

# Strategies for Pulling the Goalie in Hockey

Lucie Janečková

24.4.2024

Ekonometrický seminář

# Hokej

- 5 bruslařů, 1 brankář
- hrací čas: 3x20 min
- pokud se nerozhodne v základní hrací době - 5 min prodloužení ("kdo dá gól, vyhrává"), případně samostatné nájezdy
- vyloučení na 2 min, 2+2 min nebo 5 min

# NHL

- sezóna 2007/2008
- 30 týmů USA+Kanada
- každý tým 82 zápasů
- 2 body za výhru, 1 bod za prohru po základní hrací době, 0 bodů za prohru

# Úvod do problematiky

- simulační program, který odhadne očekávané výsledky různých strategií
- zahrnuje vyloučení, výhodu domácího týmu, vliv prodloužení a samostatných nájezdů
- Bayesovský přístup založený na Markovových řetězcích pro získání odhadů na čas skórování
- "Mám v této situaci odvolat brankáře?" nikoli optimální čas

# Situace

Předpokládáme, že alespoň jeden tým hraje s brankářem a že neodvolám brankáře, pokud pak budu mít méně bruslařů než druhý tým.

$m = 25$  herních situací

Opponent goaltender present				Opponent goaltender removed			
6-on-5	6-on-4	6-on-3	<u>5-on-5</u>	5-on-6	5-on-5	4-on-6	4-on-5
<u>5-on-4</u>	<u>5-on-3</u>	4-on-5	<u>4-on-4</u>	4-on-4	3-on-6	3-on-5	3-on-4
<u>4-on-3</u>	3-on-5	3-on-4	3-on-3				

Podtržené situace můžeme rozdělit na případ, kdy náš tým hraje s brankářem a kdy hraje bez brankáře.

# Co nás zajímá

Ke zjištění času do gólu či vyloučení v každé z 25 situací potřebujeme distribuci počtu následujících událostí v každé situaci:

- gól hostů
- gól domácích
- 2 min trest hostů
- 2 min trest domácích
- vyloučení obou týmů

Nezahrnujeme 2+2 min a 5 min tresty - jsou vzácné.

# Potřebná data

Potřebujeme tyto zápasová data v každé z 25 situací:

- celkový hrací čas v minutách
- počet gólů hostů
- počet gólů domácích
- počet 2 min trestů hostů
- počet 2 min trestů domácích
- počet vyloučení obou týmů

Tyto data nejsou dohledatelné vzhledem k rozdělení do situací.

# Výběrové průměry času těchto událostí

Bude nás zajímat pouze 8 z 25 možných situací - tvoří 98,9% hracího času.

Game situation (road-on-home)	Total time in minutes	Sample mean times in minutes				
		Road goal	Home goal	Road minor penalty	Home minor penalty	Offsetting minors
5-on-5	54,841.0	28.6	26.2	12.2	13.3	135.8
4-on-4	2306.6	27.8	21.4	17.3	12.3	329.5
5-on-4	7733.4	9.8	70.3	21.5	27.0	2577.8
4-on-5	8390.9	78.4	9.5	22.2	24.2	8390.9
6-on-5	237.9	8.5	3.1	18.3	7.9	119.0
6-on-4	55.9	5.1	5.6	18.6	7.0	–
5-on-6	272.0	2.6	8.5	7.4	11.3	136.0
4-on-6	53.8	4.1	6.0	13.5	53.8	53.8

První 4 - nejběžnější, oba brankáři v brance. 5,6 - nejběžnější bez brankáře hostů. 7,8 - nejběžnější bez brankáře domácích.



# Důsledky

- Domáci si vedou lépe než hosté - 3797X3182 gólů (2,9X2,6 gólů za utkání).
- Hosté mají více vyloučení - 11 : 10 (5433X4939).
- V situaci 5 na 5 s oběma brankáři padne gól každých 13,7 min, v situaci 4 na 4 s oběma brankáři každých 12,1 min.
- Pro efektivní odvolání brankáře musím skórovat lépe v 6 na 5 než 5 na 5. V 6 na 5 se skóruje každých 8,5 min, což je podstatně lepší než 28,6 min a 26,2 min v 5 na 5 s oběma brankáři.
- Při odvolání brankáře v přesilové hře, tedy situace 6 na 4 dám gól každých 5,5 min, ale obdržím gól do prázdné brány každých 4,8 min.

# Důsledky

Extra útočník zapříčiní více vyloučení druhého týmu.

Celkem 652,4 min bylo hráno bez brankáře, kdy padlo 44 vyloučení pro tým bez brankáře a 84 pro druhý tým.

Při situaci 6 na 5 byl tým v početní nevýhodě vylučován každých 7,4 min, zatímco tým v početní výhodě každých 7,9 min.

Oproti tomu, v situaci 5 na 5 s oběma brankáři je vylučováno každých 12,2 min, resp. 13,3 min.

# Simulované události

Zajímá nás těchto 7 událostí:

- gól hostů
- gól domácích
- 2 min trest hostů
- 2 min trest domácích
- vyloučení obou týmů
- někdo je na trestné lavici a trest uplyne
- tým odvolá brankáře

$X_1, \dots, X_5$  náhodné veličiny udávající čas do události 1, ..., 5 -  
exponenciální rozdělení

Hra začne 5 na 5, simulujeme náhodné veličiny:

$$X_i \sim \text{Exp}(\lambda_{i,5na5}), \quad i = 1, \dots, 5.$$

Dochází k té události, jejíž hodnota  $X_i$  je nejmenší.

Po gólu jde proces znovu.

Po vyloučení nastává změna situace - simulujeme dle parametrů  
této situace.

Při simulování ve vyloučení, pokud mají všechny n.v. hodnotu více  
než 2,0, vyloučení uplyne - 5 na 5.

# Cíl

Čas odvolání brankáře při prohrávání o  $g$  gólů v situaci  $s$ ,  
 $g = 1, \dots, 5$ .

Průměrný počet bodů:

$$ANP = \frac{2n_2 + 1n_1 + 0n_0}{M}$$

$$M = n_2 + n_1 + n_0$$

$n_2$  počet výher

$n_1$  počet proher v prodloužení

$n_0$  počet proher

# Model

$X_{is}^h$  celkový počet gólů  $i$ -tého týmu doma v situaci  $s \sim Po(n_{is}^h \theta_{is})$

$X_{is}^r$  celkový počet gólů  $i$ -tého týmu venku v situaci  $s \sim Po(n_{is}^r f \theta_{is})$

$i = 1, \dots, 30$

(Bereme je vzhledem k týmu zájmu.)

Počet situací můžeme snížit na  $\hat{m} = 20$  - podtržené jsou rovné.

$n_{is}^h$  celkový počet hracího času  $i$ -tého týmu doma v situaci  $s$  v minutách

$n_{is}^r$  celkový počet hracího času  $i$ -tého týmu venku v situaci  $s$  v minutách

$f$  podíl gólové úspěšnosti doma a venku - konstanta

$\theta_{is}$  neznámý parametr závislý na týmu a situaci

# Model

Předpokládejme  $\theta_{is} \sim \text{Gamma}(a_s, b_s)$ , kde  $a_s, b_s$  mají nezávislé rozdělení,  $a_s \sim \text{Gamma}(\alpha_{as}, \beta_{as})$ ,  $b_s \sim \text{Gamma}(\alpha_{bs}, \beta_{bs})$ ,  $\alpha_{as}, \beta_{as}, \alpha_{bs}, \beta_{bs}, s = 1, \dots, \hat{m}$  jsou dané empirickým Bayesovským přístupem za použití výběrových průměrů časů do skórování tak, že  $\alpha_{as} > 1, \beta_{as} > 1$  a  $f \sim U(0, 1)$  zahrnuje výhodu domácího.

# Parametry zájmu

Zajímají nás hlavně parametry  $\lambda_s = a_s b_s$ ,  $s = 1, \dots, \hat{m}$  - čas do skórování skrz celou ligu za dané situace.

---



---

$\lambda_{6\text{-on-3}}$				
$\lambda_{5\text{-on-3}}$	$\lambda_{6\text{-on-4}}$			
$\lambda_{4\text{-on-3}}$	$\lambda_{5\text{-on-4}}$	$\lambda_{6\text{-on-5}}$		
$\lambda_{3\text{-on-3}}$	$\lambda_{4\text{-on-4}}$	$\lambda_{5\text{-on-5}}$		
		$\lambda_{4\text{-on-5}}$	$\lambda_{3\text{-on-4}}$	
			$\lambda_{3\text{-on-5}}$	

---

Parametry jsou omezeny shora parametry ležící nalevo a nad, zdola napravo a pod.



# Výsledky simulace

- průměrný počet gólů je 2,65 a 2,91, nasimulováno 2,68 a 2,91
- $M=150$  milionů simulovaných utkání
- $y_i$  body získané v  $i$ tém utkání - 0, 1, 2

# Současná strategie

Prohrávám 1 min před koncem o gól - odvolám brankáře.

Prohrávám 1:30 do konce o 2 góly - odvolám brankáře.

Vždy až na situaci, kdy jsem v oslabení.

# Scénáře

Budeme porovnávat různé situace v těchto 4 scénářích dle ANP, v každém scénáři mají oba týmy stejnou strategii.

- A: hosté prohrávají o gól, zbývají 3 min, 5 na 5
- B: domácí prohrávají o 2 góly, zbývá 6 min, 5 na 5
- C: domácí prohrávají o gól, zbývá 1:54, právě obdržené vyloučení - 4 na 5 z pohledu domácích
- hosté prohrávají o 3 góly, zbývá 12:22, hosté mají přesilovku 5 na 3 se zbývajícím časem vyloučení 2 min a 1:16

# Scénář A

Strategie	Popis	ANP
1	Hraji bez brankáře do vyrovnání.	0,2527
2	Hraji bez brankáře do vyrovnání, pokud nejsem v oslabení.	0,2512
3	Současná strategie, ale hraji bez brankáře i v přesilové hře.	0,2116
4	Současná strategie.	0,2045

# Scénář B

Strategie	Popis	ANP
1	Hraji bez brankáře do vyrovnání, pokud (a) nejsem v oslabení nebo (b) neprohrávám o 1 gól v situaci 5 na 5, kdy odvolávám brankáře až 3 min do konce.	0,0798
2	Hraji bez brankáře do vyrovnání, pokud nejsem v oslabení.	0,0780
3	Hraji bez brankáře do vyrovnání.	0,0771
4	Současná strategie, ale hraji bez brankáře i v přesilové hře.	0,0583
5	Současná strategie.	0,0512

# Scénář C

Strategie	Popis	ANP
1	Hraji bez brankáře do vyrovnání.	0,0761
2	Současná strategie, ale hraji bez brankáře i v oslabení.	0,0614
3	Současná strategie.	0,0409
4	Vždy hraji s brankářem	0.0351

# Scénář D

Strategie	Popis	ANP
1	Hraji bez brankáře do vyrovnání v jakékoliv přesilové či 4 na 4 situaci. Pokud se hraje 5 na 5, hraji bez brankáře poslední 3 min, pokud prohrávám o gól a posledních 6 min pokud prohrávám o 2 góly. Nikdy nehraji bez brankáře v oslabení.	0,0914
2	Současná strategie, ale hraji bez brankáře i v přesilové hře.	0,0813
3	Hraji bez brankáře do vyrovnání, pokud nejsem v oslabení.	0,0752
4	Současná strategie, ale hraji bez brankáře i v situaci 5 na 3.	0,0671
5	Současná strategie.	0,0661

# Shrnutí

NHL kouči jsou příliš konzervativní.

Strategie	ANP za utkání	ANP za sezónu
Současná strategie.	1,0208	83,7
Hraji bez brankáře, když 3 min do konce prohrávám o gól.	1,0330	84,7
Ještě agresivnější přístup.	1,0385	85,2

Zvolením agresivnější strategie mohu mít na konci sezóny o 2-3 body více.



# Literatura

Beaudoin, D., Swartz, T. (2010). Strategies for pulling the goalie in hockey. *The American Statistician*, 64(3), 197–204.