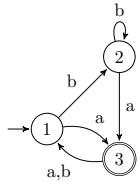


Úkoly:

Regulární výrazy

- Pro následující regulární výrazy zkonstruujte konečné automaty, které přijímají jimi reprezentované jazyky:
 - $((\mathbf{ab} + \mathbf{c})^+ \mathbf{a}(\mathbf{bc})^* + \mathbf{b})^*$
 - $((\mathbf{ab} + \mathbf{c})^* \mathbf{a}(\mathbf{bc})^* + \mathbf{b})^*$
 - $(\mathbf{01}^* + \mathbf{101})^* \mathbf{0}^* \mathbf{1}$
- Zapište formát přípustného identifikátoru proměnné. Můžete používat intervaly a-z apod.
- Napište regulární výraz pro automat:

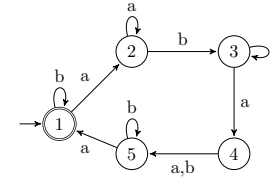


Homomorfizmy

- Nechť h je homomorfismus $h : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{a, b\}$, $h(0) = a$, $h(1) = ab$, $h(2) = ba$.
 - Určete $h(0120)$ a $h(21120)$.
 - Mějme $L = L(\mathbf{01}^* \mathbf{2})$. Určete $h(L)$.
 - Mějme $L = L(\mathbf{0} + \mathbf{12})$. Určete $h(L)$.
 - Mějme $L = L((\mathbf{b} + \epsilon)(\mathbf{ab})^*(\mathbf{a} + \epsilon))$. Určete $h^{-1}(L)$.

Derivace

- Mějme jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Levá derivace jazyka slovem $v \in \Sigma^*$ je definovaná $\partial_v(L) = \{w \mid vw \in L\}$, pravá derivace $\partial_v^R(L) = \{w \mid wv \in L\}$. Dokažte, že je-li L regulární, je regulární i jeho levá i pravá derivace.
- Dokažte, že regulární jazyky jsou uzavřené na operace:
 - $\min(L) = \{w \mid w \in L \ \& \ \neg(\exists v \in L, u \in \Sigma^+ : w = vu)\}$, tj. žádný vlastní prefix w není z L .
 - $\max(L) = \{w \mid w \in L \ \& \ \neg(\exists v \in L, u \in \Sigma^+ : vu \in L)\}$, tj. w není prefixem jiného slova z L .
 - $\text{init}(L) = \{w \mid u \in \Sigma^* : wu \in L\}$, tj. w je prefixem nějakého slova z L .
- Uvažujme konečný automat A zadaný následujícím stavovým diagramem:



Sestrojte konečné automaty, které přijímají jazyky:

- $L_1 = \{w \mid (\exists u, v \in \{a, b\}^*) w = uv \ \& \ uav \in L(A)\}$
- $L_2 = \{w \mid (\exists u, v \in \{a, b\}^*) w = uv \ \& (uav \in L(A) \vee ubv \in L(A))\}$
- $L_3 = \{w \mid (\exists u, v \in \{a, b\}^*) w = uav \ \& uv \in L(A)\}$.

Dvousměrné automaty

- Simulujte výpočet dvousměrného automatu na vstupu $\#aaab\#$.

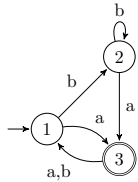
	a	b	#
$\rightarrow p_0$	-	-	$p, +1$
p	$p, +1$	$p, +1$	$q, -1$
q	$qa, -1$	$qb, -1$	-
qa	-	$qa, -1$	$q_F, +1$
qb	$qb, -1$	-	$q_F, +1$
q_F	$q_F, +1$	$q_F, +1$	$q_{FF}, +1$
$*q_{FF}$	-	-	-

- Uvažujme konečný automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. Navrhněte dvousměrné automaty (stačí nedeterministický), které přijímají jazyky:
 - $L_1 = \{\#w\$ \mid ww^R \in L(A)\}$
 - $L_2 = \{\#w\$ \mid ww \in L(A)\}$
 - $L_3 = \{\#w\$ \mid (\exists v \in \Sigma^*) wv \in L(A) \ \& \ |w| = |v|\}$
- Navrhněte nedeterministický konečný automat přijímající jazyk $L_1 = \{\#w\$ \mid ww^R \in L(A)\}$ s/bez využití 2NFA.

Úkoly:

Regulární výrazy

- Pro následující regulární výrazy zkonstruujte konečné automaty, které přijímají jimi reprezentované jazyky:
 - $((\mathbf{ab} + \mathbf{c})^+ \mathbf{a}(\mathbf{bc})^* + \mathbf{b})^*$
 - $((\mathbf{ab} + \mathbf{c})^* \mathbf{a}(\mathbf{bc})^* + \mathbf{b})^*$
 - $(\mathbf{01}^* + \mathbf{101})^* \mathbf{0}^* \mathbf{1}$
- Zapište formát přípustného identifikátoru proměnné. Můžete používat intervaly a-z apod.
- Napište regulární výraz pro automat:

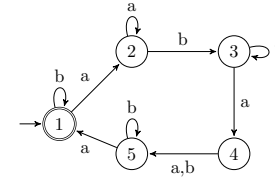


Homomorfizmy

- Nechť h je homomorfismus $h : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{a, b\}$, $h(0) = a$, $h(1) = ab$, $h(2) = ba$.
 - Určete $h(0120)$ a $h(21120)$.
 - Mějme $L = L(\mathbf{01}^* \mathbf{2})$. Určete $h(L)$.
 - Mějme $L = L(\mathbf{0} + \mathbf{12})$. Určete $h(L)$.
 - Mějme $L = L((\mathbf{b} + \epsilon)(\mathbf{ab})^*(\mathbf{a} + \epsilon))$. Určete $h^{-1}(L)$.

Derivace

- Mějme jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Levá derivace jazyka slovem $v \in \Sigma^*$ je definovaná $\partial_v(L) = \{w \mid vw \in L\}$, pravá derivace $\partial_v^R(L) = \{w \mid wv \in L\}$. Dokažte, že je-li L regulární, je regulární i jeho levá i pravá derivace.
- Dokažte, že regulární jazyky jsou uzavřené na operace:
 - $\min(L) = \{w \mid w \in L \ \& \ \neg(\exists v \in L, u \in \Sigma^+ : w = vu)\}$, tj. žádný vlastní prefix w není z L .
 - $\max(L) = \{w \mid w \in L \ \& \ \neg(\exists v \in L, u \in \Sigma^+ : vu \in L)\}$, tj. w není prefixem jiného slova z L .
 - $\text{init}(L) = \{w \mid u \in \Sigma^* : wu \in L\}$, tj. w je prefixem nějakého slova z L .
- Uvažujme konečný automat A zadaný následujícím stavovým diagramem:



Sestrojte konečné automaty, které přijímají jazyky:

- $L_1 = \{w \mid (\exists u, v \in \{a, b\}^*) w = uv \ \& \ uav \in L(A)\}$
- $L_2 = \{w \mid (\exists u, v \in \{a, b\}^*) w = uv \ \& (uav \in L(A) \vee ubv \in L(A))\}$
- $L_3 = \{w \mid (\exists u, v \in \{a, b\}^*) w = uav \ \& uv \in L(A)\}$.

Dvousměrné automaty

- Simulujte výpočet dvousměrného automatu na vstupu $\#aaab\#$.

	a	b	#
$\rightarrow p_0$	-	-	$p, +1$
p	$p, +1$	$p, +1$	$q, -1$
q	$qa, -1$	$qb, -1$	-
qa	-	$qa, -1$	$q_F, +1$
qb	$qb, -1$	-	$q_F, +1$
q_F	$q_F, +1$	$q_F, +1$	$q_{FF}, +1$
$*q_{FF}$	-	-	-

- Uvažujme konečný automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. Navrhněte dvousměrné automaty (stačí nedeterministický), které přijímají jazyky:
 - $L_1 = \{\#w\$ \mid ww^R \in L(A)\}$
 - $L_2 = \{\#w\$ \mid ww \in L(A)\}$
 - $L_3 = \{\#w\$ \mid (\exists v \in \Sigma^*) wv \in L(A) \ \& \ |w| = |v|\}$
- Navrhněte nedeterministický konečný automat přijímající jazyk $L_1 = \{\#w\$ \mid ww^R \in L(A)\}$ s/bez využití 2NFA.