



MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ FAKULTA

Univerzita Karlova

Bílý Jakub

Analýza změn ratingů se spojitými pozorováními

Lando, David and Skodeberg, Torben M., (2002), Analyzing rating transitions and rating drift with continuous observations

23. března 2026

Rating

Rating $\approx$ pravděpodobnost, že účastník trhu dostojí svým závazkům

Rating firmy $\approx$ pravděpodobnost, že firma nebankrotuje

- Ratingové agentury - ohodnocování ekonomických ukazatelů
- Standard and Poor's (S&P)
 - Data v článku [1], data pokrývají období 1981-1997 a obsahují 6659 firem.
 - Pro účely analýzy byly některé kategorie S&P sloučeny.

S&P kategorie	Sloučená kategorie
AAA	AAA
AA+, AA, AA-	AA
A+, A, A-	A
BBB+, BBB, BBB-	BBB
BB+, BB, BB-	BB
B+, B, B-	B
CCC+, CCC, CCC-, CC, C	CCC
D (Default)	D
NR (Not Rated)	NR

Tabulka: Ratingové kategorie S&P a v článku

- Změny ratingu firem jsou důležitým ukazatelem v ekonomii, především pak v oboru řízení rizika investic.
- model: náhodný (Markovský) proces
- cíl: získat vhodný odhad matice přechodu
 - obvyklý postup: modelovat proces jako diskrétní a matici přechodu odhadovat metodou kohort → řada nevýhod (změny ratingů jsou v čase spojitý proces)
 - článek [1] → metody založené na spojitém čase
 - testování Markovské vlastnosti (různé vlivy na pravděpodobnosti přechodu)

Teorie: Markovský proces

Ať $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ je pravd. prostor, $T \subset \mathbb{R}$ a $X_t; t \in T$ jsou náh. veličiny definované na $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, pak $\{X_t; t \in T\}$ nazveme náhodný proces.

Markovská vlastnost pro diskrétní:

$$P(X_{n+1} = j | X_n = i; X_{n-1} = i_{n-1}; \dots; X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i) \\ \forall n \in T; i, j, i_{n-1} \dots i_0 \in \mathcal{S} : P(X_n = i; X_{n-1} = i_{n-1}; \dots; X_0 = i_0) > 0$$

Markovská vlastnost pro spojitý:

$$P(X_t = j | X_s = i; X_{t_n} = i_n; \dots; X_{t_1} = i_1) = P(X_t = j | X_s = i) \\ \forall i, j, i_n \dots i_1 \in \mathcal{S}; 0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n < s < t : P(X_s = i; X_{t_n} = i_n; \dots; X_{t_1} = i_1) > 0$$

Teorie: Markovský proces

Pravděpodobnost přechodu:

$$p_{ij}(s; s+t) = P(X_{s+t} = j | X_s = i) \quad i, j \in S$$

Matici $P_{s;s+t} = \{p_{ij}(s; s+t)\}$ (diskrétní čas); $P(s; s+t) = \{p_{ij}(s; s+t)\}$ (spojitý čas) nazveme maticí přechodu.

Pokud $p_{ij}(s; s+t)$ závisí pouze na t , nazveme proces homogenní. Přeznačíme $P_{s;s+t} \rightarrow P_t$ (diskrétní čas); $P(s; s+t) \rightarrow P(t)$ (spojitý čas).

S nazýváme stavový prostor, $S = \{AAA; AA; A; BBB; BB; B; CCC; D; NR\}$.

Kohortní metoda

Předpoklad: $\{X_t; t \in T\}$; $T \subset \mathbb{Z}$ homogenní

P_t = matice přechodu za čas t , díky homogenitě: $P_t = (P_1)^t$

Odhadujeme členy P_1 pomocí:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i}$$

kde N_i je počet firem v i -tém ratingu na začátku roku, N_{ij} je počet přechodů z i do j za 1 rok.

- Pro zlepšení odhadu P_1 se obvykle $\hat{P}_1$ získává jako průměr odhadů z více roků.
- Bez předpokladu homogenity lze odhadnout přímo P_t , ale není možné zlepšovat odhad průměrováním.

Uvažujme ratingy A, B a D. Na začátku roku je v A i B 10 firem, 2 z A přejdou v 1/3 roku do B, jedna zde zůstane a druhá se v 2/3 roku přesune do D. Jedna firma z B se po 2/3 roku přesune do A.

Získáme:

$$\hat{P}_1 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Uvažujme ratingy A, B a D. Na začátku roku je v A i B 10 firem, 2 z A přejdou v 1/3 roku do B, jedna zde zůstane a druhá se v 2/3 roku přesune do D. Jedna firma z B se po 2/3 roku přesune do A.

$$\hat{P}_1^D = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kohortní metoda - nevýhody

- Nepodchycení nenastávajících změn ($B \rightarrow D$)
- Žádná informace o mezistupni, pokud přechod s mezistupněm nastane během jednoho roku ($A \rightarrow B \rightarrow D$)
- Nebere v úvahu dobu strávenou v daném ratingu (firma, co po 1/3 roku přešla z A do B vypovídá více o stabilitě v B než přechodu $A \rightarrow B$)

Metoda se spojitým časem

$$P(t) = \exp(\Lambda t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Lambda^k t^k}{k!}; t \geq 0 \quad \text{kde } \lambda_{ij} \geq 0 \text{ pro } i \neq j; \lambda_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}$$

Členy Λ odhadneme pomocí MLE:

$$\hat{\lambda}_{ij} = \frac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s) ds}$$

zde $N_{ij}(T)$ je počet přechodů z i do j do času T a $Y_i(s)$ je počet firem v i v čase s
Diagonální členy dopočteme tak, aby součty řádků $\hat{\Lambda}$ byly nulové.

Uvažujme ratingy A, B a D. Na začátku roku je v A i B 10 firem, 2 z A přejdou v 1/3 roku do B, jedna zde zůstane a druhá se v 2/3 roku přesune do D. Jedna firma z B se po 2/3 roku přesune do A.

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} \frac{-6}{26} & \frac{3}{26} & \frac{3}{26} \\ \frac{3}{32} & \frac{-3}{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}(1) = \begin{pmatrix} 0,798 & 0,098 & 0,103 \\ 0,080 & 0,915 & 0,005 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}_1^D = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}^C(1) = \begin{pmatrix} 0,798 & 0,098 & 0,103 \\ 0,080 & 0,915 & 0,005 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kohortní metoda - nevýhody

- Nepodchycení nenastávajících změn ($B \rightarrow D$)
- Žádná informace o mezistupni, pokud přechod s mezistupněm nastane během jednoho roku ($A \rightarrow B \rightarrow D$)
- Nebere v úvahu dobu strávenou v daném ratingu (firma, co po 1/3 roku přešla z A do B vypovídá více o stabilitě v B než přechodu $A \rightarrow B$)

Srovnání metody kohort a metody se spojitým časem

Data: S&P 1988 - 1998

This shows the average of 10 one-year transition matrices, each estimated using a cohort method in the period 1988–1998^a

	NR	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
NR	0.9939	0.0001	0.0000	0.0001	0.0006	0.0006	0.0004	0.0000	0.0044
AAA	0.0266	0.9040	0.0607	0.0070	0.0000	0.0016	0.0000	0.0000	0.0000
AA	0.0302	0.0054	0.8786	0.0791	0.0039	0.0006	0.0008	0.0000	0.0000
A	0.0401	0.0004	0.0157	0.8903	0.0445	0.0068	0.0017	0.0001	0.0003
BBB	0.0583	0.0001	0.0028	0.0519	0.8375	0.0388	0.0068	0.0018	0.0018
BB	0.0906	0.0000	0.0003	0.0051	0.0795	0.7452	0.0587	0.0110	0.0095
B	0.1268	0.0000	0.0008	0.0015	0.0050	0.0730	0.7081	0.0326	0.0500
CCC	0.1658	0.0020	0.0000	0.0061	0.0089	0.0279	0.1003	0.4842	0.2048
D	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

^a We show also transitions to and from the NR category.

The one-year transition matrix estimated from continuous-time data over the period 1988–1998 as the matrix exponential of the maximum likelihood estimator of the generator

	NR	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
NR	0.9935	0.0000	0.0001	0.0003	0.0006	0.0009	0.0003	0.0000	0.0043
AAA	0.0248	0.8995	0.0640	0.0091	0.0005	0.0020	0.0001	0.0000	0.0001
AA	0.0321	0.0061	0.8788	0.0761	0.0057	0.0006	0.0004	0.0000	0.0001
A	0.0424	0.0004	0.0129	0.8944	0.0436	0.0047	0.0011	0.0002	0.0002
BBB	0.0545	0.0003	0.0023	0.0479	0.8479	0.0393	0.0063	0.0008	0.0008
BB	0.0965	0.0000	0.0012	0.0090	0.0869	0.7303	0.0612	0.0084	0.0065
B	0.1518	0.0001	0.0022	0.0024	0.0084	0.0643	0.6734	0.0534	0.0440
CCC	0.1429	0.0025	0.0003	0.0053	0.0017	0.0215	0.0674	0.3824	0.3760
D	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

Metoda se spojitým časem

$$\hat{P}(s, t) = \prod_{h=1}^m (\mathbb{I} + \hat{A}(T_h))$$

m je celkový počet přechodů mezi časy s a t . T_h je čas h -tého přechodu

Členy $\hat{A}(T_h)$ odhadneme pomocí:

$$\hat{a}(T_h)_{ij} = \frac{N_{ij}(T_h)}{Y_i(T_h)}$$

zde $N_{ij}(T_h)$ je počet přechodů z i do j v čase T_h a $Y_i(T_h)$ je počet firem v i těsně před T_h

Diagonální členy opět doplníme tak, aby řádky $\hat{A}(T_h)$ měly nulový součet.

Uvažujme ratingy A, B a D. Na začátku roku je v A i B 10 firem, 2 z A přejdou v 1/3 roku do B, jedna zde zůstane a druhá se v 2/3 roku přesune do D. Jedna firma z B se po 2/3 roku přesune do A.

$$\hat{A}_{\frac{1}{3}} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{10} & \frac{2}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A}_{\frac{2}{3}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{12} & \frac{-2}{12} & \frac{1}{12} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}(0, 1) = \begin{pmatrix} 0,817 & 0,167 & 0,017 \\ 0,083 & 0,833 & 0,083 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Srovnání metody kohort a metody se spojitým časem

Uvažujme ratingy A, B a D. Na začátku roku je v A i B 10 firem, 2 z A přejdou v 1/3 roku do B, jedna zde zůstane a druhá se v 2/3 roku přesune do D. Jedna firma z B se po 2/3 roku přesune do A.

$$\hat{P}_1^D = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}^C(1) = \begin{pmatrix} 0,798 & 0,098 & 0,103 \\ 0,080 & 0,915 & 0,005 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}^C(0,1) = \begin{pmatrix} 0,817 & 0,167 & 0,017 \\ 0,083 & 0,833 & 0,083 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Srovnání homogenní metody a nehomogenní metody

Data: S&P 1997

One-year transition probability matrix estimated for the year 1997^a

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	0.95912	0.03982	0.00096	0.00010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
AA	0.01249	0.93689	0.04519	0.00524	0.00015	0.00004	0.00000	0.00000
A	0.00011	0.01666	0.93097	0.04906	0.00274	0.00042	0.00001	0.00003
BBB	0.00002	0.00253	0.03635	0.90603	0.03955	0.01398	0.00030	0.00125
BB	0.00000	0.00012	0.00318	0.07866	0.85980	0.05411	0.00317	0.00096
B	0.00000	0.00005	0.00495	0.00385	0.07029	0.87618	0.02941	0.01527
CCC	0.00000	0.00004	0.00091	0.02523	0.02890	0.11823	0.52289	0.30380
D	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000

^aThe estimator is the maximum likelihood estimator based on continuous observations and derived from the maximum likelihood estimator of the intensity matrix assuming time-homogeneity. The estimator is only marginally different from the Aalen–Johansen estimator for the same period.

Aalen–Johansen estimator for the year 1997^a

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	0.95866	0.03926	0.00184	0.00023	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
AA	0.01273	0.93714	0.04440	0.00544	0.00022	0.00007	0.00000	0.00000
A	0.00010	0.01682	0.93088	0.04880	0.00278	0.00061	0.00000	0.00001
BBB	0.00002	0.00252	0.03632	0.90736	0.03888	0.01353	0.00009	0.00128
BB	0.00000	0.00016	0.00347	0.07905	0.86016	0.05342	0.00294	0.00079
B	0.00000	0.00005	0.00507	0.00378	0.07066	0.87599	0.02797	0.01647
CCC	0.00000	0.00000	0.00045	0.02302	0.03104	0.12522	0.51784	0.30242
D	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000

^aThis estimator is a non-parametric estimator of the one-year transition probability matrix. It is only marginally different from the parametric maximum likelihood estimator obtained in Table 4.

- markovská vlastnost - silný a nereálný předpoklad
- možné vlivy:
 - vliv předchozího "upgradu/downgradu" na další vývoj
 - vliv času stráveného v daném ratingu na další vývoj

Intenzita přechodu k-té firmy

$$\lambda_{ijk}(t) = Y_{ik}(t)\alpha_{ij0}(t)\exp(\beta_{ij}Z_k(t))$$

kde $Y_{ik}(t)$ je indikátor výchozího stavu $Y_{ik}(t) = \mathbf{1}$ [firma k je ve stavu i v čase t], $\alpha_{ij0}(t)$ je základní intenzita procesu, β_{ij} je regresní parametr, který budeme testovat a $Z_k(t)$ je náhodná veličina, jejíž vliv na proces testujeme.

Všimněte si podobnosti s logaritmickou transformací lineární regrese, nebo Coxova modelu doby přežití.

Můžeme použít různé $Z_k(t)$:

- $Z_k(t) = \mathbf{1}$ [firma k se do současného stavu dostala "upgradem"]
- $Z_k(t) = \mathbf{1}$ [firma k se do současného stavu dostala "downgradem"]
- $Z_k(t) = \mathbf{1}$ [čas strávený v současném stavu (od posledního příchodu)]

Test

$$\lambda_{ijk}(t) = Y_{ik}(t)\alpha_{ij0}(t)\exp(\beta_{ij}Z_k(t))$$

$$H_0 : \beta_{ij} = 0$$

Test je prováděn poměrem věrohodností, ale neznáme $\alpha_{ij0} \rightarrow$ použije se částečná věrohodnost, viz [3]:

Částečná věrohodnost

$$L(\beta_{ij}) = \prod_t \prod_k \frac{\exp(B_{ij}Z_k(t))}{\sum_{k=1}^n Y_{ik}(t)\exp(B_{ij}Z_k(t))}$$

Logaritmická částečná věrohodnost

$$\begin{aligned} l(\beta_{ij}) &= \sum_t \sum_k \beta_{ij} Z_k(t) - \log \left(\sum_{k=1}^n Y_{ik}(t) \exp(\beta_{ij} Z_k(t)) \right) = \\ &= \int_0^T \sum_k \left[\beta_{ij} Z_k(t) - \log \left(\sum_{k=1}^n Y_{ik}(t) \exp(\beta_{ij} Z_k(t)) \right) \right] dN_{ijk}(t) \end{aligned}$$

kde $dN_{ijk}(t) = \mathbf{1}[\text{firma } k \text{ přejde v } t \text{ z } i \text{ do } j]$

Maximalizací $l(\beta_{ij})$ získáme $\hat{\beta}_{ij}$, podrobnější postup a asymptotická normalita viz [3].

Test poměrem věrohodností

$$LR = 2(l(\hat{\beta}_{ij}) - l(\beta_{ij0})) = 2(l(\hat{\beta}_{ij}) - l(0)) \sim_{H_0} \chi_1^2$$

Testy hypotéz

Downgrade po downgradu a upgrade po upgradu

Results shown are for the test of an effect of a previous downgrade on the intensity of a downgrade to a neighboring state

Ratings		$\hat{\beta}$	std($\hat{\beta}$)	n_1	n_2	p
From	To					
AA+	AA	0.897	0.281	149	65	<0.01
AA	AA-	0.936	0.211	314	100	<0.01
AA-	A+	0.871	0.172	490	162	<0.01
A+	A	0.582	0.147	663	198	<0.01
A	A-	0.868	0.160	842	193	<0.01
A-	BBB+	1.180	0.196	780	161	<0.01
BBB+	BBB	0.714	0.168	721	180	<0.01
BBB	BBB-	1.180	0.222	712	140	<0.01
BBB-	BB+	1.090	0.241	641	95	<0.01
BB+	BB	0.970	0.303	513	59	<0.01
BB	BB-	0.144	0.227	571	82	0.53
BB-	B+	0.858	0.253	522	74	<0.01
B+	B	1.010	0.282	575	87	<0.01
B	B-	0.541	0.457	437	43	<0.01
B-	CCC+	2.030	1.040	271	28	<0.01
CCC+	CCC	6.170	23.5	194	15	0.20
CCC	CCC-	-0.929	0.873	150	18	0.32

The first column shows the precise type of transition studied. The second column reports the estimate of β . A positive (negative) β implies that the downgrade intensity is increased (decreased) by a factor of $\exp(\beta)$ compared to the case of a previous upgrade. The standard deviation of the estimate is provided. n_1 is the total number of times we have observed a firm exposed to the given type of transition, i.e. the total number of censored or uncensored observations in the 'From' rating category. n_2 reports the number of actual transitions observed. p is the test statistic reported as a probability. So a test statistic of <0.01 is significant at least at the level of one percent. We see highly significant effects in virtually all categories.

Results shown are for the test of an effect of a previous upgrade on the intensity of an upgrade to a neighboring state

Ratings		$\hat{\beta}$	std($\hat{\beta}$)	n_1	n_2	p
From	To					
AA+	AAA	-0.106	0.525	149	15	0.84
AA	AA+	-0.011	0.545	314	14	0.98
AA-	AA	-0.132	0.268	490	56	0.62
A+	AA-	0.337	0.233	663	85	0.14
A	A+	0.449	0.190	842	116	0.02
A-	A	0.261	0.151	780	177	0.08
BBB+	A-	0.720	0.168	721	153	<0.01
BBB	BBB+	0.508	0.173	712	137	<0.01
BBB-	BBB	0.143	0.173	641	144	0.405
BB+	BBB-	0.535	0.174	513	152	<0.01
BB	BB+	-0.100	0.187	571	122	0.60
BB-	BB	0.1947	0.190	522	114	0.315
B+	BB-	0.667	0.214	575	90	<0.01
B	B+	0.560	0.277	437	63	0.05
B-	B	0.490	0.477	271	22	0.31
CCC+	B-	-6.150	25.7	194	17	0.24
CCC	CCC+	-7.280	45.1	150	6	0.25

The first column shows the precise type of transition studied. The second column reports the estimate of β . A positive (negative) β implies that the upgrade intensity is increased (decreased) by a factor of $\exp(\beta)$ compared to the case of a previous downgrade. The standard deviation of the estimate is provided. n_1 is the total number of times we have observed a firm exposed to the given type of transition, i.e. the total number of censored and uncensored observations in the 'From' category. n_2 reports the number of actual transitions observed. p is the test statistic reported as a probability. A test statistic of <0.01 is significant at least at the level of 1%.

Testy hypotéz

Vliv stráveného času na downgrade a upgrade

Results shown are for the test of an effect of the waiting time in the initial category listed under 'From' on the intensity of a downgrade to a neighboring state

Ratings		$\hat{\beta}$	$\text{std}(\hat{\beta})$	n_1	n_2	p
From	To					
AAA	AA+	-0.348	0.114	61	13	<0.01
AA+	AA	-0.405	0.067	149	65	<0.01
AA	AA-	-0.282	0.037	314	100	<0.01
AA-	A+	-0.380	0.041	490	162	<0.01
A+	A	-0.351	0.035	663	198	<0.01
A	A-	-0.547	0.046	842	193	<0.01
A-	BBB+	-0.628	0.064	780	161	<0.01
BBB+	BBB	-0.360	0.047	721	180	<0.01
BBB	BBB-	-0.555	0.056	712	140	<0.01
BBB-	BB+	-0.679	0.095	641	95	<0.01
BB+	BB	-0.708	0.134	513	59	<0.01
BB	BB-	-0.453	0.099	571	82	<0.01
BB-	B+	-0.621	0.110	522	74	<0.01
B+	B	-0.529	0.085	575	87	<0.01
B	B-	-0.683	0.155	437	43	<0.01
B-	CCC+	-0.902	0.216	271	28	<0.01
CCC+	CCC	-2.241	0.690	194	15	<0.01
CCC	CCC-	-0.704	0.259	150	18	<0.01

The first column shows the precise type of transition studied. The second column reports the estimate of β . A negative (positive) β implies that the downgrade intensity is decreased (increased) after a duration of t by a factor of $\exp(\beta t)$ compared to a case where the duration has no effect. The standard deviation of the estimate is provided. n_1 is the total number of times we have observed a firm exposed to the given type of transition, i.e. the total number of censored or uncensored observations in the 'From' rating category. n_2 reports the number of actual transitions observed. p is the test statistic reported as a probability. A test statistic of <0.01 is significant at least at the level of one percent. We see highly significant effects in virtually all categories.

Results shown are for the test of an effect of the waiting time in the initial category listed under 'From' on the intensity of an upgrade to a neighboring state

Ratings		$\hat{\beta}$	$\text{std}(\hat{\beta})$	n_1	n_2	p
From	To					
AA+	AAA	-0.416	0.132	149	15	<0.01
AA	AA+	-0.226	0.096	314	14	<0.01
AA-	AA	-0.360	0.072	490	56	<0.01
A+	AA-	-0.331	0.057	663	85	<0.01
A	A+	-0.329	0.049	842	116	<0.01
A-	A	-0.376	0.045	780	177	<0.01
BBB+	A-	-0.449	0.057	721	153	<0.01
BBB	BBB+	-0.266	0.043	712	137	<0.01
BBB-	BBB	-0.346	0.051	641	144	<0.01
BB+	BBB-	-0.532	0.075	513	152	<0.01
BB	BB+	-0.540	0.085	571	122	<0.01
BB-	BB	-0.537	0.084	522	114	<0.01
B+	BB-	-0.383	0.071	575	90	<0.01
B	B+	-0.359	0.100	437	63	<0.01
B-	B	-0.430	0.189	271	22	0.012
CCC+	B-	-0.507	0.247	194	17	0.016
CCC	CCC+	-0.934	0.631	150	6	0.032

The first column shows the precise type of transition studied. The second column reports the estimate of β . A negative (positive) β implies that the upgrade intensity is decreased (increased) after a duration of t by a factor of $\exp(\beta t)$ compared to a case where the duration has no effect. The standard deviation of the estimate is provided. n_1 is the total number of times we have observed a firm exposed to the given type of transition, i.e. the total number of censored or uncensored observations in the 'From' rating category. n_2 reports the number of actual transitions observed. p is the test statistic reported as a probability. A test statistic of <0.01 is significant at least at the level of 1%. We see highly significant effects in virtually all categories.

Výňatky z S&P reportu za rok 2024 [2], popis je trochu nejasný, ale nejspíše S&P stále používá metodu kohort:

Average multiyear global corporate transition matrices, 1981-2024 (%)

One-year transition rates

From/to	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C	D	NR
AAA	87.28 (7.37)	8.92 (7.16)	0.51 (0.81)	0.03 (0.13)	0.10 (0.26)	0.03 (0.17)	0.05 (0.34)	0.00 (0.00)	3.08 (2.45)
AA	0.45 (0.52)	87.74 (5.18)	7.50 (4.19)	0.44 (0.65)	0.05 (0.18)	0.06 (0.19)	0.02 (0.06)	0.02 (0.07)	3.74 (1.69)
A	0.02 (0.08)	1.48 (1.04)	89.42 (4.06)	4.64 (2.21)	0.23 (0.36)	0.10 (0.22)	0.01 (0.06)	0.05 (0.10)	4.04 (1.71)
BBB	0.00 (0.03)	0.07 (0.14)	3.05 (1.58)	87.33 (4.09)	3.21 (1.67)	0.40 (0.62)	0.09 (0.19)	0.14 (0.23)	5.71 (1.52)
BB	0.01 (0.05)	0.02 (0.08)	0.10 (0.22)	4.44 (1.88)	78.89 (4.81)	6.25 (3.14)	0.50 (0.65)	0.56 (0.76)	9.23 (2.21)
B	0.00 (0.00)	0.02 (0.07)	0.06 (0.17)	0.14 (0.19)	4.47 (1.98)	75.18 (3.81)	4.79 (2.59)	2.93 (2.87)	12.41 (2.28)
CCC/C	0.00 (0.00)	0.00 (0.00)	0.07 (0.34)	0.13 (0.53)	0.40 (0.79)	13.18 (7.18)	45.07 (8.17)	26.12 (11.29)	15.03 (4.37)

Note: Numbers in parentheses are weighted standard deviations, weighted by the issuer base. NR--Not rated. Sources: S&P Global Market Intelligence's CreditPro and S&P Global Ratings Credit Research & Insights.

Transition analysis. Transition rates compare issuer credit ratings at the beginning of a period with ratings at the end of the period. To compute one-year rating transition rates by rating category, we compared the rating on each entity at the end of a particular year with the rating at the beginning of the same year. An issuer that remained rated for more than one year was counted as many times as the number of years it was rated.

For instance, an issuer continually rated from the middle of 1984 to the middle of 1991 would appear in the seven consecutive one-year transition matrices from 1985-1991. If the rating on the issuer was withdrawn in the middle of 1991, it would be included in the column representing transitions to NR in the 1991 transition matrix. Similarly, if it defaulted in the middle of 1991, it would be included in the column representing transitions to 'D' in the 1991 one-year transition matrix.

All 1981 static pool members still rated on Jan. 1, 2024, had 44 one-year transitions, while companies first rated on Jan. 1, 2024, had only one. Table 29 displays the summary of one-year transitions in the investment-grade and speculative-grade rating categories. Each one-year transition matrix displays all rating movements between letter categories from the beginning of the year through year-end. For each rating listed in the matrix's leftmost column, there are nine ratios listed in the rows, corresponding to the ratings from 'AAA' to 'D', plus an entry for NR (see table 22).

The only ratings considered in these calculations are those on entities at the beginning of each static pool and those at the end. All rating changes that occur in between are ignored. For example, if an entity was rated 'A' on Jan. 1, 2024, and was downgraded to 'BBB' in the middle of the year and then upgraded to 'A' later in the year (with no other subsequent rating changes), this entity would be included only in the percentage of issuers that began the year as 'A' that ended the year as 'A'. This also applies to transition matrices that span longer time horizons. If an issuer defaults or if the rating on the issuer is withdrawn in the middle of the year, then it would be considered rated 'D' or not rated as of Dec. 31 of that particular year.

- představení nových metod
 - metoda se spojitým časem pro homogenní řetězec
 - metoda se spojitým časem pro nehomogenní řetězec
 - odstranění některých nedostatků metody kohort
- testování hypotéz
 - široké možnosti, dle volby $Z_i(t)$
 - možné rozšířit na více regresorů
 - může být velmi užitečné v praxi
- nepoužití v praxi

Tabulky pro srovnání metod a výsledky testování získány z [1]

[1] Lando, David and Skodeberg, Torben M., (2002), Analyzing rating transitions and rating drift with continuous observations, Journal of Banking & Finance, 26, issue 2-3, p. 423-444, <https://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:jbfina:v:26:y:2002:i:2-3:p:423-444>.

[2] Serino, Nicole and Kraemer, Nick W., (2025), 2024 Annual Global Corporate Default And Rating Transition Study, <https://www.spglobal.com/ratings/en/regulatory/article/250327-default-transition-and-recovery-2024-annual-global-corporate-default-and-rating-transition-study-s13452126>

[3] Andersen, P., Borgan, Ø., Gill, R., Keiding, N., 1993. Statistical Models Based on Counting Processes. Springer, New York.

Děkuji za pozornost.