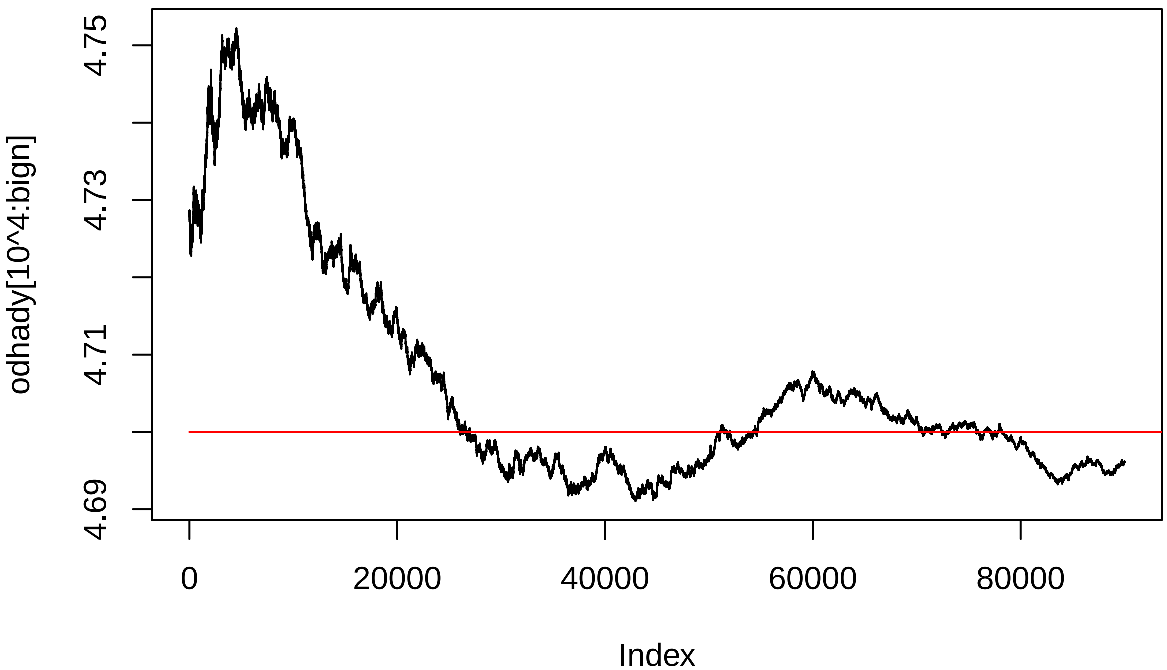
Konzistence znamená, že pro velká n dostaneme “skoro vždy” správnou hodnotu.

```
bign = 10^5
bigx = runif(bign,0,theta)

#hloupý způsob jak získat průměry ze všech prefixů: v kvadratickém čase
#odhady = 0*bigx
#for (n in 1:bign) {
#  odhady[n] = 2*mean(bigx[1:n])
#}

#chytřejší způsob v lineárním čase:
odhady = 2*cumsum(bigx)/seq(1:bign)

plot(odhady[10^4:bign], pch=2, type='l', cex=1)
lines(c(0,bign),c(4.7,4.7),col='red')
```



Teď totéž pro odhad získaný metodou max. věrohodnosti.

```
theta = 4.7   # parametr, který ve skutečné aplikaci NEZNÁME
n = 10        # počet měření, tzv. rozsah náhodného výběru

t = runif(n,0,theta)  # realizace náhodného výběru ... tj. konkrétní n-tice čísel
t
```

```
##  [1] 4.6384611 3.1129877 2.6459550 0.7747423 1.0473892 3.0502247 1.3420571
##  [8] 1.2189526 1.1245146 4.2832312
```

```
max(t)  #*(n+1)/n
```

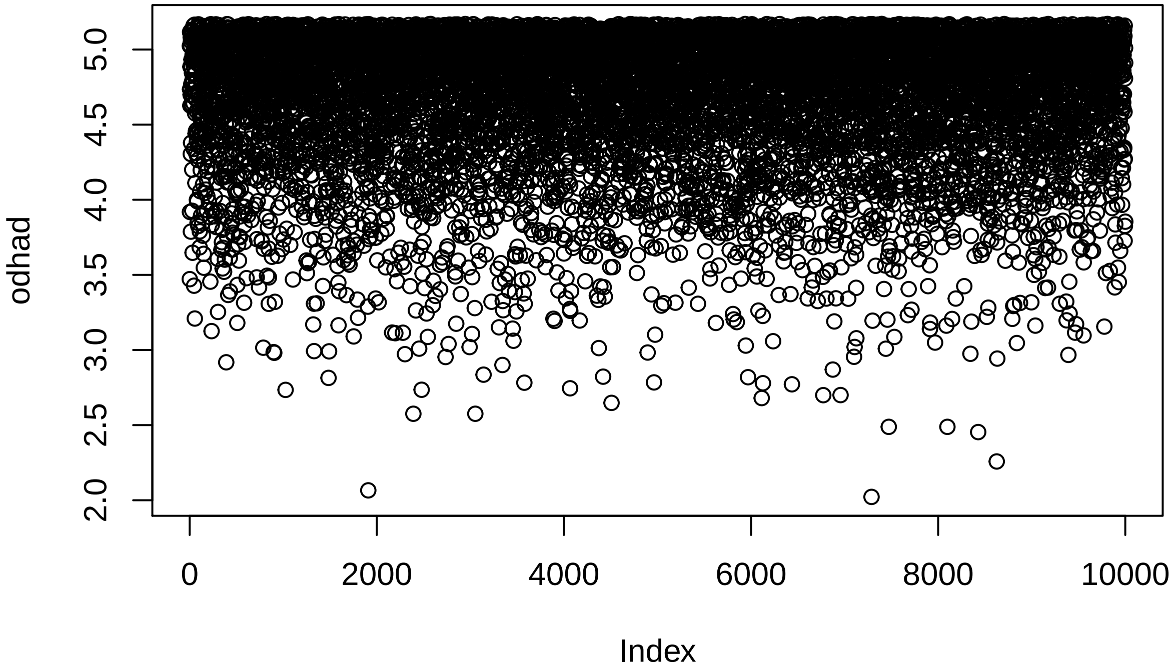
```
## [1] 4.638461
```

Nestrannost a MSE.

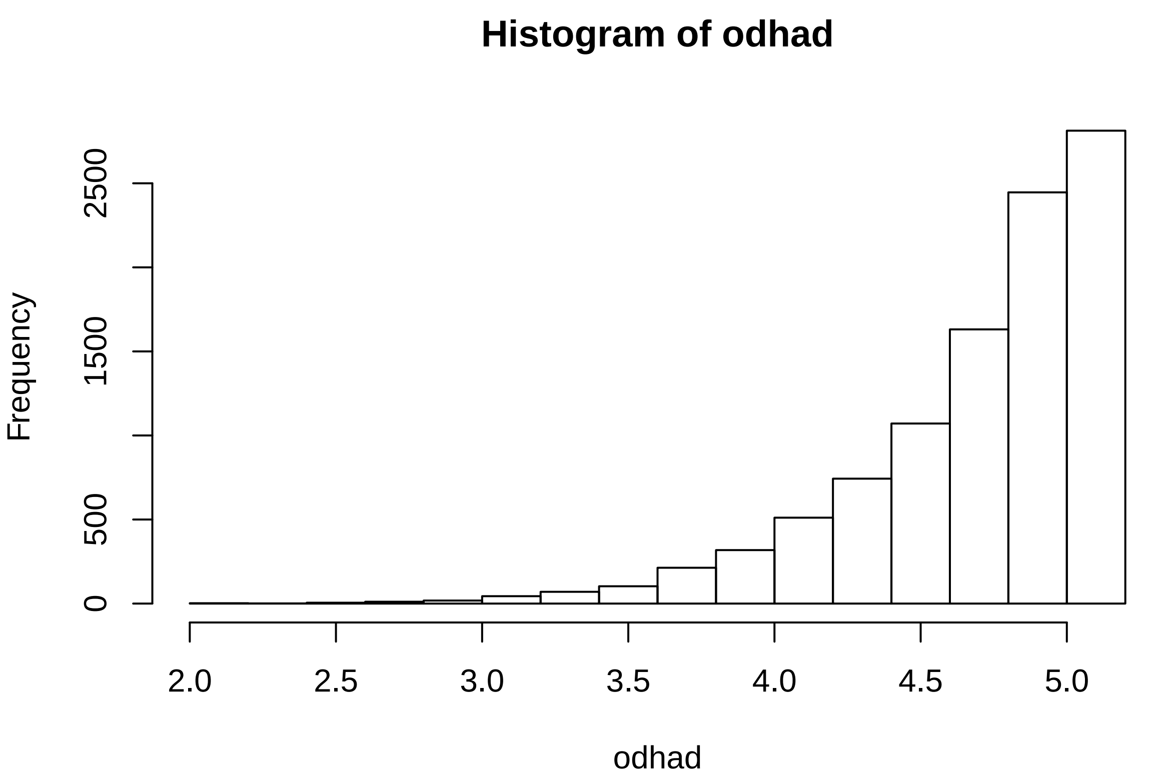
```
N = 10^4
odhad = rep(0,N)
```

```
for (cnt in 1:N) {
  odhad[cnt] = max(runif(n,0,theta))*(n+1)/n
}

plot(odhad)
```




```
hist(odhad)
```



```r
mean(odhad)
```

```
## [1] 4.697572
```

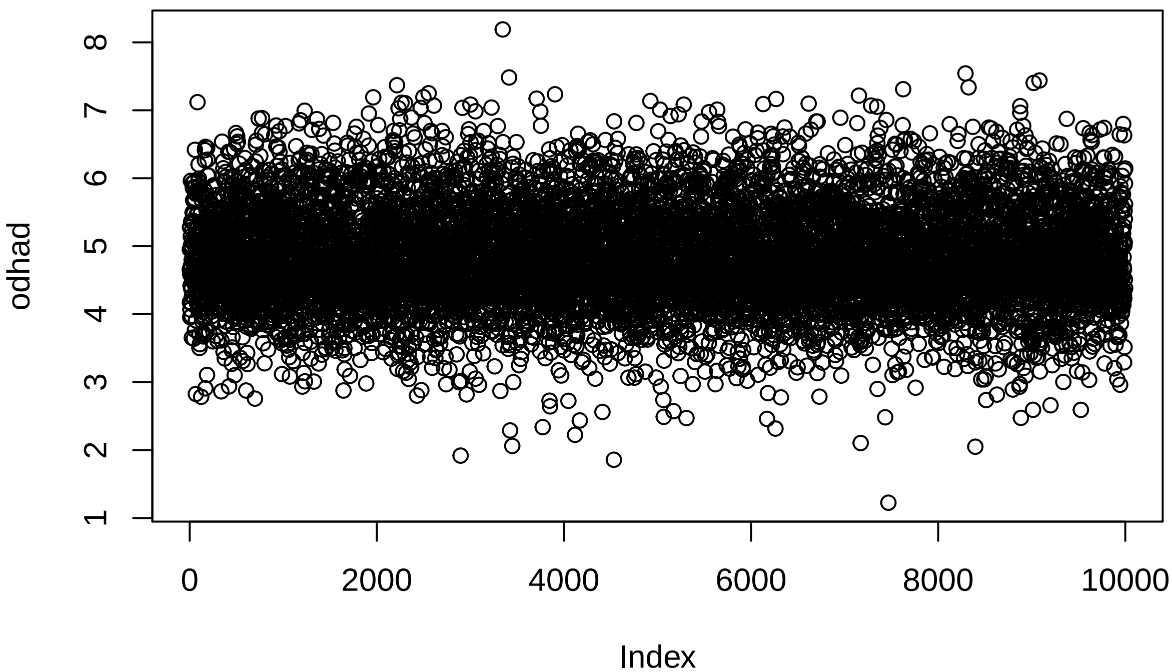
```r
mean((odhad-theta)^2)
```

```
## [1] 0.1843479
```

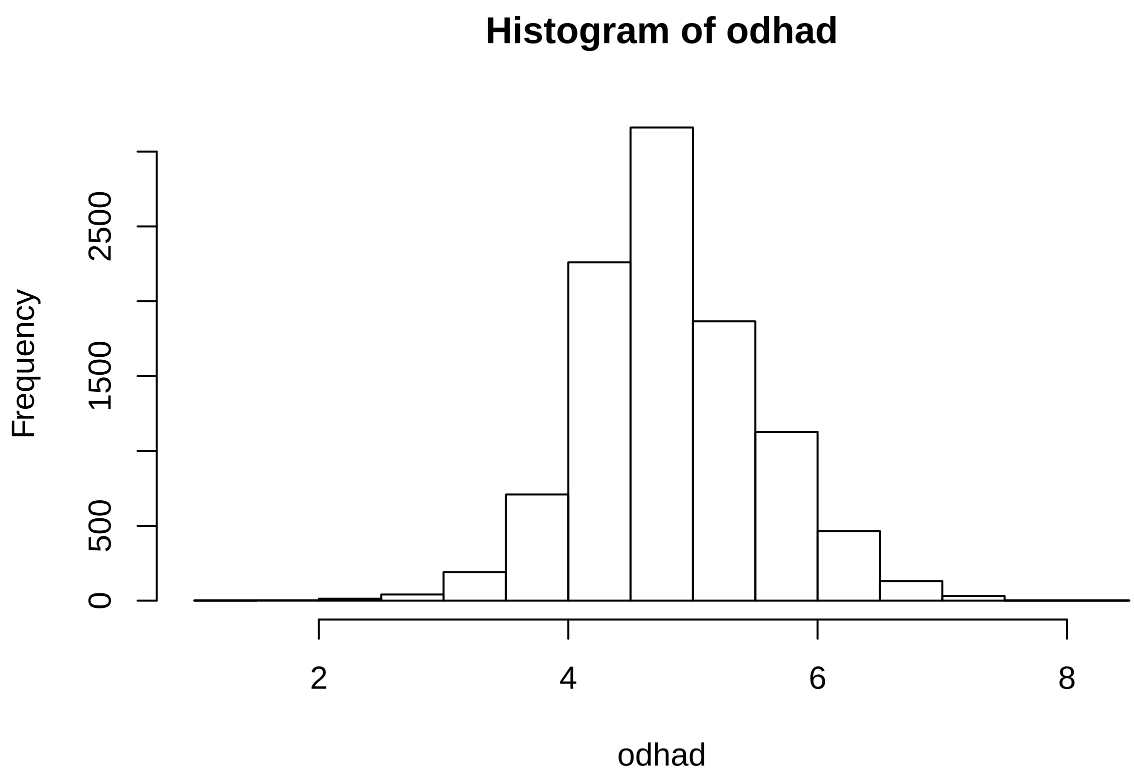
```r
N = 10^4
odhad = rep(0,N)

for (cnt in 1:N) {
  t = runif(n,0,theta)
  a = max(t) #*(n+1)/n
  b = 2*mean(t)
  odhad[cnt] = max(a,b)
}

plot(odhad)
```




```r
hist(odhad)
```




```r
mean(odhad)
```

```
## [1] 4.828388
```

```r
mean((odhad-theta)^2)
```

```
## [1] 0.5258041
```