

# Množiny

## Matematické dovednosti

26.10.2020

Základními objekty, s kterými matematika pracuje, jsou množiny.

Pro popis množin a práci s nimi potřebujeme relaci  $\in$  být prvkem, její negace se označuje  $\notin$ .

Prázdná množina  $\emptyset = \{\}$  je množina splňující  $(\forall x)(x \notin \emptyset)$ .

Zápis množiny výčtem prvků, např.  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

Sjednocení množin

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Potenční množina

$$\mathcal{P}(A) = 2^A = \{x \mid x \subseteq A\}$$

Vydělení vlastností:  $A$  množina,  $V(x)$  nějaký výrok

$$B = \{x \in A \mid V(x)\}$$

Pomocí toho lze definovat průnik, množinový rozdíl atd.

$$A \cap B = \{x \in A \mid x \in B\}$$

$$A \setminus B = \{x \in A \mid x \notin B\}$$

Zápis množiny jako oboru hodnot funkce:  $f : A \mapsto B$  funkce

$$\{f(x) \mid x \in A\} = \{y \in B \mid (\exists x \in A)f(x) = y\}$$

Příklad — množina sudých celých čísel

$$S = \{z \in \mathbb{Z} \mid (\exists x \in \mathbb{Z})z = 2x\}$$

$$S = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

Je třeba si uvědomit, že při popisu vlastností je třeba vždy vydělovat podmnožinu z množiny. Problémy, které mohou nastat, když se pokusíme vyrobit množinu všech prvků s nějakou vlastností (bez vydělení z množiny) dobře ilustruje tzv. Russellův paradox

$$M = \{x \mid x \notin x\}$$

Kdyby  $M$  byla množina, pak má smysl se ptát, zda je něco jejím prvkem:

$$M \in M \Rightarrow M \notin M$$

$$M \notin M \Rightarrow M \in M$$