analytické vyjádření přímek, které vymezují hledaný trojúhelník:
$r: y = a_r x + b_r$
$s: y = a_s x$
$t: x = 0$

syntetické vyjádření vrcholů trojúhelníka jako průsečíků přímek *r*, *s*, *t*:
$R \in s \cap t$
$S \in r \cap t$
$T \in r \cap s$

analytické vyjádření vrcholů trojúhelníka jako průsečíků přímek *r*, *s*, *t*:

$R \in s \cap t \Longrightarrow \quad x = 0; y = a_s 0 \Longrightarrow y = 0 \Longrightarrow \quad R[0,0]$

$S \in r \cap t \Longrightarrow \quad x = 0; y = a_r 0 + b_r \Longrightarrow y = b_r \Longrightarrow \quad S[0, b_r]$

$T \in r \cap s \Longrightarrow \quad y = a_r x + b_r \quad T\left[\frac{b_r}{a_s - a_r}, \frac{a_s b_r}{a_s - a_r}\right]$

$y = a_s x$
$a_s x = a_r x + b_r$
$a_s x - a_r x = b_r$
$x(a_s - a_r) = b_r$
$x = \frac{b_r}{a_s - a_r}$
$y = a_s \frac{b_r}{a_s - a_r}$

analytické vyjádření délek stran trojúhelníka jako vzdálenosti bodů *R*, *S*, *T*:
$|RS| = |b_r|$

$$|RT| = \sqrt{\frac{b_r^2}{(a_s - a_r)^2} + \frac{a_s^2 b_r^2}{(a_s - a_r)^2}} = \sqrt{\frac{b_r^2(1 + a_s^2)}{(a_s - a_r)^2}} = \frac{|b_r|\sqrt{1 + a_s^2}}{|a_s - a_r|}$$

$$|ST| = \sqrt{\frac{b_r^2}{(a_s - a_r)^2} + \left(\frac{a_s b_r}{a_s - a_r} - b_r\right)^2} = \sqrt{\frac{b_r^2}{(a_s - a_r)^2} + \frac{a_r^2 b_r^2}{(a_s - a_r)^2}} = \sqrt{\frac{b_r^2(1 + a_r^2)}{(a_s - a_r)^2}} = \frac{|b_r|\sqrt{1 + a_r^2}}{|a_s - a_r|}$$

analytické vyjádření obvodu trojúhelníka *RST* jako součet vzdáleností úseček *RS*, *RT*, *ST*:

$$o = |RS| + |RT| + |ST| = |b_r| + \frac{|b_r|\sqrt{1 + a_s^2}}{|a_s - a_r|} + \frac{|b_r|\sqrt{1 + a_r^2}}{|a_s - a_r|} = |b_r| + \frac{|b_r|\left(\sqrt{1 + a_s^2} + \sqrt{1 + a_r^2}\right)}{|a_s - a_r|}$$

Hledáme takové parametry a_s, a_r, b_r, aby obvod $o < 10^{-6}$. Zvolíme $a_s = -10^9, a_r = 10^{-9}, b_r = -10^{-9}$ a dokážeme, že v takovém případě je $o < 10^{-6}$. Důkaz:

$$o = |b_r| + \frac{|b_r|\left(\sqrt{1 + a_s^2} + \sqrt{1 + a_r^2}\right)}{|a_s - a_r|} = |-10^{-9}| + \frac{|-10^{-9}|\left(\sqrt{1 + (-10^9)^2} + \sqrt{1 + (10^{-9})^2}\right)}{|-10^9 - 10^{-9}|}$$
$$= 10^{-9} + \frac{10^{-9}\left(\sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}}\right)}{10^9 + 10^{-9}} < 10^{-9} + \frac{10^{-9}\left(\sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}}\right)}{10^9}$$
$$= 10^{-9} + 10^{-18}\left(\sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}}\right) = o'$$

tedy $o < o'$

Ukážeme, že platí $o' = 10^{-9} + 10^{-18}\left(\sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}}\right) < 10^{-6}$. Upravujme tuto nerovnost:

$$10^{-9} + 10^{-18}\left(\sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}}\right) < 10^{-6}$$
$$10^{9} + \sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}} < 10^{12}$$

Nerovnost zřejmě platí, protože 10^9 je tisíckrát menší než 10^{12}, výraz $\sqrt{1 + 10^{18}}$ je téměř roven 10^9 a výraz $\sqrt{1 + 10^{-18}}$ je téměř roven 10^{-9}. Součty těchto tří čísel na levé straně jsou řádově mnohem menší než 10^{12} na pravé straně. Protože platí poslední řádek nerovnosti, platí tedy

$$o < o' = 10^{-9} + 10^{-18}\left(\sqrt{1 + 10^{18}} + \sqrt{1 + 10^{-18}}\right) < 10^{-6} \Longrightarrow o < 10^{-6},$$

což jsme měli dokázat.

Hledaný trojúhelník s obsahem menším než 10^{-6} tedy vytyčují například tyto přímky:
$r: y = 10^{-9}x - 10^{-9}$
$s: y = -10^{9}x$
$t: x = 0$