

Témy:

- Chomského hierarchie:
 - Regulární gramatiky - pravidla typu $A \rightarrow wB$ nebo $A \rightarrow w$ kde $A \in V, w \in T^*$
 - Bezkontextové gramatiky - pravidla typu $A \rightarrow \omega$ kde $A \in V, \omega \in (V \cup T)^*$
 - Kontextové gramatiky - pravidla typu $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$ kde $A \in V, \alpha, \beta \in (V \cup T)^*$ a $\omega \in (V \cup T)^+$, ale dovolíme pravidlo $S \rightarrow \epsilon$, pak ale S nesmí být na pravé straně žádného pravidla
 - Obecné gramatiky - pravidla typu $\alpha \rightarrow \beta$ kde $\alpha, \beta \in (V \cup T)^*$
- Lemma o vkládání pro CFL - Mějme bezkontextový jazyk L . Pak existuje přirozené číslo $n \in \mathbb{N}$ takové, že každé $z \in L, |z| > n$ lze rozložit na $z = uvwxy$ kde:
 - $|vwx| \leq n$
 - $vx \neq \epsilon$
 - $\forall i \geq 0, uv^iwx^iy \in L$.
- Chomského normální forma ($A \rightarrow BC$ a $A \rightarrow a; A, B, C \in V; a \in T$) - redukce CFG:
 - Eliminace ϵ -pravidel
 - Eliminace jednotkových pravidel $A \rightarrow B$ kde $A, B \in V$
 - Eliminace zbytečných symbolů (nejprve negenerující, pak nedosažitelné)
 - Vytvoř nové neterminály pro každý terminál a přidej příslušná pravidla. ($X_a \rightarrow a$); $X_a \in V; a \in T$
 - Rekurzivně nahraď dlouhá pravidla $A \rightarrow A_1A_2A_3$ za $A \rightarrow A_1B_{23}$ a $B_{23} \rightarrow A_2A_3$

Úkoly:

- Simulujte výpočet dvousměného automatu na vstupu (z předešlého cvičení) $\#aaab\#$.

	a	b	#
$\rightarrow p_0$	-	-	p,+1
p	p,+1	p,+1	q,-1
q	qa,-1	qb,-1	-
qa	-	qa,-1	q _F ,+1
qb	qb,-1	-	q _F ,+1
q_F	q _F ,+1	q _F ,+1	q _{FF} ,+1
$*q_{FF}$	-	-	-

- Rozhodněte, zda jsou následující jazyky bezkontextové, regulárne, nebo patří do jiné třídy Chomského hierarchie.

- $L = \{a^i b^i \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^i b^j a^i \mid i, j = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- $L = \{a^i b^j a^k \mid i, j, k = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^i b^j c^i \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k = 0, 1, 2, \dots \& i \leq j \leq k\}$
- $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^* \& |w|_a = |w|_b\}$

- $L = \{a^{i^2} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^{i^2+i+1} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$
- $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \& |w|_0 \neq |w|_1\}$
- $L = \{0^i 1^i 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\} \cup \{0^i 1^j 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$
- $L = \{0^i 1^i 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\} \cap \{0^i 1^j 0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$.

- Zredukujte následující gramatiku, tj. odstraňte zbytečné neterminály a je obsahující pravidla.

$$(a) \ G_1 = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aA|bB|aSa|bSb|\epsilon \\ A \rightarrow bCD|Dba \\ B \rightarrow bB|AC \\ C \rightarrow aA|AC \\ D \rightarrow DE \\ E \rightarrow \epsilon \end{array} \right\}.$$

- Následující bezkontextovou gramatiku převeďte na redukovanou gramatiku bez ϵ pravidel a jednotkových pravidel, která generuje stejný jazyk až na řetězec ϵ .

$$(a) \ G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, c\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aACa \\ A \rightarrow a|B \\ B \rightarrow C|c \\ C \rightarrow cC|\epsilon \end{array} \right\},$$

$$(b) \ G_4 = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1, 2\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ABSC|\epsilon \\ A \rightarrow 1A0|\epsilon \\ B \rightarrow 1B00|\epsilon \\ C \rightarrow 2C|S \end{array} \right\},$$

- Následující bezkontextovou gramatiku převeďte do Chomského normální formy.

$$G_5 = (\{S, E, F\}, \{(\cdot), *, +, a\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow (E) \\ E \rightarrow F + F|F * F \\ F \rightarrow S|a \end{array} \right\}.$$

- Uvažujme bezkontextovou gramatiku G_6 . Rozhodněte, zda je slovo $abcbb$ generováno gramatikou G_6 . Gramatiku nejdříve převeďte na ChNF a k rozhodnutí použijte algoritmus CYK. $G_6 =$

$$(\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow CA|CB \\ B \rightarrow CBA|CB|BA|BB \\ C \rightarrow ABC|BC \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \\ C \rightarrow c \end{array} \right\}.$$

- Najděte podmínky, podle kterých lze určit, zda je jazyk generovaný danou bezkontextovou gramatikou nekonečný. Inspirujte se pumping lemmatem pro bezkontextové jazyky.

Témy:

- Chomského hierarchie:
 - Regulární gramatiky - pravidla typu $A \rightarrow wB$ nebo $A \rightarrow w$ kde $A \in V, w \in T^*$
 - Bezkontextové gramatiky - pravidla typu $A \rightarrow \omega$ kde $A \in V, \omega \in (V \cup T)^*$
 - Kontextové gramatiky - pravidla typu $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$ kde $A \in V, \alpha, \beta \in (V \cup T)^*$ a $\omega \in (V \cup T)^+$, ale dovolíme pravidlo $S \rightarrow \epsilon$, pak ale S nesmí být na pravé straně žádného pravidla
 - Obecné gramatiky - pravidla typu $\alpha \rightarrow \beta$ kde $\alpha, \beta \in (V \cup T)^*$
- Lemma o vkládání pro CFL - Mějme bezkontextový jazyk L . Pak existuje přirozené číslo $n \in \mathbb{N}$ takové, že každé $z \in L, |z| > n$ lze rozložit na $z = uvwxy$ kde:
 - $|vwx| \leq n$
 - $vx \neq \epsilon$
 - $\forall i \geq 0, uv^iwx^iy \in L$.
- Chomského normální forma ($A \rightarrow BC$ a $A \rightarrow a; A, B, C \in V; a \in T$) - redukce CFG:
 - Eliminace ϵ -pravidel
 - Eliminace jednotkových pravidel $A \rightarrow B$ kde $A, B \in V$
 - Eliminace zbytečných symbolů (nejprve negenerující, pak nedosažitelné)
 - Vytvoř nové neterminály pro každý terminál a přidej příslušná pravidla. ($X_a \rightarrow a$); $X_a \in V; a \in T$
 - Rekurzivně nahraď dlouhá pravidla $A \rightarrow A_1A_2A_3$ za $A \rightarrow A_1B_{23}$ a $B_{23} \rightarrow A_2A_3$

Úkoly:

- Simulujte výpočet dvousměného automatu na vstupu (z předešlého cvičení) $\#aaab\#$.

	a	b	#
$\rightarrow p_0$	-	-	p,+1
p	p,+1	p,+1	q,-1
q	qa,-1	qb,-1	-
qa	-	qa,-1	qF,+1
qb	qb,-1	-	qF,+1
qF	qF,+1	qF,+1	qFF,+1
$*qFF$	-	-	-

- Rozhodněte, zda jsou následující jazyky bezkontextové, regulárne, nebo patří do jiné třídy Chomského hierarchie.

- $L = \{a^ib^i \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^ib^ja^i \mid i, j = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- $L = \{a^ib^ja^k \mid i, j, k = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^ib^jc^i \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^ib^jc^k \mid i, j, k = 0, 1, 2, \dots \& i \leq j \leq k\}$
- $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^* \& |w|_a = |w|_b\}$

- $L = \{a^{i^2} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^{i^2+i+1} \mid i = 0, 1, 2, \dots\}$
- $L = \{a^p \mid p \text{ je prvočíslo}\}$
- $L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \& |w|_0 \neq |w|_1\}$
- $L = \{0^i1^i0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\} \cup \{0^i1^j0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$
- $L = \{0^i1^i0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\} \cap \{0^i1^j0^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$.

- Zredukujte následující gramatiku, tj. odstraňte zbytečné neterminály a je obsahující pravidla.

$$(a) \ G_1 = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aA|bB|aSa|bSb|\epsilon \\ A \rightarrow bCD|Dba \\ B \rightarrow bB|AC \\ C \rightarrow aA|AC \\ D \rightarrow DE \\ E \rightarrow \epsilon \end{array} \right\}.$$

- Následující bezkontextovou gramatiku převeďte na redukovanou gramatiku bez ϵ pravidel a jednotkových pravidel, která generuje stejný jazyk až na řetězec ϵ .

$$(a) \ G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, c\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aACa \\ A \rightarrow a|B \\ B \rightarrow C|c \\ C \rightarrow cC|\epsilon \end{array} \right\},$$

$$(b) \ G_4 = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1, 2\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ABSC|\epsilon \\ A \rightarrow 1A0|\epsilon \\ B \rightarrow 1B00|\epsilon \\ C \rightarrow 2C|S \end{array} \right\},$$

- Následující bezkontextovou gramatiku převeďte do Chomského normální formy.

$$G_5 = (\{S, E, F\}, \{(\cdot), *, +, a\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow (E) \\ E \rightarrow F + F|F * F \\ F \rightarrow S|a \end{array} \right\}.$$

- Uvažujme bezkontextovou gramatiku G_6 . Rozhodněte, zda je slovo $abcb$ generováno gramatikou G_6 . Gramatiku nejdříve převeďte na ChNF a k rozhodnutí použijte algoritmus CYK. $G_6 =$

$$(\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, S, P), \text{ kde } P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow CA|CB \\ B \rightarrow CBA|CB|BA|BB \\ C \rightarrow ABC|BC \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \\ C \rightarrow c \end{array} \right\}.$$

- Najděte podmínky, podle kterých lze určit, zda je jazyk generovaný danou bezkontextovou gramatikou nekonečný. Inspirujte se pumping lemmatem pro bezkontextové jazyky.