
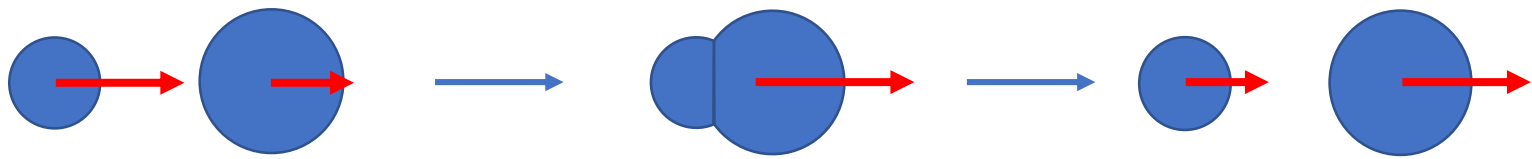


# Kolize těles

- celkem šílená problematika
- proto se omezíme na jednoduché kolize hmotných bodů:
  - Dokonale pružný ráz
  - Dokonale nepružný ráz
  - Nedokonale pružný ráz
- východiska
  - platí zákon zachování hybnosti
  - platí zákon zachování celkové energie 



# Dokonale pružný ráz

ZZH  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \longrightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1 - v'_1}{v'_2 - v_2}$

ZZME  $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \longrightarrow m_1(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = m_2(v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2)$

$$v_1 - v_2 = v'_2 - v'_1$$

$m_1 \frac{m_2}{m_1} (v_1 + v'_1) = m_2(v'_2 + v_2) \longrightarrow v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \longrightarrow v'_1 = v'_2 + v_2 - v_1$


$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

$m_1 \doteq 0 \longrightarrow v'_2 \doteq v_2$

$v_2 = 0 \longrightarrow v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad ; \quad m_1 = m_2 \longrightarrow v'_2 = v_1$



# Dokonale NEpružný ráz

Abychom se něčeho dopočítali, zavedeme podmínku:  $v_2 = 0$  

ZZH  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$   $\longrightarrow$   $v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$

$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$  ;  $E_k = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$   $\longrightarrow$   $\frac{E_k}{E_{k1}} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{m_1 v_1^2}$  

$\frac{E_k}{E_{k1}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$

$m_1 \ll m_2$

$\frac{E_k}{E_{k1}} \doteq 0$

všechna kinetická energie se přemění na vnitřní (deformační)

$m_1 \gg m_2$

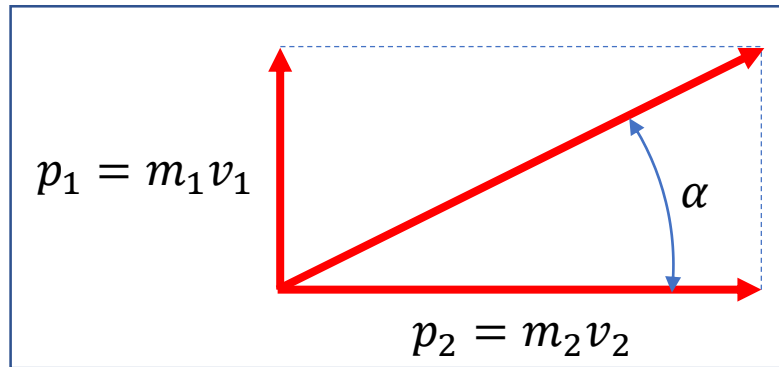
$\frac{E_k}{E_{k1}} \doteq 1$


prakticky žádná kinetická energie se nepřemění na vnitřní

# Co s různoběžnými rychlostmi?



$$p = (m_1 + m_2)v$$

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$$

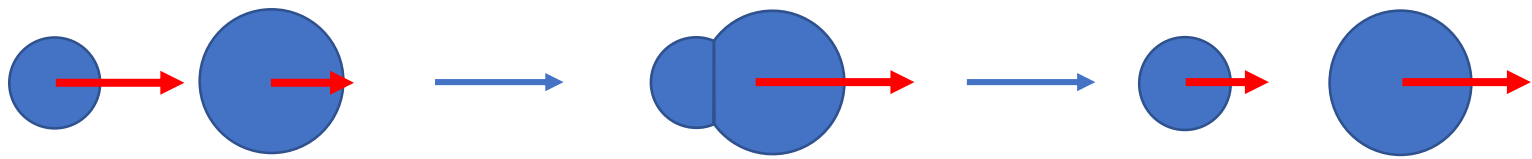


$$\text{tg}(\alpha) = \frac{p_1}{p_2} $$

množství zachované kinetické energie


$$v = \sqrt{\frac{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2}} $$

$$\frac{E_{kk}}{E_{kp}} = \frac{\frac{(m_1 + m_2)^2}{2}}{\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}} = \frac{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)}$$



# NEdokonale pružný ráz

$$v'_2 - v'_1 = k(v_1 - v_2) \quad \longrightarrow \quad v'_1 = v'_2 + kv_2 - kv_1$$

ZZH  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$

$$v'_2 = \frac{(1+k)m_1}{m_1+m_2} v_1 + \frac{m_2 - km_1}{m_1+m_2} v_2$$

$$v'_1 = \frac{m_1 - km_2}{m_1+m_2} v_1 + \frac{(1+k)m_2}{m_1+m_2} v_2$$

součinitel restituce (vzpruživost):  $k = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$  