

Cvičení - Automaty a gramatiky (15.4 a 16.4.2026)

1. Uvažujme $G = (\{E, T, F\}, \{(\cdot), *, +, \cdot, 1\}, E, P)$, kde $P = \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow E + T | T \\ T \rightarrow T * F | F \\ F \rightarrow 1 | (E) \end{array} \right\}$.

Navrhněte zásobníkový automat, který přijímá jazyk generovaný gramatikou G .

2. Navrhněte deterministický zásobníkový automat, který přijímá jazyk $\{a^i b^i | i \in \mathbb{N}_0\}$ prázdným zásobníkem. Převedte ho na bezkontextovou gramatiku.
3. Definujme operaci slévání $\sqcup$ jako slévání dvou pruhů na dálnici - ne nutně jedno a jedno auto, libovolné množství aut z pruhu za sebou, tj.

$$aab \sqcup cc = \{ccaab, cacab, caacb, caabc, accab, acacb, acabc, aaccb, aacbc, aabcc\}.$$

Pořadí v rámci pruhů zůstává zachováno. Pro jazyky definujeme

$$L_1 \sqcup L_2 = \bigcup_{u \in L_1, v \in L_2} (u \sqcup v).$$

Uvažujme $L_1 = \{a^i b^i | i \in \mathbb{N}\}$ a $L_2 = \{c^k | k \in \mathbb{N}\}$.

- (a) Dokažte, že je jazyk $L_1 \sqcup L_2$ bezkontextový.
- (b) Je jazyk $L_1 \sqcup L_2$ bezkontextový pro L_1 regulární a L_2 bezkontextový?
4. Uvažujme jazyk $L_{01} = \{0^i 1^i | i \in \mathbb{N}_0\}$
- (a) Je jazyk bezkontextový?
- (b) Je jazyk přijímaný nějakým deterministickým zásobníkovým automatem?
- (c) Je doplněk tohoto jazyka přijímaný nějakým deterministickým zásobníkovým automatem?
- (d) Je doplněk tohoto jazyka přijímaný nějakým deterministickým zásobníkovým automatem prázdným zásobníkem?
5. Uvažujme jazyk $L_{wwr} = \{w2w^R | w \in \{0, 1\}^*\}$ nad abecedou $\{0, 1, 2\}^*$.
- (a) Je jazyk bezkontextový?
- (b) Je jazyk přijímaný nějakým deterministickým zásobníkovým automatem?
- (c) Je doplněk tohoto jazyka přijímaný nějakým deterministickým zásobníkovým automatem?
- (d) Je jazyk $\bar{L} \cap \{0, 1\}^* . 2 . \{0, 1\}^*$ přijímaný nějakým deterministickým zásobníkovým automatem?
6. Je sjednocení jazyků $L_{01} \cup L_{wwr}$ bezkontextový jazyk?
7. Uvažujme abecedu $\Sigma = \{t, z, k\}$ a substituci $\sigma(t) = \{a, \dots, Z\}^*$, $\sigma(z) = \{< p >\}$, $\sigma(k) = \{< /p >\}$ a jazyk definovaný regulárním výrazem $L = L[(t^*(zt^*k))^*]$.
- (a) Je jazyk L regulární? Pokud ano, sestrojte konečný automat, který ho přijímá.
- (b) Je jazyk $\sigma(L)$ regulární? Pokud ano, sestrojte konečný automat, který ho přijímá.
8. Uvažujme abecedu $\Sigma = \{t, u, r, s, d, e\}$ a homomorfismus $h(t) = < table >$, $h(u) = < /table >$, $h(r) = < tr >$, $h(s) = < /tr >$, $h(d) = < td >$, $h(e) = < /td >$.
- (a) Použijte homomorfismus k definici jazyka L_{HTML} tabulek v HTML kódu (ostatní text a kódy pomíjíme).
- (b) Je jazyk regulární? Je jazyk bezkontextový? Navrhněte zásobníkový automat, který přijímá jazyk L_T 'správného tabulkování', bez nutnosti stejného počtu buněk v řádcích.
- (c) Navrhněte zásobníkový/konečný automat, který přijímá $h^{-1}(L_{HTML})$.
9. Uvažujme jazyk $L_{11} = \{0, 1\}^* . 11 . \{0, 1\}^*$.

- (a) Je jazyk regulární? Dokažte.
 - (b) Je jazyk $\overline{L_{11}}$ regulární? Dokažte.
10. Uvažujeme jazyk přiřazení výrazu do proměnné, $L_p = L(I) \cdot L(E)$, kde $L(I)$ je jazyk možných identifikátorů a $L(E)$ jazyk možných aritmetických výrazů.
- (a) Naznačte gramatiku generující jazyk L_p .
 - (b) Je jazyk regulární? Dokažte.
 - (c) Je jazyk bezkontextový? Dokažte.
 - (d) Určete levý kvocient $L(I) \setminus L_p$. Je jazyk regulární, bezkontextový? Navrhněte zásobníkový automat, který ho přijímá.
 - (e) Jak bychom pomocí kvocientu vyjádřili jazyk $L(E)$?