

5 Hlavní věta o symetrických polynomech

1. Vyjádřete pomocí elementárních symetrických polynomů n neurčitých nad oborem integrality $\mathbb{Z}$ polynomy:

(a) $\sum^{(3)} x_1^2 x_2^2,$

(b) $\sum^{(3)} x_1^3 x_2,$

(c) $\sum^{(3)} x_1^3 x_2^3,$

(d) $\sum^{(4)} x_1^2 x_2 x_3,$

(e) $\sum^{(4)} x_1^2 x_2^2 x_3^2,$

(f) $\sum^{(5)} x_1^4 x_2^3 x_3^2 x_4,$

(g) $s_2 = \sum^{(4)} x_1^2,$

(h) $s_2^2 s_3, n = 4,$

(i) $\sigma_2^2 s_3, n = 3,$

(j) $\sigma_1 \sigma_2 s_2^2, n = 4.$

2. Je dán polynom $x^3 + 7x - 2$ jedné neurčité x nad oborem integrality $\mathbb{Z}$. Určete bez přímého výpočtu kořenů tohoto polynomu součet třetích mocnin těchto kořenů.
3. Je dán polynom $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$. Nalezněte polynom g , jehož kořeny jsou rovny druhým mocninám kořenů polynomu f .
4. Je dán polynom $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$. Nalezněte polynom g , jehož kořeny jsou rovny kořenům polynomu f zvětšeným o 2.
5. Určete absolutní člen c polynomu $x^3 + 3x^2 - 7x + c$, jestliže víme, že jeden jeho kořen je roven součtu ostatních.
6. Určete kořeny a koeficienty p, q polynomu $x^3 + px + q$ stupně 3, jestliže pro kořeny platí $\alpha_2 = 2\alpha_1, \alpha_3 = \alpha_1^2$.

5 Hlavní věta o symetrických polynomech

1. Vyjádřete pomocí elementárních symetrických polynomů n neurčitých nad oborem integrality $\mathbb{Z}$ polynomy:

(a) $\sum^{(3)} x_1^2 x_2^2,$

(b) $\sum^{(3)} x_1^3 x_2,$

(c) $\sum^{(3)} x_1^3 x_2^3,$

(d) $\sum^{(4)} x_1^2 x_2 x_3,$

(e) $\sum^{(4)} x_1^2 x_2^2 x_3^2,$

(f) $\sum^{(5)} x_1^4 x_2^3 x_3^2 x_4,$

(g) $s_2 = \sum^{(4)} x_1^2,$

(h) $s_2^2 s_3, n = 4,$

(i) $\sigma_2^2 s_3, n = 3,$

(j) $\sigma_1 \sigma_2 s_2^2, n = 4.$

2. Je dán polynom $x^3 + 7x - 2$ jedné neurčité x nad oborem integrality $\mathbb{Z}$. Určete bez přímého výpočtu kořenů tohoto polynomu součet třetích mocnin těchto kořenů.
3. Je dán polynom $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$. Nalezněte polynom g , jehož kořeny jsou rovny druhým mocninám kořenů polynomu f .
4. Je dán polynom $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$. Nalezněte polynom g , jehož kořeny jsou rovny kořenům polynomu f zvětšeným o 2.
5. Určete absolutní člen c polynomu $x^3 + 3x^2 - 7x + c$, jestliže víme, že jeden jeho kořen je roven součtu ostatních.
6. Určete kořeny a koeficienty p, q polynomu $x^3 + px + q$ stupně 3, jestliže pro kořeny platí $\alpha_2 = 2\alpha_1, \alpha_3 = \alpha_1^2$.