edice aliter – svazek 59

Ken **Binmore**

Teorie her

... a jak může změnit váš život

Přeložil Ondrej Majer

Nakladatelství Dokořán a Argo
Praha 2014

Kapitola 1

Jméno hry

O čem je teorie her?

Jednou, když jsem byl se svou ženou na malé konferenci v Toskánsku a ona někam na den odjela, mě tři mladé ženy pozvaly, abych se s nimi naobědval. Když jsem se posadil, jedna z nich mě svůdným hlasem vyzvala: „Nauč nás hře lásky." Ukázalo se ale, že chtěly jenom poradit, jak se vypořádat se svými italskými partnery. Pořád si myslím, že udělaly chybu, když odmítly moje strategické rady, ale měly pravdu v tom, že považovaly namlouvání za jednu z mnoha her, které v životě hrajeme.

Řidiči, kteří se pohybují v hustém provozu, hrají hru Na řízení. Lovci výhodných nákupů, kteří se účastní dražeb na eBay, hrají hru Na aukci. Když firma a odbory jednají o mzdách na další rok, hrají vyjednávací hru. Když protikandidáti vytvářejí volební programy, hrají politickou hru. Když majitel supermarketu rozhoduje o ceně kukuřičných lupínků, hraje ekonomickou hru. Lidé zkrátka hrají nějakou hru pokaždé, když jsou ve vzájemném kontaktu.

Antonius a Kleopatra hráli hru Na námluvy ve velkém. Bill Gates se stal nesmírně bohatým díky tomu, že hrál hru s počítačovým softwarem. Adolf Hitler a Josif Stalin hráli hru, která měla na svědomí životy velké části lidstva. Chruščov a Kennedy hráli během Karibské krize hru, která nás málem všechny stála život.

Při takovém množství možných uplatnění by byla teorie her, pokud by dokázala předpovědět lidské chování ve všech hrách, které jsou součástí společenského života,

univerzálním prostředkem popisu lidského chování, či dokonce návodem k řešení libovolné situace. Teorie her ale nedokáže vyřešit všechny problémy světa, protože funguje, jenom pokud všichni hráči hrají *racionálně*. Proto neumí předpovědět chování poblázněných dospívajících milenců, jako byli Romeo a Julie, nebo šílenců jako Hitler a Stalin. Lidé se ale často racionálně chovají, takže studovat, co se stane, když jednají s rozmyslem, není zbytečné. Většina z nás se alespoň snaží rozumně hospodařit s penězi – a většinou to zvládáme poměrně dobře, protože jinak by byly všechny ekonomické teorie k ničemu.

I když lidé jednají bez předchozího uvážení, neznamená to nutně, že se chovají iracionálně. Teorie her dosáhla významných úspěchů i při předpovědi jednání pavouků a ryb, kteří uvažování nejsou vůbec schopni. I nemyslící zvířata se zdánlivě chovají racionálně, protože jejich konkurenti, kteří byli geneticky předurčeni k iracionálnímu chování, už vymřeli. Ředitelé komerčních firem také nepatří vždycky mezi výkvět inteligence, ale přece jen to s nimi nemůže být až tak zlé – vždyť trh obvykle vyřazuje ty nejslabší stejně nemilosrdně jako příroda.

Funguje teorie her?

Pragmatičtí manažeři dříve často považovali teorii her, navzdory jejím teoretickým úspěchům, jen za další zbytečnou společenskou vědu. Víceméně ze dne na den ale změnili názor, když se americká vláda rozhodla vydražit frekvence pro mobilní sítě.

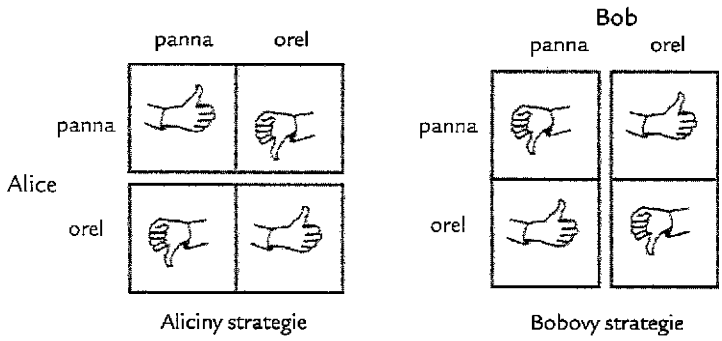
Protože dražba frekvencí představovala nový problém, kterým se doposud žádní uznávaní odborníci nezabývali, rozhodující vliv na podobu pravidel aukce měli právě specialisté na teorii her. Ve výsledku američtí daňoví poplatníci získali 20 miliard dolarů – tato částka přitom byla více než dvojnásobkem původního odhadu ceny za prodej příslušných licencí. Ještě výnosnější byla pozdější aukce v Británii, na níž jsem se podílel i já – na jediné aukci veřejnost získala celkem 35 miliard dolarů. Týdeník *Newsweek* pak o mně psal jako o nemilosrdném ekonomovi se zálibou v pokeru, který zničil telekomunikační průmysl.

Ukázalo se však, že telekomunikační průmysl na tom tak špatně nebyl. A donutit boháče z telekomunikačních firem, aby za licence zaplatili jejich skutečnou cenu, rozhodně nepovažuji za nemilosrdné – tím spíš, když se získané peníze použijí na lékařskou péči pro lidi bez zdravotního pojištění. Poker o peníze jsem nehrál už přes dvacet let. *Newsweek* měl pravdu pouze v tom, že teorie her skutečně funguje, když ji aplikuje někdo, kdo jí rozumí. Funguje nejen v ekonomii, ale i v evoluční biologii a politologii. Svou knihou *Natural Justice* jsem dokonce pobouřil zastánce konzervativní morální filozofie, protože jsem v ní použil teorii her v diskusi o etických problémech.

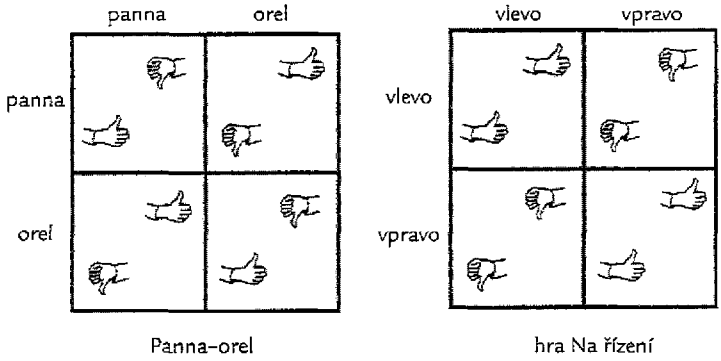
Modelové hry

Každá aukce frekvencí, v níž jde o velké peníze, by se měla přizpůsobit konkrétní situaci. Jednoduše použít již existující model, jako to udělala americká vláda, když zadala dražbu několika satelitních transpondérů aukční síni Sotheby's, rozhodně není ideálním řešením. Stejně tak ale nelze pomocí matematického modelu zachytit všechny detaily nového telekomunikačního trhu. Návrh aukce frekvencí je proto vědou i uměním zároveň. Jednoduché modely je nutné rozšířit tak, aby zachycovaly předpokládané základní strategické rysy daného problému.

V této knize se snažím o něco podobného, takže se tu neobjevují žádné výpočty a jenom minimum odborných termínů. Zabývám se jen modelovými hrami a vynechávám přitom všechny podrobnosti, které komplikují hry odehrávající se ve skutečném životě. Myslím si, že i tak jsou ale jednoduché hry pro většinu lidí zajímavým tématem.



Obr. 1: Rozhodovací problém Alice a Boba ve hře Panna–orel.



Obr. 2: Tabulka výplat. Alice si vybírá řádek a Bob sloupec.

Konflikt a spolupráce

Ve většině her v této knize se objevují jen dva hráči – Alice a Bob. Jako první si zahrají hru zvanou Panna-orel.

Sherlock Holmes a ďábelský profesor Moriarty sehráli tuto hru na cestě k Reichenbašským vodopádům, kde se naposled utkali. Holmes se musel rozhodnout, na jaké stanici vystoupí z vlaku, a Moriarty byl postaven před volbu, na jaké stanici si na Holmese počkat. Podobnou hru spolu hrají nepoctiví účetní a auditoři: jedni se rozmýšlejí, kdy budou podvádět, a druzí se rozhodují, kdy provedou audit.

V naší modelové variantě si Alice a Bob navzájem ukážou své mince. Pokud jsou obě stejnou stranou navrch, vyhrává Alice, v opačném případě vítězí Bob. Alice i Bob mají k dispozici dvě různé strategie – *panna* a *orel*. Na obrázku 1 jsou znázorněny výhry a prohry pro všechny možné kombinace těchto strategií. Tyto výsledky představují *výplaty* hráčů ve hře. Abych ukázal, že výplaty se nemusí nutně odehrávat v penězích, použil jsem zde symboly palce nahoru a dolů.

Na obrázku 2 jsou data z obrázku 1 uspořádána do tabulky výplat – Alicina výplata je vždy v levém dolním rohu a Bobova v pravém horním rohu. Druhá tabulka ukazuje výsledky hry Na řízení, jejíž verzi pro dva hráče hrajeme každý den cestou do práce (jde o to, po které straně silnice pojedeme). Alice a Bob mají opět k dispozici dvě čisté strategie, *napravo* a *nalevo*, ale jejich výplaty jsou teď v dané situaci vždy shodné, přesně naopak než v předchozí hře. Buď oba vyhrají, nebo oba prohrají. Když někdo mluví o situaci, kde může vyhrát každý, má na mysli něco jako hru Na řízení.

Von Neumann

Prvním výsledkem teorie her byl teorém o minimaxu Johna von Neumanna. Vztahuje se pouze na hry jako Panna-orel, u kterých předpokládáme, že hráči mají opačné zájmy. Dodnes se občas objevují pohrdavé komentáře k teorii her, které zesměšňují von Neumanna jako typického jestřába studené války a předlohu pro postavu doktora Divnolásky ze slavného Kubrickova filmu. Tito kritici tvrdí, že aplikovat teorii her ve skutečném světě by mohlo napadnout jenom vyšinutého armádního stratéga, protože nikdo jiný než šílenec nebo robot nevidí svět jako hru čistého konfliktu.

Von Neumann byl ovšem všestranný génius a teorii her vynalezl jen mimochodem. Je pravda, že během studené války zastával pozici jestřába, ale šlo o nadaného člověka s citlivou duší, který se rád dobře bavil – rozhodně to nebyl žádný šílený robot. Jako každý rozumný člověk, i von Neumann dával přednost spolupráci před konfliktem. Uvědomoval si však, že občas je výhodnější chovat se agresivně, a tuto možnost nesmíme opomíjet, ani pokud chceme dosáhnout spolupráce.

Spolupráce a konflikt jsou dvě strany téže mince, a pokud chceme porozumět jedné, musíme brát v úvahu i tu druhou. Když se zabýváme hrou odpovídající čistému konfliktu, jakou je například Panna–orel, netvrdíme tím, že lidský život je nekonečný boj. Stejně tak z analýzy hry Na řízení a jí podobných nemůže vyplynout, že život je plný vzájemné spolupráce. Pouze tím odlišujeme dva různé aspekty lidského chování, abychom je mohli zkoumat každý zvlášť.

Zabýváme-li se zároveň konfliktem i spoluprací, musíme přesně vystihnout motivace jednotlivých hráčů – nestačí prostě říct, že rádi vyhrávají a neradi prohrávají. Za tímto účelem přišli ekonomové s ideou *užitku*, která umožňuje přiřadit pro každého hráče každému možnému výsledku hry číselnou hodnotu; umožňuje nám to poměřovat různé výhry i prohry.

Ve světě podnikání jde většinou na prvním místě o zisk, ale ekonomové vědí, že lidé často mívají složitější cíle než jen vydělat co nejvíc peněz. Proto užitek nemůžeme zaměnit za peníze. Mohli bychom se poněkud naivně pokusit nahradit v našich úvahách peníze štěstím, ale co je to vlastně štěstí? Jak bychom ho změřili? Chceme-li užitek vyčíslit, byl by nám takový přístup k ničemu. Slovo „užitek" je dnes sice spojováno s viktoriánskými utilitaristy, jako byli Jeremy Bentham a John Stuart Mill, ale moderní ekonomové ho nechápou jako měřítko potěšení či utrpení, které člověk pociťuje. Současná teorie her zcela upouští od snahy vysvětlit myšlenkové pochody, které řídí lidské chování. Zakládá si naopak na tom, že se obejde bez jakýchkoli psychologických předpokladů.

Nesnažíme se objasnit, *proč* se Alice a Bob chovají tak, jak se chovají. Spokojíme se s deskriptivní teorií, která může nanejvýš říct, že se Alice nebo Bob chovají nekonzistentně, jestliže v minulosti udělali něco, ale v budoucnu v obdobné situaci udělají něco jiného. Cílem teorie her je prostě pozorovat, podle jakých pravidel se Alice a Bob rozhodují, a na tomto základě udělat prognózu, jak budou jednat při budoucí vzájemné interakci.

Netvrdíme tedy, že některé preference jsou racionálnější než jiné. Po vzoru velkého filozofa Davida Humea chápeme rozum jako pouhého „otroka vášní": Hume jednou poznamenal, že by nebylo nic *iracionálního* na tom, kdyby dal přednost zkáze celého vesmíru před poraněním svého prstu. Pro nás není rozum nic víc než nástroj, s jehož pomocí se vyhýbáme nekonzistentnímu chování (tedy snažíme se dosahovat svých cílů, ať už jsou jakékoliv). Veškeré konzistentní chování je tedy automaticky racionální.

S pomocí několika málo předpokladů můžeme dokázat, že konzistentní chování znamená totéž jako snažit se maximalizovat hodnotu *něčeho*. Ať už je v určitém kontextu toto abstraktní *něco* čímkoliv, ekonomové tomu říkají užitek. Užitek nemusí být totéž jako peníze, ale většinou tomu tak (bohužel) je.

Riziko

I když Alice jedná konzistentně, nemusí si přitom sama uvědomovat, že se chová, jako by se snažila dosáhnout co největšího užitku. Pokud ale chceme její chování předpovídat, musíme najít způsob, jak její užitek změřit na nějaké stupnici, podobně jako měříme teplotu na teploměru. Tak jako jednotkám teploty říkáme stupně, míra užitku se vyjadřuje v jednotkách, kterým budeme říkat prostě *užitky*.

Tradiční ekonomové pokládali myšlenku takovéto kardinální stupnice užitku za nesmyslnou. Von Neumann to ale naštěstí nevěděl, když si k němu jednoho dne ekonom Oskar Morgenstern přišel postěžovat, že do jejich společné knihy o teorii her nemají solidní základ pro numerické vyjádření výplat. Von Neumann proto jednoduše na místě vymyslel metodu, s jejíž pomocí můžeme určit, jak

moc Alice něco chce, a to na základě toho, kolik je pro to ochotna riskovat. Následně můžeme i zjistit, jaká rozhodnutí bude Alice dělat v riskantních situacích – stačí najít možnost, která jí v průměru přinese největší užitek.

S pomocí von Neumannovy metody pak můžeme snadno přiřadit patřičnou míru užitku čemukoli, co by Alici mohlo potkat. Kolika užitkům například pro Alici odpovídá rande s Bobem?

V rámci teorie her je řešení i zdánlivě tak neuchopitelné otázky docela prosté. Nejdříve se musíme rozhodnout, jakou použijeme stupnici užitku. Potřebujeme k tomu najít dva výsledky, z nichž jeden je horší a druhý lepší než cokoliv jiného, co se Alici může přihodit. Tyto výsledky budou odpovídat bodům tání a varu vody, které jsou na teploměru krajními body stupnice od 0 do 100; nejhoršímu výsledku tedy přiřadíme 0 užitků a nejlepšímu 100 užitků. Dále si představme hromadu losů do loterie (losy jsou zadarmo), ve které lze vyhrát buď nejhorší, nebo nejlepší výsledek.

Nyní Alici postupně nabízíme losy, u kterých je pravděpodobnost výhry nejlepšího výsledku větší a větší, a necháváme jí vždy vybrat mezi losem a rande s Bobem. Alice přestane po určité době říkat *ne* a začne říkat *ano*. Pokud si vybere los ve chvíli, kdy je šance na výhru 75 %, podle von Neumannovy teorie to znamená, že rande s Bobem pro ni má cenu 75 užitků. Každé procento šance na výhru tedy pro Alici odpovídá jednomu užitku.

Při stanovování hodnoty určité peněžité částky pomocí této metody přiřazují někteří jedinci každému dolaru navíc stejný počet užitků. O takových jedincích budeme říkat, že mají neutrální vztah k riziku. O těch, kteří každému dolaru navíc přiřazují méně užitků než tomu předchozímu („hlavně mít první milion v kapse, na druhém už

mi tolik nesejde"), říkáme, že mají záporný vztah (averzi) k riziku. Opět je třeba dodat, že vůbec nezkoumáme, který z obou přístupů je „lepší" – v rámci teorie her je jakékoli konzistentní chování racionální. Tuto skutečnost hezky ilustruje další varianta hry mezi Bobem a Alicí.

Pojištění

Alice zvažuje, že si svou vilu v Beverly Hills nechá od Boba pojistit proti požáru. Pokud odmítne Bobovu nabídku, sází tím vlastně do loterie se dvěma možnými výsledky: v případě, že její dům neshoří, zůstane jí dům i částka, kterou by zaplatila za pojistné, ale pokud shoří, zůstane jí jenom pojistné. Pokud naopak Bobovu nabídku přijme, má jistotu, že jí v každém případě zůstane hodnota domu snížená o cenu pojistného. Tyto dvě možnosti musí Alice porovnat.

Jestliže je pro Boba racionální nabídnout Alici pojištění a pro Alici je racionální si ho pořídit, musí si Bob myslet, že pro Alici je nejvýhodnějším jednáním riskovat požár, zatímco ona si musí myslet pravý opak. Existence pojišťoven tedy dokazuje nejen to, že hazard může být racionální (za předpokladu, že veškerá rizika jsou předem vypočítána), ale i to, že každý racionální člověk může mít k riziku jiný vztah. V pojišťovnictví platí, že pojistitelé mají téměř neutrální vztah k riziku, zatímco pojištěnci mají k riziku vztah více či méně záporný.

Ekonomové považují míru vztahu k riziku za čistě osobní záležitost. Stejně jako může mít například Alice radši čokoládovou zmrzlinu než vanilkovou, může či nemusí chtít utratit 1 000 dolarů za pojištění domu... Někteří ekonomové, jako například John Rawls, tvrdí, že mít záporný vztah k riziku je *racionální*. Obhajují tak své oblíbené alternativy k maximalizaci průměrného užitku.

Univerzita Karlova v Praze
Knihovna společenských věd
Praha 5 - Jinonice

Neuvědomují si přitom však, že von Neumannova metoda pro posuzování užitku jednotlivých výsledků už počítá s postoji hráčů k riziku – to znamená, že ochota Alice riskovat vyhoření svého domu je už zahrnuta do počtu užitků, který mu Alice přikládá.

Ekonomové také často dělají chybu v tom, že spojují záporný vztah k riziku s odporem k hazardním hrám. Je to ale jinak, odpor sám o sobě zde nemá co dělat. Von Neumannova teorie dává smysl pouze tehdy, když mají všichni hráči k hazardu neutrální postoj. Stejně jako evangelický farář, který má pojištěný dům, racionální hráči hazardují, jedině když si myslí, že je to pro ně výhodné – ne proto, že by je hazardování bavilo. V tomto smyslu se od gamblerů opravdu odlišují.

	panna	orel
panna	-1 +1	+1 -1
orel	+1 -1	-1 +1

Panna-orel

	vlevo	vpravo
vlevo	+1 +1	-1 -1
vpravo	-1 -1	+1 +1

hra Na řízení

Obr. 3: Vyčíslení výplat.

Život není hra s nulovým součtem

Podobně jako u měření teploty si i na Alicině stupnici užitku můžeme nulový bod zvolit kdekoliv a totéž platí pro velikost jednoho dílu – stupně. Mohli jsme například nejhoršímu výsledku přiřadit 32 užitků a nejlepšímu 212 užitků. Hodnotu schůzky s Bobem na této

nové stupnici potom najdeme stejným způsobem, jakým převádíme stupně Celsia na stupně Fahrenheita. Pokud byla hodnota rande na původní stupnici 75 užitků, nyní to bude 167 užitků.

Dosud jsme mluvili pouze o modelových hrách, které můžou skončit pro Alici a Boba buď výhrou, nebo prohrou. Těmto dvěma výsledkům můžeme přiřadit libovolný počet užitků, jedinou podmínkou je, že na výhru musí připadat víc užitků než na prohru. Pokud přiřadíme výhře jeden užitek a prohře minus jeden užitek, dostaneme tabulku výplat na obrázku 3.

V každém políčku tabulky, která popisuje hru Panna-orel, je součet výplat rovný nule. Každou hru čistého konfliktu můžeme zapsat tak, aby toto pravidlo platilo – těmto hrám se proto říká *hry s nulovým součtem*. Když se říká, že život není hra s nulovým součtem, nemá to nic společného s celkovým množstvím veškerého štěstí na světě. Myslí se tím, že většina her, které v běžném životě hrajeme, nejsou hry čistého konfliktu.

Film z padesátých let *Rebel bez příčiny* se občas objevuje v kinech i dnes, a to hlavně díky nezapomenutelnému Jamesi Deanovi, který v něm ztvárnil hlavní roli přitažlivého mladého rebela. Scéna, ve které soupeří s jiným mladíkem o to, kdo se odváží přijet blíž k okraji prudkého útesu, inspirovala vznik hry Na sraba. Bertrand Russell použil tuto epizodu jako metaforu celé studené války.

Moje verze hry Na sraba je méně dramatická: dva postarší řidiči, Alice a Bob, jedou proti sobě úzkou uličkou a jeden z nich musí zpomalit, aby se mohli bezpečně minout. Mají tedy na výběr dvě strategie: *zpomal* nebo *zrychli* (viz obr. 4).

V této verzi hry nejde v první řadě o výhru, jako tomu bylo u její předlohy. Má varianta hry Na sraba se liší od her s nulovým součtem (jako je například Panna–orel) v tom, že oba hráči mají společný cíl: vyhnout se vzájemné srážce.

Přejděme k další hře, kterou je takzvaný Souboj pohlaví. Alice a Bob jsou v této hře novomanželský pár, který

	zpomal	zrychli
zpomal	3, 3	0, 4
zrychli	4, 0	-1, -1

Na sraba

	balet	box
balet	1, 2	0, 0
box	0, 0	2, 1

Souboj pohlaví

Obr. 4: Hry se smíšenými motivacemi.

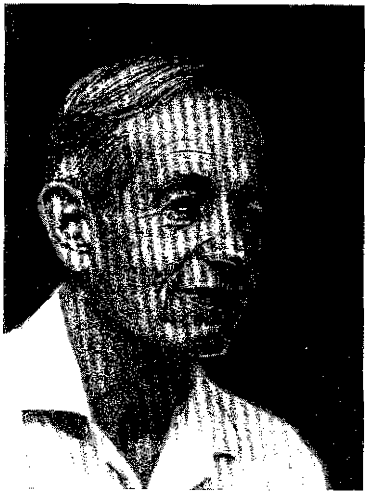
Obr. 5: James Dean.

tráví líbánky v New Yorku. U snídaně se baví o tom, jestli večer půjdou na box, nebo na balet, ale nedokážou se dohodnout. Odpoledne se navzájem ztratí v davu a každý z nich se musí sám nezávisle rozhodnout, kam půjde.

Příběh spojený s hrou Souboj pohlaví zdůrazňuje nutnost spolupráce při řešení daného problému, ale zároveň obsahuje i prvek konfliktu, který se ve hře Na řízení nevyskytuje. Každý z hráčů totiž dává přednost jinému výsledku: Alice chce jít na balet, zatímco Bob chce jít na box.

John Nash

Většina lidí dnes zná jméno Johna Nashe díky filmu *Čistá duše*, který zachycuje jeho životní příběh. Z tohoto filmu je patrné, že velikost Nashových úspěchů i nezdarů daleko přesahuje rámec zkušenosti většiny normálních lidí. Ještě jako vysokoškolský student položil základy moderní teorie racionálního vyjednávání. Ve své diplomové



Obr. 6: John Nash.

práci zavedl pojem „Nashova rovnováha" (ekvilibrium), který je dnes považován za základ teorie her. Později vyřešil významné problémy v čisté matematice a díky svým vysoce originálním metodám řešení si vysloužil pověst jedinečného matematického génia. Stal se však obětí schizofrenie, která mu zničila kariéru. Upadl v zapomnění na více než 40 let, během nichž byl na Princetonské univerzitě terčem občasných posměšků. Z dnešního pohledu vypadá jeho zotavení z choroby těsně předtím, než dostal v roce 1994 Nobelovu cenu, téměř jako zázrak. Jak ale Nash poznamenal, bez svého šílenství by možná byl jen dalším z mnoha lidí, kteří prožili svůj život, aniž by po sobě na Zemi zanechali jakoukoliv stopu.

K tomu, aby člověk pochopil ideu Nashovy rovnováhy, však nemusí být výstředním géniem.

Již jsme si vysvětlili, že hráči jsou podle definice racionální právě tehdy, když se snaží maximalizovat svoji průměrnou výplatu. Ve hře Souboj pohlaví by to bylo

jednoduché, pokud by hráči věděli, jaké strategie si zvolí jejich soupeři. Pokud by například Alice věděla, že si Bob v Souboji pohlaví zvolí *balet*, zvolila by si ho také, čímž by maximalizovala svoji výplatu. *Balet* je tedy pro Alici nejlepší odpověď, pokud je Bobova volba také *balet*. Na obrázku 4 je to znázorněno zakroužkováním Aliciny výplaty v buňce, která ukazuje, co se stane, když si tuto možnost zvolí oba hráči.

Nashova rovnováha je v tomto případě jednoduše dvojice strategií, jejichž použití vede k zakroužkování obou výplat v příslušné buňce. Obecně Nashova rovnováha nastává tehdy, když všichni hráči zároveň odpovídají nejlepším možným způsobem na strategie, které si zvolili ostatní.

(*Box*, *box*) i (*balet*, *balet*) jsou tedy Nashovy rovnováhy v Souboji pohlaví. (*Zrychli*, *zpomal*) a (*zpomal*, *zrychli*) jsou zase Nashovy rovnováhy ve hře Na sraba.

Proč by nás ale vůbec měly Nashovy rovnováhy zajímat? Je to hlavně ze dvou důvodů. Zaprvé můžeme předpokládat, že každý ideálně racionální hráč svým vlastním způsobem k tomuto řešení hry nakonec dojde. Druhou možností je, že se k němu hráči dopracují metodou pokusu a omylu v jakémsi evolučním procesu. Za schopnost předpovídat výsledky her vděčí teorie her z velké části právě možnosti kombinovat tyto dvě alternativní interpretace. O detailech evolučních procesů toho většinou moc nevíme, ale někdy dokážeme odhadnout, kam tyto procesy směřují, když se zeptáme, co by ve stejné situaci udělali racionální hráči.

Racionální interpretace

Představme si, že někdo ještě chytřejší než Nash a von Neumann napsal knihu, která popisuje veškeré možné

hry a u každé z nich dává spolehlivý návod, jak by ji měli racionální hráči hrát. Tato velká kniha teorie her by musela jako řešení každé hry zvolit nějakou Nashovu rovnováhu, protože jinak by přinejmenším pro jednoho hráče bylo racionální neřídit se jejím návodem, což by znamenalo, že tato kniha není spolehlivá.

Předpokládejme například, že se v knize doporučuje mladým chlapcům zvolit při hře Na sraba strategii *zpomal* (což by jistě ocenily jejich matky). Jestliže se všichni bez výjimky knihou řídí, každý hráč ví, že jeho soupeř zvolí *zpomal*. Jenže racionální hráč si v situaci, kdy ví, že jeho soupeř volí *zpomal*, nutně zvolí strategii *zrychli*, což by opět znamenalo, že je kniha nespolehlivá.

Všimněte si, že tento popis Nashových rovnovah je vlastně argumentace kruhem. Proč hraje Alice tuhle strategii? Protože Bob hraje tamtu. Proč hraje Bob tamtu? Protože Alice hraje tuhle.

Komu se argumentace kruhem nelíbí, může ji zesměšňovat pomocí celé řady latinských termínů. Když mě kdysi jeden člověk při rozhovoru na téma rovnováhy obvinil z logického omylu zvaného *circulus in probando*, musel jsem si vyhledat, co to znamená. Ukázalo se, že jsem měl vlastně štěstí, mohl jsem být totiž obviněn z ještě vážnějšího omylu zvaného *petitio principii*. Vtip je v tom, že jinak to ale nejde: když na každou odpověď odpovíme otázkou *proč*, dostaneme se vždycky buď k nekonečné regresi, nebo právě k argumentaci kruhem. Nejznámějším příkladem jsou slovníkové definice.

Zabýváme-li se hrami, můžeme se tedy buď donekonečna zamýšlet nad nekonečnou regresí, která začíná takto:

> Alice si myslí, že si Bob myslí, že si Alice myslí, že si Bob myslí...

Nebo se můžeme smířit s argumentací kruhem, která je nutnou součástí pojmu Nashovy rovnováhy. Nekonečná regrese se zde přeruší pozorováním, že jakýkoli jiný soubor strategií by časem vedl k nestabilitě, a to ve chvíli, když hráči začnou přemýšlet o tom, co si myslí ostatní hráči. Jinými slovy, pokud mají být přesvědčení hráčů o plánech ostatních konzistentní, musejí být tato přesvědčení v rovnováze.

Evoluční interpretace

V počátcích teorie her jako samostatného vědního oboru panovalo nezvratné přesvědčení o správnosti racionální interpretace, a naopak evoluční interpretace byla zcela opomíjena. Redaktoři časopisu, kde Nash vydal svůj článek o rovnováhách, dokonce jeho poznámky na toto téma vyhodili, protože je pokládali za nezajímavé. Kdyby však byla evoluční interpretace chybná, teorie her by nikdy nedokázala předpovědět chování obyčejných lidí. Například slavný matematik Émile Borel, který se zabýval teorií her před von Neumannem, dospěl k závěru, že teorém o minimaxu je nejspíš chybný, respektive neumožňuje určit optimální strategii. Jakou šanci bychom pak měli my ostatní, kdyby ani tak chytrý člověk jako Borel nedokázal najít řešení ani těch nejjednodušších her!

Existuje mnoho různých evolučních interpretací Nashových rovnovah, které se navzájem liší procesy, jimiž hráči dosahují rovnováhy. V jednodušších přizpůsobovacích procesech souvisejí výplaty v dané hře se zdatností hráčů. Procesy, které zvýhodňují zdatnější strategie na úkor jejich méně úspěšných konkurentů, se zastaví až v okamžiku dosažení Nashovy rovnováhy. Jen za této situace totiž budou všechny přeživší strategie tak zdatné, jak jen to je za daných podmínek možné. Nashovy rovnováhy

tedy popisují i chování hráčů, kteří nejsou matematičtí géniové, ostatně tímto způsobem lze často poměrně spolehlivě předpovídat chování zvířat. Nashovy rovnováhy dokážou předpovídat výsledky evolučních procesů nejen v biologii, ale i všude tam, kde proces přizpůsobování směřuje k eliminaci strategií, přinášejících malé výplaty.

Burzovní makléři, kteří jsou méně schopní než jejich konkurenti, přicházejí o peníze. Pravidla, jimiž se makléři řídí, jsou tedy vystavena podobným selekčním tlakům jako geny ryb nebo hmyzu. Proto má smysl zabývat se Nashovými rovnováhami her, které hrají burzovní makléři, i když víme, že někteří z nich by se v knize o teorii her beznadějně ztratili.

Vězňovo dilema

Vůbec nejznámější modelovou hrou je dnes bezesporu Vězňovo dilema. V tradičním příběhu spojeném s touto hrou vystupují Alice a Bob jako gangsteři v Chicagu dvacátých let. Státní zástupce ví, že oba spáchali závažný zločin, ale kvůli nedostatku důkazů potřebuje, aby se jeden z nich přiznal. Nechá tedy oba zatknout a každému zvlášť nabídne tuto dohodu:

> Pokud se přiznáš a tvůj spolupachatel se nepřizná, jsi volný. Pokud se nepřiznáš a tvůj spolupachatel se přizná, budeš odsouzen k trestu v maximální výši. Pokud se přiznáte oba, budete oba odsouzeni, ale k nižšímu trestu. Pokud se ani jeden nepřiznáte, budete oba obviněni a odsouzeni jen za krácení daní.

Předpokládejme, že se Alice a Bob předem dohodli, že budou oba v takovéto situaci držet jazyk za zuby. Mlčení tedy znamená spolupráci, zatímco přiznání se rovná zradě, což je zachyceno v tabulce nalevo na obrázku 7. Výplaty odpovídají době strávené ve vězení (předpokládáme, že jeden užitek vždy odpovídá jednomu roku strávenému na svobodě).

Jiná verze této hry je o něco méně dramatická: Alice a Bob mají dočasně přístup k určitému množství peněz a můžou se oba nezávisle rozhodnout, jestli z něj dají svému protihráči dva dolary, nebo si vezmou jeden dolar pro sebe. Když předpokládáme, že jim oběma záleží pouze na penězích, dostaneme tabulku výplat, která je znázorněna na obrázku 7 napravo (počet užitků zde odpovídá počtu

získaných dolarů). Altruistickou strategii, kdy hráč daruje dva dolary soupeři, jsme nazvali *holubice*, a sobeckou strategii, kdy si hráč jeden dolar ponechá, jsme nazvali *jestřáb*.

	zradit	spolupracovat
zradit	−1, −1	0, −10
spolupracovat	−10, 0	−9, −9

gangsterská verze

	holubice	jestřáb
holubice	2, 2	0, 3
jestřáb	3, 0	1, 1

verze „ber nebo dej"

Obr. 7: Dvě verze Vězňova dilematu: ve verzi napravo znamená *holubice* dát a *jestřáb* vzít si.

Když zakroužkujeme nejlepší odpovědi, zjistíme, že ve verzi „ber nebo dej" Vězňova dilematu nastane Nashova rovnováha pouze tehdy, když Alice i Bob hrají *jestřába*, přestože by získali víc, kdyby oba hráli *holubici*. V gangsterské verzi je to stejné: jediná Nashova rovnováha odpovídá stavu, když oba zradí, a budou tak odsouzeni k mnohem delšímu pobytu ve vězení, než kdyby spolupracovali.

Paradox racionality?

Celá jedna generace odborníků podlehla mylné představě, že Vězňovo dilema ukazuje podstatu obtíží v mezilidské spolupráci. Protože však spolupráce očividně existuje, snažili se najít důkaz, že teorie her tento údajný „paradox racionality" řeší chybně (viz kapitola 10). Takový důkaz se ale nikdy najít nepodařilo. Podle teorie her totiž Vězňovo dilema vůbec nevysvětluje podstatu lidské

spolupráce, ale naopak popisuje situaci, kdy je pravděpodobnost vzniku spolupráce nejmenší.

Kdyby bylo Vězňovo dilema věrným modelem velké hry života, kterou lidstvo hraje, nikdy by se z nás nestali společenští tvorové. Řešit takzvaný paradox racionality je proto stejně zbytečné jako vysvětlovat, proč se člověk vhozený do Michiganského jezera utopí, když mu nasadíme betonové boty. Žádný paradox racionality neexistuje. Racionální hráči ve Vězňově dilematu nespolupracují, protože jejich situace nesplňuje podmínky nutné pro racionální spolupráci.

Období těchto „paradoxů racionality" v historii teorie her je naštěstí téměř u konce. Obrovské množství chybných argumentů, které se pokoušely dokázat, že ve Vězňově dilematu je spolupráce racionální, se dnes většinou uvádí pouze jako příklad takzvaného magického uvažování, které překrucuje logiku, aby dosáhlo požadovaného závěru. Mým nejoblíbenějším příkladem takového omylu je tvrzení Immanuela Kanta, že veškeré racionální chování se musí řídit jeho kategorickým imperativem („jednej tak, jak chceš, aby jednali ostatní"). Ve Vězňově dilematu by pak každý racionální hráč zvolil strategii *holubice*, protože tato strategie povede k nejlepšímu výsledku, když ji zvolí všichni.

Dominance

Myšlenka, že je nutně iracionální dělat něco, co by mělo negativní důsledky, kdyby to dělali všichni, je velice rozšířená. Jde o oblíbený argument většiny matek, včetně té mojí. V následujících řádcích ho proto spolehlivě vyvrátím, a to právě na příkladu Vězňova dilematu.

Abychom se vyhnuli pochybnostem, musíme nejdříve zjistit, jak jsme došli k jednotlivým výplatám, které

představují preference hráčů ve Vězňově dilematu. Teorie odhalené preference nám říká, že odpověď najdeme, když si zjistíme, jak se Alice a Bob chovají při řešení rozhodovacích problémů jednoho subjektu (tedy v situaci, kdy se rozhoduje jen jeden z nich).

Pokud tedy v tabulce výplat pro Vězňovo dilema Alici připíšeme do levého dolního pole větší výplatu než do levého horního pole, znamená to, že Alice by v tomto rozhodovacím problému jednoho subjektu zvolila strategii *jestřáb*, kdyby předem věděla, že Bob zvolil *holubici*. Stejně tak pokud připíšeme větší výplatu do pravého dolního pole, znamená to, že Alice by zvolila *jestřába*, kdyby v tomto rozhodovacím problému předem věděla, že Bob bude také volit *jestřába*.

Ze samotné definice hry vyplývá, že *jestřáb* je Alicina nejlepší odpověď, když ví, že Bob bude hrát *holubici*, a také když ví, že bude hrát *jestřába*. K tomu, aby tedy zvolila nejlepší možnou odpověď, nepotřebuje Alice vědět nic o Bobově volbě. Je pro ni racionální zvolit *jestřába* bez ohledu na to, co se chystá hrát Bob. Tento neobvyklý jev nazýváme dominance – říkáme, že *jestřáb* dominuje ostatní strategie, které má Alice k dispozici.

Námitky?

Proti této analýze se často objevují dvě námitky. První z nich tvrdí, že Alice by v gangsterské verzi Vězňova dilematu nezradila Boba, kdyby věděla, že se rozhodl spolupracovat. Důvody, které se na podporu takového tvrzení uvádějí, závisejí na tom, jaké má člověk představy o Chicagu za doby Al Capona. Tyto námitky se však zakládají na nepochopení podstaty problému – kdyby Alice Boba nezradila, přestože by věděla, že spolupracoval, nejednalo

by se pak o Vězňovo dilema. Stejně jako u jiných her je zde důležité nebrat příliš doslovně příběh, který slouží jako úvodní ilustrace dané hry. Vězňovo dilema je definováno tabulkami výplat na obrázku 7, a ne smyšlenými příběhy, které ho doprovází.

Druhá námitka mě vždycky zaskočí. Říká se, že když použijeme teorii odhalené preference, stává se tvrzení, že ve Vězňově dilematu je vždy racionální zradit, tautologií. A protože tautologie jsou významově bezobsažné, můžeme toto tvrzení ignorovat. Kdo by však aplikoval stejnou logiku na tvrzení 2 + 2 = 4? Možná jde o tautologii, přesto nám však přináší novou informaci, ať už o výsledku součtu, nebo o racionální strategii.

Experimenty

Jiný protiargument praví, že nezáleží na tom, co je ve Vězňově dilematu racionální, protože vědecké pokusy ukázaly, že lidé ve skutečnosti hrají strategii *holubice*. V těchto experimentech se výplaty většinou neurčují pomocí teorie odhalené preference, jsou to téměř vždy jenom peníze. Přesto můžou být získané výsledky velmi poučné.

Experimenty s hrami, jako je Vězňovo dilema, jasně dokazují, že nezkušení hráči v mírné většině případů opravdu spolupracují. Čím déle ale hrají, tím pravděpodobněji zvolí zradu – po zhruba deseti kolech už spolupracuje jen asi 10 % hráčů.

Kritici se také někdy odvolávají na počítačové simulace, které údajně ukazují, že evoluce nakonec povede ve Vězňově dilematu ke spolupráci. Tyto simulace se však nevztahují na čisté Vězňovo dilema, ale na jeho nekonečně se opakující verzi, v níž spolupráce skutečně představuje Nashovu rovnováhu (viz kapitola 5).

Kapitola 2

Náhoda

Rozbor hry Panna–orel v povídce *Poslední případ*, jak ho podal Arthur Conan Doyle, nijak nesvědčí o údajné genialitě hlavního hrdiny. Edgar Allan Poe to zvládl o něco lépe ve své povídce *Odcizený dopis*, kde se hlavní hrdina snaží najít dopis ukradený padouchem.

Podle Poea vyhraje ten, kdo se dostane v myšlenkovém řetězci typu „on si myslí, že já si myslím, že on si myslí, že já si myslím..." o krok dále než jeho protivník. Aby podpořil svou hypotézu, vymyslel si Poe postavu chlapce, který vyhrává ve hře Panna–orel díky tomu, že napodobuje mimiku svého soupeře a údajně tak zjistí, co si soupeř myslí. Je sice pravda, že překvapivě mnoho hráčů pokeru neumí ovládat řeč těla a prozradí tak své karty, ale problém je v tom, že i kdyby Alice ani Bob nedokázali udržet kamennou tvář, nikdy nemůžou Poeovu metodu úspěšně použít *oba*.

Zdánlivě nekonečné regresi, se kterou se Alice a Bob musejí vypořádat, se teorie her vyhne díky myšlence Nashovy rovnováhy. Zbývá tu ale ještě jeden problém – trik se zakroužkováním nejlepších odpovědí ve hře Panna–orel nefunguje. Když na obrázku 3 zakroužkujeme všechny nejlepší odpovědi, získáme sice ve hře Na řízení dvě Nashovy rovnováhy, ale ve hře Panna–orel nezískáme žádnou.

Možná vás to udivilo, protože víte, že John Nash získal Nobelovu cenu mimo jiné za důkaz, že všechny konečné hry mají alespoň jednu rovnováhu. Abychom tento problém vyřešili, musíme se zabývat nejen čistými strategiemi (jako jsme to dělali doposud), ale i strategiemi smíšenými.

Má náhodný výběr smysl?

Smíšená strategie vyžaduje, aby si hráči náhodně vybírali mezi různými čistými strategiemi. Rozhodovat se čistě náhodně může na první pohled vypadat bláznivě, ale lidé ve skutečnosti velmi často smíšené strategie používají – obvykle aniž by si to uvědomili nebo vůbec věděli o tom, že nějaké smíšené strategie existují.

Můj oblíbený příklad pochází z doby, kdy jsem působil jako poradce pro regulaci cen u jedné cestovní kanceláře. Teorie her předpovídá, že cestovní kancelář použije smíšenou strategii v oceňovací hře, kterou musí hrát, je-li po jejích zájezdech menší poptávka, než se čekalo. Když jsem se však ředitele společnosti zeptal, jestli minulý rok stanovili ceny zájezdů náhodně, moje otázka ho zjevně šokovala. Proč tedy byly mezi cenami podobných zájezdů tak velké rozdíly? Jeho odpověď byla velmi poučná: „Abychom zmátli konkurenci."

Ukázalo se tedy, že ředitel velmi dobře chápal, *proč* teorie her v některých případech doporučuje použít smíšené strategie. Nechtěl si ale přiznat, že jeho společnost stanovuje ceny svých produktů v podstatě náhodným způsobem. Nikdo nesnímal balík karet. Nikdo neházel kostkami. Kdyby ale jeho konkurenti chtěli odhadnout, kolik si naúčtuje za dvoutýdenní zájezd na Bahamy, mohli by to klidně udělat – a měli by přitom přibližně stejnou šanci, že se trefí, jako při použití jakékoli jiné metody odhadu.

Smíšené Nashovy rovnováhy

Ve hře Panna–orel není aplikace smíšených strategií ničím překvapivým – díky nim totiž nemá váš protihráč šanci uhodnout váš příští tah. Každé malé dítě ví, že nejlepší strategie je náhodně střídat *pannu* a *orla*. Pokud oba hráči použijí tuto smíšenou strategii, vzniká Nashova rovnováha. Každý hráč vyhraje polovinu her, což je pro oba vzhledem ke zvolené strategii toho druhého nejlepší dosažitelný výsledek.

Obr. 8: Házení kostkou.

Podobně je tomu ve hře Na řízení, když oba hráči střídají se stejnou pravděpodobností strategie *nalevo* a *napravo*. Tato hra má tedy celkem tři Nashovy rovnováhy: dvě čisté a jednu smíšenou. Totéž platí i ve hře Na sraba a v Souboji pohlaví. Pro vznik smíšené Nashovy rovnováhy v Souboji pohlaví ale nestačí, aby hráči vybírali každou ze svých čistých strategií se stejnou pravděpodobností.

Ve hře Souboj pohlaví má Bob dvakrát raději box než balet. Aby obě jeho čisté strategie vedly v průměru ke stejné výplatě, musela by Alice hrát strategii *balet* dvakrát častěji než *box*. Protože v takovéto situaci je Bobovi jedno,

kterou ze svých čistých strategií použije, jsou všechny jeho strategie stejně dobré – a to včetně smíšené strategie, ve které hraje *box* dvakrát častěji než *balet*. A naopak, když Bob bude hrát tuto smíšenou strategii, bude Alici jedno, kterou ze svých čistých strategií použije ona. Všechny její strategie tedy budou stejně dobré – včetně smíšené strategie, ve které hraje *balet* dvakrát častěji než *box*. Našli jsme tedy smíšenou Nashovu rovnováhu, ve které Alice a Bob hrají ve dvou třetinách případů tu strategii, kterou mají radši.

Vyrovnat alternativy soupeře

Racionální hráči si vybírají náhodně ze dvou čistých strategií pouze v případě, že jsou pro ně obě stejně výhodné. Kdyby byla jedna ze strategií lepší, neměli by důvod hrát tu druhou. Co způsobí, že jsou pro vás dvě strategie stejně dobré? V Souboji pohlaví k tomu dojde, pokud jste přesvědčeni, že váš soupeř bude hrát smíšenou strategii, díky které budou průměrné výplaty všech vašich strategií stejné. Tato vlastnost smíšených Nashových rovnovah někdy vede ke zdánlivě paradoxním výsledkům.

Ukážeme si to na hře Na samaritána. Hraje ji několik identických hráčů, kteří chtějí, aby někdo z nich pomohl člověku, jenž je žádá o pomoc. Pokud mu někdo pomůže, všichni dostanou deset užitků, v opačném případě nedostane nikdo nic. Háček je v tom, že pomáhat něco stojí, takže každý hráč, který nabídne pomoc, získá o jeden užitek méně.

Pokud se nikdo jiný nechystá pomoct, je pro vás nejlepší volbou nabídnout pomoc sám. Pokud se všichni ostatní chystají pomoct, je pro vás naopak nejlepší nedělat nic. Za předpokladu, že každý hráč používá nezávisle

na ostatních tutéž strategii, musí být Nashova rovnováha v tomto případě smíšená. Taková situace nastane pouze v případě, kdy existuje desetiprocentní šance, že nikdo jiný nenabídne pomoc. Jenom tehdy vám totiž bude jedno, zda pomůžete či ne.

Pravděpodobnost, že v tomto rovnovážném stavu někdo nabídne pomoc, bude ve skutečnosti o něco vyšší, protože existuje šance, že pomoc nabídnete i vy sami (hrajete tutéž strategii). Samotná pravděpodobnost, že určitý hráč v rovnovážném stavu nabídne pomoc, je tím nižší, čím vyšší je počet hráčů – to proto, že pravděpodobnost, že nikdo jiný nenabídne pomoc, se pořád musí rovnat deseti procentům. Víc lidí tedy znamená menší šanci, že někdo pomůže. Pokud hru hrají jenom dva hráči, každý nabídne pomoc s devadesátiprocentní pravděpodobností a žádost o pomoc zůstane nevyslyšena pouze v jednom procentu případů. Když se ale počet hráčů zvýší na milion, šance, že jeden určitý hráč pomůže, je tak malá, že v jednom případě z deseti nepomůže vůbec nikdo.

Tato skutečnost může mít hrozivé důsledky, což ukázal například jeden nechvalně známý případ z New Yorku. Po setmění byla na ulici napadena a zavražděna jistá žena. Mnoho lidí ji slyšelo volat o pomoc, ale nikdo z nich ani nezavolal na policii. Znamená to snad, jak tvrdí média, že velkoměsto z nás dělá bezcitný dav? Třeba ano, ale hra Na samaritána ukazuje, že ve stejné situaci by se tak možná zachoval i obyvatel malého města.

Podobně je tomu s volbami. Uvažujme extrémní případ, kdy existují pouze dva prezidentští kandidáti – Alice a Bob. Je obecně známo, že Bob je beznadějný případ a volila by ho jedině jeho vlastní matka. Ta tedy k volbám půjde určitě, ale proč by se s tím měli obtěžovat ostatní potenciální voliči? Čím víc jich je, tím je situace horší

– stejně jako ve hře Na samaritána. Za rovnovážného stavu existuje určitá nezanedbatelná pravděpodobnost, že volby vyhraje Bob, a to i když je potenciálních voličů milion.

Takovéto hry Na volby však neodpovídají realitě. Lidé se ve skutečnosti o tom, zda půjdou volit, většinou nerozhodují racionálně; a i kdyby ano, nemusí jim chození k volbám nutně být na obtíž (hra Na samaritána vyžaduje, aby s sebou akce nesla náklady). Náš model ale přesto ukazuje, že se političtí komentátoři mýlí, když tvrdí, že se všichni nevoliči chovají iracionálně. Pokud chceme, aby k volbám chodilo víc lidí, musíme přejít na méně centralizovaný systém, ve kterém opravdu záleží na každém hlasu. Taková situace může převážit nechuť jít volit, kterou samozřejmě mnoho lidí pociťuje. Pokud tyto lidi nedokážeme přesvědčit, aby chodili k volbám rádi, a nechceme změnit současný politický systém, musíme se smířit s tím, že k volbám nepůjdou. Nestačí jenom opakovat heslo „na každém hlasu záleží", protože to prostě není pravda.

Dosažení rovnováhy

Jakým způsobem lze dosáhnout Nashovy rovnováhy? Tato otázka je obzvlášť zajímavá v případě smíšených rovnovah. Proč by se Alice měla chovat tak, aby Bobovi bylo jedno, kterou ze svých strategií si vybere?

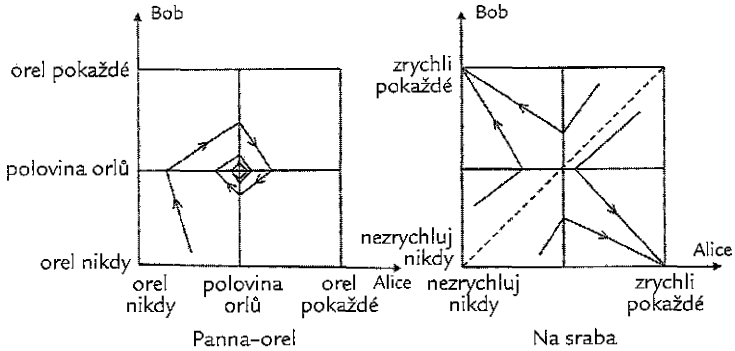
Sportovní výzkumy ukazují, že sportovci se často chovají takovým způsobem, jak to předpovídá teorie her. Potvrdilo se to například u pokutových kopů ve fotbalu: Kam by měl útočník mířit? Na kterou stranu by měl brankář skočit? Stejně tak to funguje v tenisu, když se hráči rozhodují, zda zahrají smeč, nebo lob. Trenéři knihy o teorii her nejspíš nečtou – jak tedy vědí, s jakou frekvencí mají jejich svěřenci zvolit určitou možnost? S největší pravděpodobností se trenéři i hráči učí metodou pokusu a omylu.

Skutečné mechanismy, jimiž lidé zvládají nové dovednosti, nikdo nezná, ale existují určité vzorové modely, které je dokážou poměrně přesně napodobit. Dokonce i následující primitivní model je poměrně spolehlivý.

Alice a Bob jsou roboti, kteří hrají pořád dokola tutéž hru. Alice je naprogramována tak, aby pokaždé zahrála svou nejlepší odpověď na smíšenou strategii, ve které Bob hraje každou ze svých čistých strategií stejně často, jako ji hrál doposud. Bob je naprogramován stejně jako Alice, takže ani jeden z nich není plně racionální (oba by někdy mohli zvýšit své výplaty, kdyby měli chytřejší programy). Hráči tohoto typu se v teorii her označují jako omezeně racionální.

Obrázek 9 ukazuje, jak se s postupem času mění četnost, se kterou hrají roboti svou druhou čistou strategii

(pro zjednodušení jsou grafy spojité). Například ve hře Panna–orel je pro Alici nejlepší odpověď *orel*, pokud hrál doposud Bob *orla* s četností větší než jedna polovina. Alice tedy bude hrát *orla* stále častěji, dokud Bob nezačne častěji hrát *pannu*, a poté se začne četnost hraní *orla* rychle snižovat.



Obr. 9: Hledání rovnovážného stavu.

Po šipkách na obrázku 9 se vždy dostaneme k Nashově rovnováze. Bez ohledu na to, v jaké situaci roboti začnou, budou nakonec při porovnání četností, s nimiž hrají každou ze svých čistých strategií, k nerozeznání od dokonale racionálních hráčů (ačkoliv jsou pouze omezeně racionální).

V případě hry Panna–orel, která má nejblíž k fotbalu a tenisu, se četnosti strategií *panna* a *orel* vždy ustálí na rovnovážné hodnotě 1/2. Podobné vzorce se objevují i v pokusech s lidskými subjekty, ale četnosti se v těchto případech nevyvíjejí tak pravidelně a začínají se odchylovat, když se přiblíží smíšené rovnováze. Pro hráče jsou pak totiž všechny strategie téměř stejně dobré, takže je obtížné dostat se k úplnému optimu „intuitivně".

U hry Na sraba to celé funguje trochu složitěji. Každá čistá rovnováha má svou oblast přitažlivosti. Pokud nastavíme roboty tak, aby začali v oblasti přitažlivosti jedné rovnováhy, nakonec této rovnováhy dosáhnou. Oblast přitažlivosti pro rovnováhu (*zrychli, zpomal*) leží na obrázku 9 nad úhlopříčkou, zatímco oblast přitažlivosti pro (*zpomal, zrychli*) leží pod ní. Oblastí přitažlivosti pro smíšenou rovnováhu je úhlopříčka sama.

Bylo by snadné navrhnout hru, ve které by roboti jako Alice a Bob neustále cyklicky měnili své chování, aniž by kdy dosáhli rovnováhy, ale lidé dokáží používat důmyslnější metody učení než roboti. Je to zejména díky tomu, že když se učíme, jak hrát nějakou novou hru, máme výhodu zpětné vazby z mnoha zdrojů.

Začínající burzovní makléři se učí od svých zkušenějších kolegů. Mladí vědci hledají inspiraci u nositelů Nobelovy ceny. Spisovatelé přepisují zápletky nejoblíbenějších knih a vydávají je za své. Nakupující si navzájem radí, kde najít největší slevy. Vzorové modely, které využívají tohoto konceptu sociálního či imitujícího učení, dosáhnou Nashovy rovnováhy rychleji a spolehlivěji než modely, v nichž se jedinci učí metodou pokusu a omylu.

Evoluční teorie her se zabývá studiem těchto dynamických modelů. Její aplikace v evoluční biologii je tak významná, že jsem jí vyhradil vlastní kapitolu (kapitola 8).

Teorém o minimaxu

Když mladý John Nash zavolal von Neumannovi, aby mu předvedl svůj důkaz, že všechny konečné hry mají alespoň jednu rovnováhu, pokud jsou povoleny smíšené strategie, von Neumann ho odmítl. Proč se mu Nashův příspěvek nezamlouval?

Je pravda, že metoda, kterou Nash použil pro důkaz svého teorému, nebyla pro von Neumanna žádnou novinkou, on sám s ní dokonce přišel jako první. Je také pravda, že Nashův přístup byl nejspíš poněkud netaktní – v tu dobu se totiž také snažil radit Albertu Einsteinovi, jak se správně dělá fyzika. Ale von Neumanna tenhle mladý neomalený student, který se snažil prosadit v jeho oboru, nijak neohrožoval. Myslím si, že von Neumannův nezájem měl hlubší příčinu.

Von Neumann nejspíš nikdy o evoluční interpretaci teorie her příliš neuvažoval. Byl přesvědčen, že cílem zkoumání hry by mělo být jednoznačné racionální řešení. Idea Nashovy rovnováhy tento požadavek nesplňuje, protože většina her má rovnovah víc a často neexistuje žádný racionální důvod, proč si vybrat jednu a ne nějakou jinou. Jak von Neumann později poznamenal, kritérium nejlepší odpovědi (tedy Nashův přístup) nám říká jen to, že některé strategické profily *nemohou* být racionálním řešením hry, ale my chceme vědět, které strategické profily *mohou* být považovány za řešení.

Minimax a maximin

Von Neumann zřejmě soustředil svou pozornost výhradně na hry dvou hráčů s nulovým součtem, protože se jedná o jednu z mála tříd her, které splňují jeho ideál jedinečného

racionálního řešení. Důkaz této skutečnosti nazval teorém o *minimaxu*, což je vlastně trochu zavádějící, protože racionálním řešením hry dvou osob s nulovým součtem je použití principu *maximin*. Tento princip říká, že máme nejdříve najít nejhorší možnou výplatu, kterou bychom mohli v průměru získat z každé smíšené strategie, a pak zvolit tu ze strategií, u které je tato nejhorší výplata největší.

Například ve hře Panna–orel by pro Alici bylo nejhorší, kdyby Bob uhodl, jakou smíšenou strategii používá. Pokud je touto smíšenou strategií hrát *pannu* častěji než *orla*, hrál by Bob pokaždé *orla* a Alice by většinu her prohrála, takže by její výplata byla záporná. Pokud je naopak Alicina smíšená strategie hrát častěji *orla*, hrál by Bob pořád *pannu* a Alice by opět většinu her prohrála a skončila se zápornou výplatou. Alicina maximinová strategie je tedy hrát *pannu* a *orla* stejně často, což jí zajistí nulovou výplatu.

Jako obecné pravidlo se princip maximin hodí asi jen pro paranoiky, protože předpokládá, že vás vesmír považuje za svého úhlavního nepřítele. Pokud však Alice hraje proti Bobovi hru s nulovým součtem, jedinou podstatnou částí vesmíru pro ni představuje Bob, takže v tomto případě vesmír jejím úhlavním nepřítelem skutečně je.

Proč maximin?

Ironií osudu je, že von Neumannův teorém o minimaxu je přímým důsledkem Nashova důkazu, že všechny konečné hry mají alespoň jednu Nashovu rovnováhu.

Abychom se o tom přesvědčili, musíme nejdříve najít Nashovu rovnováhu ve hře dvou hráčů s nulovým součtem. Alicinu rovnovážnou strategii nazveme *řádek* a Bobovu rovnovážnou strategii nazveme *sloupec*. Rovnovážné výplaty nazveme *Alicina hodnota* a *Bobova hodnota*.

Například ve hře Panna–orel jsou *sloupec* i řádek smíšenými strategiemi, které předepisují hrát *pannu* stejně často jako *orla*, a *Alicina hodnota* a *Bobova hodnota* jsou nulové výplaty, které oběma stranám tato strategie přináší.

Alice si nemůže být jistá, že získá víc než *Alicinu hodnotu*, protože Bob by mohl pořád hrát jenom *sloupec*, a ona by tak musela pořád odpovídat *řádkem*. Ale zároveň si může být jistá, že když bude pořád hrát *řádek*, získá alespoň *Alicinu hodnotu*. Nejlepší Bobova odpověď na tuto strategii je totiž *sloupec* a pro hry s nulovým součtem platí, že nejlepší výsledek pro Boba je zároveň nejhorší výsledek pro Alici. *Řádek* je tedy pro Alici jedna z jejích maximinových strategií a *Alicina hodnota* je výplata daná maximinovou strategií.

Stejným způsobem dojdeme k závěru, že *Bobova hodnota* je Bobova výplata odpovídající maximinové strategii a *sloupec* je jedna z jeho maximinových strategií. Pokud je součet *Aliciny hodnoty* a *Bobovy hodnoty* nulový, znamená to, že je nulový i součet jejich maximinových výplat. Aby jeden hráč získal víc než svou maximinovou výplatu, musel by druhý hráč získat méně. Když tedy hrajeme hru pro dva hráče s nulovým součtem proti racionálnímu soupeři, je princip maximin nepřekonatelný.

Von Neumannův důkaz tohoto tvrzení se nazývá teorém o minimaxu. To proto, že pokud je součet Aliciny a Bobovy maximinové výplaty nulový, musí se Alicina minimaxová výplata rovnat její maximinové výplatě. To však v žádném případě neznamená, že by von Neumann doporučoval používat princip minimax, jak se občas mylně předpokládá. Bylo by totiž nesmyslné hledat *nejlepší* průměrnou výplatu ze všech smíšených strategií a potom si zvolit tu strategii, která *minimalizuje* vaši výplatu pro situaci, že by tento ideální případ nastal vždy.

Hledání maximinových strategií

Z dnešního pohledu je škoda, že se matematici začali o teorém o minimaxu zajímat tak brzy. Zkoumání stíhacích her, v nichž se pilot snaží uniknout teplem naváděné raketě, je sice zajímavým příkladem z teorie řízení, ale zároveň podporuje předsudky některých kritiků, kteří považují specialisty na teorii her za šílené roboty. Oblíbenosti teorie her také nejspíše nijak nepomohl objev, že pro určité nekonečné hry platí teorém o minimaxu pouze tehdy, když předpokládáme neplatnost jednoho ze standardních principů teorie množin – axiomu výběru. Teorie her by prostě byla na počátku svého vývoje přijímána mnohem lépe, kdyby tehdejší specialisté na tento obor nevyvolali dojem, že je beznadějně složitá.

Kámen–nůžky–papír

Tuhle hru zná každé malé dítě. Alice a Bob současně ukážou jeden ze tří symbolů, které představují jejich čisté strategie: *kámen*, *nůžky*, *papír*. O vítězi rozhodují tato pravidla:

kámen ztupí nůžky
nůžky rozstřihnou *papír*
papír obalí kámen

Pokud oba hráči ukážou stejný symbol, dochází k remíze. Funguje to tedy stejně, jako kdyby oba soupeři hráli loterii se stejnou šancí na výhru i na prohru, takže se jedná o hru s nulovým součtem.

Racionální řešení je zřejmé: každý hráč musí použít každou ze svých tří čistých strategií stejně často, a zajistit si tak, že jeho maximinový výnos bude nulový. Tato hra je zajímavá především tím, že je velmi obtížné najít evoluční proces, který by se k tomuto řešení přiblížil.

Například systém hledání nejlepších odpovědí zachycený na obrázku 9 vypadá v případě této hry jako pravidelně se opakující cyklus, který v každém kole téměř eliminuje jednu strategii. Tento výsledek sice vypadá jako teoretická kuriozita, ale opak je pravdou - existuje druh středoamerického leguána se třemi různobarevnými variantami, jejichž reprodukční strategie mezi sebou hrají hru podobnou hře Kámen-nůžky-papír. Podivuhodné je, že se poměr jejich populací mění v podobném cyklu, takže je vždy jedna z variant na pokraji vyhynutí.

O'Neillova karetní hra

Barry O'Neill použil tuto hru v prvním laboratorním experimentu, který podpořil hypotézu principu maximin. Předchozí experimenty tuto hypotézu vyvracely. Význačný psycholog William Estes se o ní ve své zprávě o pokusech s von Neumannovou teorií vyjadřoval obzvlášť kriticky: „Teorie her nikdy nenahradí empiricky podloženou behaviorální teorii jako nástroj pro předpověď lidského chování v konfliktních situacích."

Jenže pokusu, na němž založil Estes svou kritiku, se účastnili pouze dva jedinci. Oba navíc měli bohaté zkušenosti s experimenty se zpětnovazebním učením, na jejichž základě se Estes snažil obhájit dnes již zpochybněnou teorii „odpovídajících pravděpodobností". Navíc ani jeden z účastníků nevěděl, že hraje proti skutečnému člověku. A i kdyby to věděli, teorém o minimaxu by jim nebyl nic

platný, protože jim nikdo předem neřekl, jaké výplaty můžou získat. Hráli tedy hru s nedostatečnou informací, což je situace, na kterou se von Neumannova teorie nevztahuje.

O'Neill chtěl svůj experiment navrhnout tak, aby počítal s možností, že různí lidé mohou mít různé postoje k riziku. Například Kámen–nůžky–papír by nebyla hra s nulovým součtem, kdyby si Alice a Bob oba nemysleli, že remizovat je stejné jako mít poloviční šanci na výhru i na prohru. O'Neill tedy vytvořil hru, kde neexistuje remíza, ale která přitom není tak jednoduchá, aby bylo řešení na první pohled zřejmé.

Alice a Bob mají každý čtyři karty od kluka do esa. Navzájem si současně ukážou jednu kartu. Alice vyhraje, pokud oba ukážou eso nebo pokud ukážou rozdílné hodnoty, jinak vyhrává Bob.

Alicina maximinová strategie je taková smíšená strategie, která způsobí, že všechny Bobovy čisté strategie budou stejně dobré. Bude to tedy strategie, ve které Alice hraje všechny figury stejně často a eso dvakrát častěji. Bobova maximinová strategie je stejná, takže ve výsledku vyhraje Alice dvě pětiny her a Bob tři pětiny.

Souboj

Hra Na souboj má ze všech uvedených her asi největší šanci na vojenské uplatnění. Alice a Bob kráčejí naproti sobě a v rukou mají pistole nabité jedinou kulkou. Čím jsou k sobě blíž, tím vyšší je šance, že jeden druhého zasáhne. Výplatou každého hráče je jeho šance na přežití.

Jak moc by se měla Alice přiblížit k Bobovi, než vystřelí? To je pro ni otázka doslova života a smrti, protože pokud vystřelí a netrefí se, může Bob přijít až k ní a zastřelit

ji z bezprostřední blízkosti. Ať je výsledek hry jakýkoli, vždycky někdo zemře, takže součet výplat je vždy jedna.

Je evidentní, že vystřelit dřív než ten druhý nemůže být pro žádného hráče Nashovou rovnováhou, protože by vždy bylo lepší odpovědí počkat před výstřelem o chvilku déle. Jak moc se tedy hráči přiblíží předtím, než oba zároveň vystřelí?

S pomocí teorému o minimaxu to zjistíme snadno. Hra Na souboj má sice součet jednotkový, ne nulový, ale teorém o minimaxu pořád platí (za předpokladu, že součet výplat je jedna, i když hráči vystřelí zároveň). Jediný rozdíl je v tom, že součet maximinových výplat obou hráčů už není nula, ale jedna. Takže pokud má Alice dvakrát lepší mušku než Bob, oba vystřelí současně, a to ve vzdálenosti, na kterou Alice zasáhne Boba ve dvou třetinách případů a Bob Alici v jedné třetině případů.