

8 Iterační lemma pro CFL, (+ Redukce, ChNF gramatiky)

1. Rozhodněte, zda jsou následující jazyky bezkontextové (případně zopakujte, zda jsou regulární).

- (a) $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (b) $L = \{a^i b^i \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- (c) $L = \{a^i b^j a^i \mid i, j = 0, 1, 2, \dots\}$
- (d) $L = \{a^i b^j a^k \mid i, j, k = 0, 1, 2, \dots\}$
- (e) $L = \{a^i b^i c^i \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- (f) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k = 0, 1, 2, \dots \& i \leq j \leq k\}$
- (g) $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (h) $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^* \& |w|_a = |w|_b\}$
- (i) $L = \{a^{i^2} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- (j) $L = \{a^{i^2+i+1} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- (k) $L = \{a^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$
- (l) $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \& |w|_0 \neq |w|_1\}$
- (m) $L = \{0^i 1^i 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\} \cup \{0^i 1^j 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$
- (n) $L = \{0^i 1^i 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\} \cap \{0^i 1^j 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$.

Redukce CFG gramatiky, Uzávěrové vlastnosti

2. Zredukujte následující gramatik, tj. odstraňte zbytečné neterminály a je obsahující pravidla.

$$G_1 = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, P, S), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aA|bB|aSa|bSb|\epsilon \\ A \rightarrow bCD|DbA \\ B \rightarrow bB|AC \\ C \rightarrow aA|AC \\ D \rightarrow DE \\ E \rightarrow \epsilon \end{array} \right\}.$$

3. Následující bezkontextovou gramatiku převedte na redukovanou gramatiku bez ϵ pravidel a jednotkových pravidel, která generuje stejný jazyk.

$$(a) \ G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, c\}, P, S), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aACa \\ A \rightarrow a|B \\ B \rightarrow C|c \\ C \rightarrow cC|\epsilon \end{array} \right\},$$

$$(b) \ G_3 = (\{S, A, C\}, \{0, 1, 2\}, P, S), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ASC|\epsilon \\ A \rightarrow 1A0|\epsilon \\ C \rightarrow 2C|S \end{array} \right\},$$

4. Následující bezkontextovou gramatiku převedte do Chomského normální formy.

$$G_4 = (\{S, E, F\}, \{(\cdot), *, +, a\}, P, S), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow (E) \\ E \rightarrow F + F|F * F \\ F \rightarrow S|a \end{array} \right\}.$$

5. Navrhněte algoritmus, jak pro dané slovo $w \in \Sigma$ a gramatiku $G = (V, T, P, S)$ rozhodnout, zda slovo w patří do jazyka $L(G)$. (Algoritmus nemusí být efektivní, může mít exponenciální složitost. CYK algoritmus s polynomiální složitostí není povinný, ukážeme pouze, pokud zbyde čas.

6. Mějme abecedu $\Sigma = \{a, b\}$. Je jazyk korektních regulárních výrazů nad Σ regulární? Bezkontextový? Existuje pro něj jednoznačná gramatika?

7. Uvažujeme jazyk $L_{11} = \{0, 1\}^* . 11 . \{0, 1\}^*$.

- (a) Je jazyk regulární? Dokažte.
- (b) Je jazyk $\overline{L_{11}}$ regulární? Dokažte.