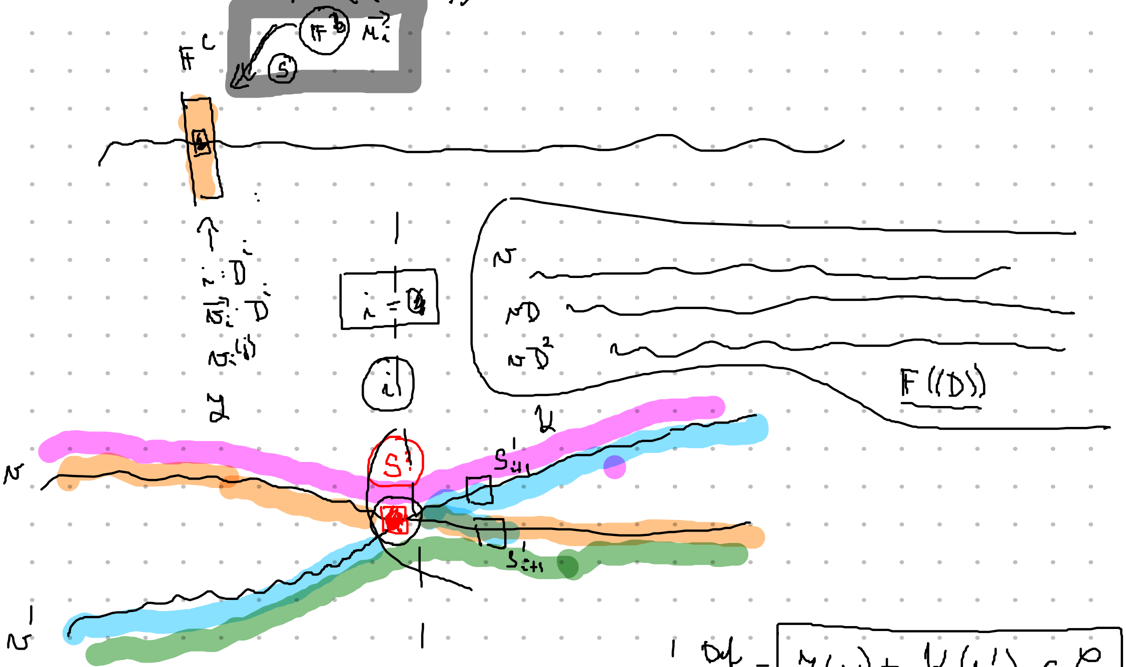
(ABS. STAV KÓDOVÁNÍ)

ABS. STAV KÓDU

$\vec{v}_i = \lambda(\vec{u}_i \mid s_i)$

$\mathcal{C} \leq \mathbb{F}((D))$



$v \sim v' \overset{Df}{\equiv} \boxed{z(v) + k(v') \in \mathcal{C}}$

$v = z(v) + k(v) \in \mathcal{C}$

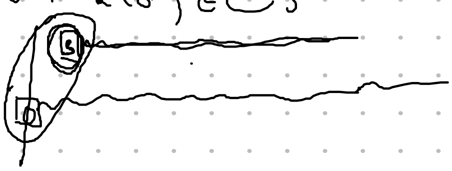
$v' = z(v') + k(v') \in \mathcal{C}$

$z(v') + k(v) \in \mathcal{C}$

$[v] = \{ v' \mid z(v) + k(v') \in \mathcal{C} \}$

$v \sim v', \; v' \sim v'' \Rightarrow v \sim v''$

$[0] = \{ v' \mid 0 + k(v') \in \mathcal{C} \}$



SMITHOVA NORM. FORMA MATICE

Gaussova elim. :

$\sim\!\!\to_{E}$

$-b/a \cdot (I) + (k)$

$r_1 \quad r_k$

Stačí $\mathbb{F}$: nadbytečné řádky (dělit) sčítat

UNIL. eliminace

„Smithova elim." : G. elim nad obrazem (dělit se zbytkem) Eukleid. obor

$\mathbb{F}[D]$ (nad ~~Gaussovým oborem~~) (~~nad OHI~~)

G nad $\mathbb{F}(D)$

3,3 : −10
1,3 : 28
1,2 : 0
1,4 : −14

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -41 & 10 \\ 0 & 6 & 20 & \boxed{3} \end{pmatrix}$$

dělit se zbytkem $\sim\!\!\to$

$$\begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}$$

$d_1 | d_2, \; d_2 | d_3$

$d_i | d_{i+1}$

$$\begin{pmatrix} d_1 & & \\ & \ddots & \\ & & d_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & -2 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$d_1 \cdot d_2 \cdot d_i$ = NSD subdeterminantů velikosti i

1 2 $\boxed{6}$ 30

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & & & \\ & \boxed{2} & & \\ & & \boxed{6} & \\ & & & 30 \end{pmatrix}$$

$\underbrace{1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 30}_{Q^3}$

$d_3 = 6 = \dfrac{\text{NSD subdet}(M_{3\times3}) = 1 \cdot 2 \cdot 6}{\text{NSD } (M_{2\times2}) = 1 \cdot 2}$

$d_2 = 2 = \frac{1 \cdot 2}{1}$

$d_2 | d_3$

$\Delta_i :=$ NSD sub. velik. i ; $\Delta_0 = 1$

~~$\forall$~~ G

TVRDÍM $\Delta_i | \Delta_{i+1}$

✓ $d_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta_{i-1}}$ $\quad i = 1, \ldots, n$

$$S = \begin{pmatrix} d_1 & & \\ & \ddots & \\ & & d_n \end{pmatrix}$$

✓ TVRDÍM $d_i | d_{i+1}$ $\quad i = 1, \ldots, n-1$

TVRDÍM : ✓ G $\xrightarrow[\text{povol. úpravy}]{}$ S

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \quad G \quad \end{pmatrix}}_{b \times c} = \left(\begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{matrix} & 0 \end{array}\right)$$

1m. . . . $b \times b$

A_2

SMITH
$$\left(\begin{array}{c|c} \begin{matrix} d_1 & & \\ & \ddots & \\ & & d_b \end{matrix} & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 10 \\ 11 & 12 & 13 \end{pmatrix} \qquad R_3 - 5 \cdot R_1$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{p_{11}} & & p_{ij} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

$\deg p_{11} \leq \deg p_{ij}$

$p_{ij} = g \cdot p_{11} + r$

$S_1 - g \cdot S_j = r$

$$\begin{array}{c} d_1 \\ \end{array} \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & & & p_{ij} & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & & & \end{pmatrix}$$

$p_{11} \nmid p_{ij}$

perm.

$S_i + p \cdot S_j$

$R_i + p \cdot R_j$

$A \cdot B$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_i \\ a_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & \cdots & b_k \end{pmatrix}$$

$$\underset{E}{\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & \cdots & p \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}} \cdot G = \begin{pmatrix} \cdots \sum a_i b_j \cdots \end{pmatrix}$$

$d_i \mid d_{i+1}$ ✓

$b \times b$ A ... poly | polynom. inverz

B $c \times c$

$$\cdots E_2 E_1 \underset{c}{G} \cdot (F_1 \cdot F_2 \cdots) = \left(\begin{array}{c|c} \begin{matrix} \boxed{d_1} & & 0 \\ & d_2 & \\ 0 & & d_b \end{matrix} & 0 \end{array}\right)$$

poly inverz polynomiálně

$$\underset{b\times b}{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{G}} \cdot \underset{c\times c}{\underline{B}} = \left(\underline{\underline{D}} \mid 0\right)$$

TVRZENÍ: $d_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_{i-1}}$ → NSD minorů

NSD minorů se nemění elementárními úpravami

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_b \end{pmatrix} \underset{E^{-1}}{\overset{E}{\rightleftarrows}} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_i + p\cdot r_j \\ r_b \end{pmatrix}$$

$$\sum a_{\sigma(1)} \dots (a_{i\sigma(i)} + p\cdot a_{j\sigma(i)}) = \sum a_{\sigma(1)} \dots + \sum p(\quad) = \overbrace{|\underline{\underline{M_k}}| + p\cdot |\underline{\underline{M_{k'}^E}}|}^{M'}$$

$\mathrm{NSD}(M_1, \dots, M_{..}) \,\|\, \mathrm{NSD}(M_1', \dots, M_{..}')$

$$\underset{b\times b}{\underline{\underline{A}}} \; G \cdot \underset{c\times c}{\underline{\underline{B}}} \qquad G \; G' = Id_{b\times b}$$

↳ unimodulární: polynom s polynomiální inverzí

⟺ det. invert. $\in \mathbb{F}$ $\quad \mathbb{F}_2$

$$A^{-1} = \left(\frac{A'_{ij}}{|A|} \right) \qquad \left| \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \right| = 1 \qquad \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$$

e $\quad$ G: min. polynomiální báze jsou minimální

ABS. STAVY G $\overset{1-1}{\longleftrightarrow}$ ABS. STAVY C

1-1

KÓDOVAČ G v přímé formě je minimální

(NEDOKÁZANÁ!)

mix G $\Leftrightarrow$ (4) má pol. pravú inverzu v D i v D^{-1}

VĚTA : NPJE :

I. G má pol. pravú inverzu

II. uG je pol. $\Rightarrow$ u je pol.

$\Downarrow$

$$\underbrace{uG}_{\text{pol}} \cdot \underbrace{G'}_{\text{pol}} = u$$

Dk $\Uparrow$ nemá pol. pravú inverzu

$\Downarrow$

paradox

$$\left(\begin{array}{ccc|c} d_1^{-1} & & & \\ & \ddots & & D \\ & & d_b^{-1} & \end{array}\right)$$

G má pol. pravú inverzu $\Leftrightarrow$ Smithova forma je identita

$\Leftarrow$

$$G = \underline{A} \cdot (D|0) \cdot \underline{B}$$

$$\Big(G \underbrace{\boxed{B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} D^{-1} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot A^{-1}}}_{G'}\Big) = Id$$