

DCv 5.12– Problém společných životů

První verze

Lidi umírají náhodně, pokud je počet přeživších jiný, než a , tak výsledek zahodíme. Neboli simuluje úlohu přesně podle zadání.

```
m = 10
a = 4
p = 0.2

N = 10^5
suma = sumb = sumd = sumf = 0
suma = sumb = sumd = sumf = 0
cnta = 0

M = c(rep(1,a),rep(0,m-a)) # libovolná fixovaná množina, využíváme toho, že a <= m

for (i in 1:N) {
  x = rbinom(m,1,p) # přeživší ženy
  y = rbinom(m,1,p) # přeživší muži
  if (sum(x)+sum(y)==a) {
    cnta = cnta + 1
    sumd = sumd + sum(x&y)
    suma = suma + x[1]
    sumb = sum(sumb, (x[1])&(y[1]))
    sumf = sumf + all(x==M)
  }
}
```

Všechny pravděpodobnosti/střední hodnoty uvedeme napřed nasamplované, pak vypočtenou hodnotu (pro srovnání). Pravděpodobnost v části (a):

```
suma/cnta
```

```
## [1] 0.1964975
```

```
a/(2*m)
```

```
## [1] 0.2
```

Pravděpodobnost v části (b):

```
sumb/cnta
```

```
## [1] 0.02978489
```

```
a*(a-1)/(2*m)/(2*m-1)
```

```
## [1] 0.03157895
```

Střední hodnota v části (d):

```
sumd/cnta
```

```
## [1] 0.3152234
```

```
a*(a-1)/(2*(2*m-1))
```

```
## [1] 0.3157895
```

```
m = 10 a = 4
```

```
N = 10^5 suma = sumb = sumd = sumf = 0 Pravděpodobnost P(L=M | A=a):
```

```
sumf/cnta
```

```
## [1] 0.0001838573
```

```
1/choose(2*m,a)
```

```
## [1] 0.0002063983
```

Pravděpodobnost $P(L=M)$. Tady (i v minulé části) si můžeme všimnout, že výsledek se podstatně odlišuje od vypočteného. Je to tím, že pravděpodobnost je příliš malá na to, kolik pokusů jsme udělali. Pro $N = 10^6$ už se přesnost vylepší.

```
sumf/N
```

```
## [1] 4e-05
```

```
p^a*(1-p)^(2*m-a)
```

```
## [1] 4.5036e-05
```

Druhá verze

Vybereme náhodnou podmnožinu velikosti a . Musíme si rozmyslet, že je to totéž – ale zato pak máme efektivnější výpočet. (Pravděpodobně, neměřil jsem.) Zde p nepotřebujeme. Nemůžeme z principu ověřit $P(L = M)$, všechny pravděpodobnosti a střední hodnoty budou podmíněny jevem $A = a$.

```
m = 10
```

```
a = 4
```

```
N = 10^5
```

```
suma = sumb = sumd = sumf = 0
```

```
people = c(rep(1,a),rep(0,2*m-a)) # máme a živých (1), zbytek mrtvých (0)
```

```
for (i in 1:N) {
```

```
  shuffle <- sample(people) # náhodná permutace
```

```
  x = shuffle[1:m]
```

```
  y = shuffle[(m+1):(2*m)]
```

```
  stopifnot(sum(x)+sum(y)==a) # jenom pro jistotu, mělo by být vždy splněno
```

```
  sumd = sumd + sum(x&y)
```

```
  suma = suma + x[1]
```

```
  sumb = sum(sumb, (x[1])&(y[1]))
```

```
  sumf = sumf + all(shuffle==people)
```

```
}
```

```
print(suma/N)
```

```
## [1] 0.2005
```

Všechny pravděpodobnosti/střední hodnoty uvedeme napřed nasamplované, pak vypočtenou hodnotu (pro srovnání). Pravděpodobnost v části (a):

```
suma/N
```

```
## [1] 0.2005
```

```
a/(2*m)
```

```
## [1] 0.2
```

Pravděpodobnost v části (b):

```
sumb/N
```

```
## [1] 0.03224
```

```
a*(a-1)/(2*m)/(2*m-1)
```

```
## [1] 0.03157895
```

Střední hodnota v části (d):

```
sumd/N
```

```
## [1] 0.31508
```

```
a*(a-1)/(2*(2*m-1))
```

```
## [1] 0.3157895
```

Pravděpodobnost $P(L=M \mid A=a)$:

```
sumf/N
```

```
## [1] 0.00017
```

```
1/choose(2*m,a)
```

```
## [1] 0.0002063983
```