Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ FAKULTA
Univerzita Karlova

Stanislav Svoboda

Zobecněný problém trasování vozidel

26. května 2024

Úvod

- Čerpáme ze článku [Branda a kol.(2017)Branda, Haugen, Novotný a Olstad].
- Cílem práce je optimalizovat cestu heterogenní flotily přes předem určené trasy.
- Před optimalizací firma vlastní 3 továrny, kde každá továrna zásobuje ji přiřazené lodě. V optimalizaci se bere v úvahu centralizované plánování.

Požadavky na model

- Každá loď může udělat více cest během jednoho plánovacího horizontu.
- Každá zakázka má nejdřívější a nejzazší termín splnění.
- Každá zakázka musí být splněná najednou.
- Při plánování nemusí být všechny lodě v přístavu, stačí vědět kdy se vrátí.

Model

- Model se dá popsat jako:
  Model trasování oblouků vozidel s více depy, časovými okny pro doručení, heterogenním flotilou a více trasami mezi depy.

- Použijeme následující indexové množiny:
  - $\mathcal{V}$ – vessels ν,
  - $\mathcal{J}$ – factory visits j,
  - $\mathcal{Q}$ – customer orders q,
  - $\mathcal{Q}_\nu$ – customer orders which can be satisfied by vessels ν,
  - $\mathcal{J} \cup \mathcal{Q} = \mathcal{N}$,
  - $\mathcal{J} \cup \mathcal{Q}_\nu = \mathcal{N}_\nu$ – nodes feasible for vessels ν,
  - $\mathcal{N}_\nu^o = \mathcal{N}_\nu \cup \{o(\nu)\}$, $\mathcal{N}_\nu^d = \mathcal{N}_\nu \cup \{d(\nu)\}$, $\mathcal{N}_\nu^{od} = \mathcal{N}_\nu \cup \{o(\nu), d(\nu)\}$.

  - Různé zakázky q můžou být od stejného zákazníka.
  - Návštěvy pro každou továrnu musí být předgenerované, zde kolem 30. Nemusí být všechny použity.

- Použijeme následující rozhodovací veličiny:
  - $x_{nn'\nu} \in \{0, 1\}, n \in \mathcal{N}^o_\nu, n' \in \mathcal{N}^d_\nu, \nu \in \mathcal{V}$ – whether vessel ν services node n' directly after node n or not,
  - $t_n \geq 0, n \in \mathcal{N}^{od}_\nu$ – the time at which service at node n starts,
  - $y_{\nu n} \geq 0, n \in \mathcal{N}^o_\nu, \nu \in \mathcal{V}$ – on-board inventory of vessel ν after servicing node n,
  - $a_{\nu n} \geq 0, n \in \mathcal{N}^o_\nu, \nu \in \mathcal{V}$ – amount loaded/unloaded to/from ship ν at node n.

  - Čas je spojitý.
  - Nezáleží na konkrétním zboží z důvodu typu přepravy, náklad je měřen hmotností.

Model

- Parametry modelu jsou následující:
  - $c_{nn'\nu}$ – cost of vessel ν going from n to n',
  - D_q – requested quantity in customer order q,
  - U_n – (un)loading (service) time per product unit at node n,
  - K_ν – capacity of vessel ν,
  - T – time horizon,
  - $T_{nn'\nu}$ – time distance between service nodes n and n' for vessel ν,
  - T_n^{min}, T_n^{max} – time window for service n, $T_n^{max} \leq T$,
  - $o(\nu)$ – start node of vessel ν,
  - $d(\nu)$ – end node of vessel ν.

  - Cena $c_{nn'\nu}$ může být určena vzdáleností mezi n a n' nebo spotřebou paliva plavidla ν.
  - Časový horizont T reprezentuje plánovací periodu. Je to horní hranice do kdy se musí splnit všechny objednávky. Pokud $T_n^{min} > T$ musí se objednávka vynechat z plánování nebo prodloužit časový horizont.

Model

- Účelová funkce je tvaru:

$$\min \sum_{\nu \in \mathcal{V}} \sum_{n \in \mathcal{N}_\nu^o} \sum_{n' \in \mathcal{N}_\nu^d} c_{nn'\nu} x_{nn'\nu} + \alpha \sum_{\nu \in \mathcal{V}} t_{d(\nu)}.$$

  - Funkce se snaží minimalizovat celkovou cenu cestování a penalizaci lodí za nesplnění cesty včas. Protože skutečná cena za nesplnění cesty včas se těžce odhadne, tak je druhý člen pouze aproximace s parametrem α, který nám umožňuje přidat váhu kterou přiřazujeme nesplnění.

- Podmínky na lodě:

$$\sum_{\nu\in\mathcal{V}}\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^o} x_{nj\nu} \leq 1,\ j\in\mathcal{J}, \tag{4.2}$$

$$\sum_{\nu\in\mathcal{V}}\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^o} x_{nq\nu} = 1,\ q\in\mathcal{Q}_\nu, \tag{4.3}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu} x_{o(\nu)n\nu} = 1,\ \nu\in\mathcal{V},\ n\in\mathcal{N}_\nu, \tag{4.4}$$

$$\sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^o} x_{nn'\nu} = \sum_{n\in\mathcal{N}_\nu^d} x_{n'n\nu},\ \nu\in\mathcal{V},\ n'\in\mathcal{N}_\nu, \tag{4.5}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{J}} x_{jd(\nu)\nu} = 1,\ \nu\in\mathcal{V}, \tag{4.6}$$

$$\sum_{q\in\mathcal{Q}} x_{qd(\nu)\nu} = 0,\ \nu\in\mathcal{V}. \tag{4.7}$$

  - (4.2) Každá návštěva továrny j byla použita nejvýše jednou.
  - (4.3) Každá objednávka je vyřízena právě jednou lodí.
  - (4.4) Loď se nevrátí do počátečního uzlu.
  - (4.5) Každý uzel, který loď navštíví, musí i opustit, kromě počátečního a konečného (oba předem určené).
  - (4.6),(4.7) Loď po skončení poslední objednávky se staví v továrně.

- Časové omezení lodi:

$$
\begin{aligned}
x_{nn'\nu}(t_n + U_n a_{\nu n} + T_{nn'\nu} - t_{n'}) &\leq 0,\ n \in \mathcal{N}_\nu^o, n' \in \mathcal{N}_\nu^d, \nu \in \mathcal{V}, && (4.8)\\
T_n^{min} \leq t_n &\leq T_n^{max},\ n \in \mathcal{N}, && (4.9)\\
t_{o(\nu)} &= 0,\ \nu \in \mathcal{V}. && (4.10)
\end{aligned}
$$

  - (4.8) Nelineární omezení na délku času přemístění a služby. Dá se linearizovat následovně:

$$t_n + U_n a_{\nu n} + T_{nn'\nu} - t_n \leq (1 - x_{nn'\nu})T.$$

  - (4.9) Začneme službu v časovém okně.
  - (4.10) Inicializujeme počáteční čas 0.

Model

- Podmínky na náklad:

$$
\begin{aligned}
x_{nj\nu}(y_{\nu n} + a_{\nu j} - y_{\nu j}) &= 0,\; n \in \mathcal{N}^o_\nu, j \in \mathcal{J}, \nu \in \mathcal{V}, && (4.11)\\
x_{nq\nu}(y_{\nu n} - a_{\nu q} - y_{\nu q}) &= 0,\; n \in \mathcal{N}^o_\nu, q \in \mathcal{Q}_\nu, \nu \in \mathcal{V}, && (4.12)\\
a_{\nu o(\nu)} &= 0, \nu \in \mathcal{V}, && (4.13)\\
y_{\nu o(\nu)} &= 0, \nu \in \mathcal{V}, && (4.14)\\
y_{\nu j} &\le K_\nu \sum_{n \in \mathcal{N}^o_\nu} x_{nj\nu},\; j \in \mathcal{J}, \nu \in \mathcal{V}, && (4.15)\\
a_{\nu j} &\le y_{\nu j},\; j \in \mathcal{J}, \nu \in \mathcal{V}, && (4.16)\\
y_{\nu q} + a_{\nu q} &\le K_\nu \sum_{n \in \mathcal{N}^d_\nu} x_{qn\nu},\; q \in \mathcal{Q}_\nu, \nu \in \mathcal{V}, && (4.17)\\
D_q &\le \sum_{\nu \in \mathcal{V}} a_{\nu q},\; q \in \mathcal{Q}_\nu. && (4.18)
\end{aligned}
$$

  - Musíme explicitně uvažovat omezení na náklad, protože lodi můžou mít více cest.
  - (4.11) Naložení nákladu v továrně, (4.12) vyložení nákladu u zákazníka (dá se opět linearizovat), (4.13),(4.14) loď začne bez nákladu, (4.15) loď může nakládat pouze v továrně a nepřesáhne kapacitu lodě, (4.16) dá se vynechat z modelu, nenaložíme více než kolik na konci máme, (4.17) vyložené zboží a zboží na konci nepřekročí kapacitu, (4.18) každá zakázka je splněná, s pomocí (4.3) bude splněna najednou, bez rozdělení.

Řešení problému

- Řešení pomocí smíšeného celočíselného programování se dá získat explicitně maximálně do 15 uzlů kvůli komplexitě problému (pomocí CPLEX solver).
- Celý problém řešen pomocí heuristik.
    - Nejdříve pomocí konstrukční heuristiky, která nedávala dostatečně dobré řešení.
    - Heuristika tabu prohledávání s počátečním řešením pomocí konstrukční heuristiky.
    - Nakonec heuristika shlukování místo konstrukční heuristiky a s pomocí tabu prohledávání. Nejrychlejší a nejlepší řešení.

Historická data

- Máme historická data z roku 2010.
- Flotila obsahuje 10 lodí.
- Kapacita je rovnoměrně rozdělená mezi 600 až 1650 tuny s průměrnou kapacitou 1200 (až na jednu loď s kapacitou 350 tun).
- Rychlost lodí je mezi 17 až 24 km/h.
- Průměrná objednávka je 80 tun.
- Vzdálenost mezi sousedními uzly je desítky až stovky kilometrů.

Historická data

- Porovnáme řešení pomocí heuristiky a historických dat.
- Autoři zvolili datum a algoritmu pouze řekli, kdy se lodě historicky vrátili z probíhající trasy a naplánovali trasy pomocí heuristiky tabu prohledávání s počátečním řešením pomocí heuristiky shlukování.
- Množinu zakázek zvolili všechny zakázky se splatností do 10 dnů a ty které byly historicky splněny v trase s některou z nich.
- Porovnání historické trasy s trasou získanou algoritmem:

Table 2. Test case summary.

Start	Horizon [days]	Served orders	Optimized distance [km]	Historical distance [km]	Improvement
2010-10-14	10	118	8680.7	12923.3	32.8%
2010-10-24	10	124	10405.6	14595.3	28.7%
2010-11-06	10	139	9935.9	13753.4	27.8%
2010-11-15	10	113	9015.7	12679.5	28.9%

Table 3. Proposed optimized routes.

Vessel	From	To	Departure	Arrival	Fill-rate	Days	Dist. [km]	Visited
M/S ARTIC FJORD	F	F	17 11:10	24 11:12	0.98	8.1	1512.0	28
M/S ARTIC LADY	F	F	17 21:46	23 13:48	0.94	7.9	1522.6	16
M/S ARTIC SENIOR	F	F	19 20:00	23 02:14	0.55	5.7	76.1	4
M/S FEED BALSFJORD	H	H	15 23:14	22 16:17	0.99	7.3	1398.1	14
M/S FEED TROMSØ	B	B	16 08:19	22 05:53	0.90	6.9	1037.0	15
M/S HOLMEFJORD	F	F	17 10:22	21 19:34	0.84	3.7	521.3	9
M/S MIKAL WITH	H	H	16 14:04	24 00:16	1.00	6.5	2038.1	20
M/S RUBIN	B	B	18 18:13	20 20:02	0.91	5.5	535.6	3
M/S SAFIR	B	B	18 13:10	23 01:53	1.00	5.6	375.0	4

Table 4. Recorded historical routes.

Vessel	From	To	Departure	Arrival	Fill-rate	Days	Dist. [km]	Visited
M/S ARTIC FJORD	F	F	17 07:10	19 18:15	0.47	2.5	888.4	14
M/S ARTIC FJORD	F	F	20 21:10	22 16:11	0.77	1.8	667.4	12
M/S ARTIC FJORD	F	F	22 21:04	24 00:55	0.31	1.2	267.4	6
M/S ARTIC SENIOR	F	F	18 02:10	21 13:15	0.77	3.5	1045.0	5
M/S ARTIC SENIOR	F	F	22 08:15	24 02:20	0.74	1.8	616.5	12
M/S FEED BALSFJORD	H	H	15 15:48	18 15:38	0.63	3.0	848.1	7
M/S FEED BALSFJORD	H	H	18 19:47	21 08:16	0.45	2.5	795.1	6
M/S FEED TROMSØ	B	H	15 15:00	18 19:00	0.40	3.2	719.5	6
M/S FEED TROMSØ	H	B	19 07:55	22 15:41	1.16	3.3	1188.2	14
M/S HOLMEFJORD	F	F	18 04:52	20 12:10	0.17	2.3	492.1	4
M/S MIKAL WITH	H	H	17 19:55	21 09:30	0.36	3.6	1287.8	5
M/S MIKAL WITH	H	H	21 23:20	24 00:45	0.49	2.1	1422.7	10
M/S RUBIN	B	B	15 08:18	22 07:09	0.29	7.0	650.0	1
M/S SAFIR	B	B	17 17:00	19 23:00	0.55	2.2	614.9	6
M/S SAFIR	B	B	20 14:00	24 07:30	0.35	3.7	1176.3	5

Historická data

Table 5. M/S ARTIC FJORD, Fill-rate: 0.98, Days: 8.1, Distance: 1512.0 km.

Dist. [km]	Travel [h]	Wait [h]	Arrival	Departure	Deliv. [tons]	Destination
-	-	-	16 09:20	17 11:10	-	Florø
35.9	1.7	0.0	17 12:51	17 14:19	80.0	FUREVIKA
60.9	2.9	0.0	17 17:10	17 18:36	77.5	BÅRØYOSEN
135.2	6.3	0.0	18 00:56	18 01:34	34.0	HOLKAHOLO
158.6	7.4	0.0	18 09:01	18 09:28	25.0	SMALSKAR
7.4	0.3	0.0	18 09:49	18 11:30	92.5	NAUTVIK
6.0	0.3	0.0	18 11:47	18 12:09	20.0	KJERRINGA
162.8	7.6	0.0	18 19:48	18 20:54	59.6	HÅGARDSNESET
40.4	1.9	0.0	18 22:47	19 00:00	65.6	HÅVIK
23.2	1.1	8.2	19 09:19	19 10:03	40.0	ALDALEN
22.6	1.1	0.0	19 11:07	19 12:47	91.4	MIDTFLUA
0.0	0.0	0.0	19 12:47	19 12:47	0.0	MIDTFLUA
130.0	6.1	0.0	19 18:54	19 19:52	53.4	LEIHOLMANE
25.4	1.2	0.0	19 21:04	19 22:49	95.8	KJERRINGNESET
21.0	1.0	0.0	19 23:49	20 00:00	10.0	JUVIKA
51.3	2.4	17.7	20 20:07	20 20:32	22.0	EIDESBERGET
15.8	0.7	0.0	20 21:16	21 00:00	148.6	MJØLSVIK
129.4	6.1	4.4	21 10:26	21 12:05	90.0	OSPENESET, AUSTFJ.
5.0	0.2	0.0	21 12:19	21 13:19	55.0	REKEVIKI, AUSTFJ.
137.4	6.5	0.0	21 19:46	21 22:07	127.8	DJUPEVIKA
2.3	0.1	0.0	21 22:14	22 00:00	96.3	TOBBHOLMANE
36.1	1.7	38.9	23 16:32	23 16:54	20.0	ALDALEN
15.1	0.7	0.0	23 17:37	23 18:10	30.0	NYGÅRD
21.1	1.0	0.0	23 19:09	23 19:42	30.0	DJUPEDALEN
8.9	0.4	0.0	23 20:07	23 20:40	30.0	SKÅTAVÅGEN
16.9	0.8	0.0	23 21:28	23 22:01	30.0	MJÅNES
42.1	2.0	0.0	24 00:00	24 00:55	50.0	USHOLMSVIKA
19.8	0.9	0.0	24 01:50	24 01:57	6.0	FIKSNESET
93.4	4.4	0.0	24 06:20	24 07:04	40.0	BÅRØYOSEN
88.1	4.1	0.0	24 11:12	-	-	Florø

Závěr

- Průměrné zlepšení nákladů oproti historickému řešení je kolem 30 %.
- Využití kapacity lodí je většinou přes 90 %.
- Méně delších cest.
- Možnost potencionálního zmenšení flotily.
- Navzdory nenalezení exaktního řešení je řešení dostatečně dobré.

Literatura

Branda, M., Haugen, K. K., Novotný, J. a Olstad, A. (2017).
Downstream logistics optimization at ewos norway.
Mathematics for Applications, **6**(2), 127–140.