A planning and scheduling problem for an operating theatre using an open scheduling strategy

Lucie Janečková

20.3.2024

Ekonometrický seminář

Úvod

- nemocnice: co nejlepší péče za co nejmenší cenu - efektivní strategie pro plánování obsazení operačního sálu (nejdražší a zároveň nejvýdělečnější součást nemocnice)
- maximalizace vytížení operačních místností při minimalizaci ceny
- plánovací strategie:
  - otevřená (open) - operatéři si vybírají jakýkoliv den
  - bloková (block) - operatéři mají určené bloky
  - modifikovaná bloková (modified block) - některé bloky jsou určené, některé otevřené, případně nepoužité úseky jsou otevřené určitý čas předem
- 2 fáze
  - týdenní plán - přidělení data operace
  - denní plán - přidělení času operace

Úvod

Předpoklady:

- operace je přidělena předem operatérovi a nemůže být změněna
- lidské a materiální zdroje (až na operatéry) jsou vždy k dispozici
- všechny operační místnosti jsou multifunkční
- otevřená strategie
- urgentní případy neuvažujeme
- pokud operace započala, nemůže být přerušena

NP-hard, tedy hledáme aproximativní dobré řešení s rozumným výpočetním časem - column-generation-based heuristic (CGBH) procedure

Značení

- Každý sloupec odpovídá jednomu přípustnému plánu pro jednu operační místnost v jednom dni.

Parametry:

- N_D počet dní - 5
- ${N_S}^d$ počet operatérů dostupných v den d
- Ω množina zákroků čekajících na provedení
- t_i predikovaná doba trvání zákroku i
- D_i počet dní před deadlinem zákroku i
- M počet operačních místností

Značení

- ${R_k}^d$ počet standardních operačních hodin operační místnosti k v den d
- ${S_k}^d$ maximálná počet přesčasových hodin operační místnosti k v den d
- ${A_l}^d$ maximálná počet pracovních hodin operatéra l v den d
- Ω_l počet zákroků, které má vykonat operatér l
- β poměr ceny standardní operační hodiny vůči přesčasové operační hodině
- C_j cena nepoužitých operačních hodin a přesčasových hodin za použití přípustného plánu j
- Ξ množina všech přípustných plánů

Značení

- a_{ij} 1 pokud je zákrok i zahrnut v přípustném plánu j, 0 jinak
- ${b_j}^d$ 1 pokud přípustný plán j je prováděn v den d, 0 jinak
- e_{kj} 1 pokud operační místnost k je používaná v přípustném plánu j, 0 jinak
- x_j rozhodovací proměnná - 1 pokud přípustný plán j je akceptován

Set-partitioning model

$$\min \sum_{j \in \Xi} C_j x_j$$

$$\sum_{j \in \Xi} a_{ij} x_j = 1, i \in \Omega, D_i \leq N_D,$$

$$\sum_{j \in \Xi} a_{ij} x_j \leq 1, i \in \Omega, D_i > N_D,$$

$$\sum_{j \in \Xi} {b_j}^d e_{kj} x_j \leq 1, k \in \{1, \ldots, M\}, d \in \{1, \ldots, N_D\},$$

$$\sum_{j \in \Xi} {b_j}^d (\sum_{i \in \Omega_l} a_{ij} t_i) x_j \leq {A_l}^d, l \in \{1, \ldots, {N_S}^d\}, d \in \{1, \ldots, N_D\},$$

$x_i \in \{0, 1\}, i \in \Xi$

Set-partitioning model

Cena přípustného plánu j:

$$C_j = \max \left[\left(\sum_{d=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{M} {b_j}^d e_{kj} {R_k}^d - \sum_{i \in \Omega} a_{ij} t_i \right), \right.$$
$$\left. \beta \left(\sum_{i \in \Omega} a_{ij} t_i - \sum_{d=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{M} {b_j}^d e_{kj} {R_k}^d \right), j \in \Xi \right.$$

Generování přípustných plánů

Potřebujeme určit hodnoty parametrů a_{ij}, ${b_j}^d$ a e_{kj}, ty musí splňovat tyto podmínky:

$$\sum_{i \in \Omega} a_{ij} t_j \leq \sum_{d=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{M} {b_j}^d e_{kj} ({R_k}^d + {S_k}^d), j \in \Xi,$$

$$\sum_{d=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{M} {b_j}^d e_{kj} = 1, j \in \Xi,$$

$$\sum_{d=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{M} {b_j}^d e_{kj} = 0, \text{if} N_D > \hat{D} = \min\{a_{ij} D_i, i \in \Omega\}, j \in \Xi.$$

Generování přípustných plánů

X_B bazické přípustné řešení (BFS) s bazickou maticí B a hodnotou účelové funkce z
Existuje-li sloupec A_j odpovídající přípustnému plánu, který není v B s redukovanou cenou $\sigma_j < 0$ a alespoň jednou hodnotou $B^{-1}A_j > 0$, pak je možné získat nové přípustné řešení záměnou jednoho sloupce B tímto sloupcem. Nová hodnota účelové funkce není menší než předcházející.
Column-Generation procedure

Generování přípustných plánů

Redukovaná cen příslušná sloupci

$$A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{|\Omega|j}, {b_j}^1 e_{1j}, \ldots, {b_j}^N_D e_{Mj}, {b_j}^1 \sum_{i \in \Omega_{N_S}{}^1} a_{ij}, \ldots, {b_j}^{N_D} \sum_{i \in \Omega_{N_S}{}^{N_D}} a_{ij})^\mathsf{T}$$

je

$$\sigma_j = C_j - \sum_{i \in \Omega} a_{ij} \pi I_i - \sum_{d=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{M_d} {b_j}^d e_{kj} \pi II_k{}^d - \sum_{d=1}^{N_D} \sum_{l=1}^{N_S} {b_j}^d e_{kj} \left(\sum_{i \in \Omega_l} a_{ij} t_i \right) \pi III_l{}^d$$

Konstrukce počáteční množiny přípustných plánů

Best Fit Descending with Fuzzy constraint procedure

1. Zákroky srovnáme podle deadlinu, zákroky se stejným deadlinem podle doby trvání od nejdelšího.
2. Zákrok je přiřazen do operační místnosti dostupné den před deadlinem, který má dostupnou dostatečnou standardní operační dobu a má nejmenší množství dostupné standardní operační doby.
3. Pokud žádná operační místnost nemá dostupnou dostatečnou standardní operační dobu, tak je zákrok přiřazen do operační místnosti s dostatečným dostupný otevřeným časem s nejvíce zbývajícím standardním časem za podmínky, že je zákrok zkrácen o $\leq \min(15\text{min}, \text{jeho maximální doba přesčasu})$.

Konstrukce počáteční množiny přípustných plánů

4 V případě, že žádná taková místnost neexistuje, je aktivován dummy plán pro každý ještě nepřiřazený případ - zákrok je přiřazen do jedné operační místnosti volné před deadlinem s dostatečnou standardní operační dobou.

Takto je každý zákrok v jednom přípustném plánu.

Column-generation-based heuristic procedure

0 Vezmu příslušné zákroky.

1 Vyřeším LMP pomocí explicitní CG procedury.

2 Pokud nedostaneme přípustné řešení LMP, tak končíme bez přípustného plánu. Jinak máme optimální řešení LMP. Pokud řešení z kroku 1 splňuje všechny integer omezení, končíme. Při první iteraci dostáváme optimální plán. Jinak je to dostatečně dobrý plán.

3 Pokud řešení z kroku 1 nesplňuje všechny integer omezení, máme pouze spodní hranici. Plán je vybrán MaxXMinC kritériem - pokud je více rozhodujících proměnných rovno 1, tak je vybrán plán s nejmenší cenou, pokud jsou všechny zlomek, je vybrán plán s největší rozhodující proměnnou.

Column-generation-based heuristic procedure

4. Přidáme plán z kroku 3 do seznamu přípustných plánů, odebereme přiřazené zákroky a operační místnosti použité plánem. Dostáváme redukovaný problém.
5. Pokud jsou všechny zákroky přiřazeny nebo všechny operační místnosti plné, CGBH procedura je hotová. Pokud jsou všechny zákroky s deadlinem před koncem týdne přiřazeny, máme přípustné řešení, jinak CGBH nenašla přípustné řešení. Pokud jsou všechny zákroky přiřazeny a nějaké místnosti volně, tak nebudou otevřeny. Pokud existují nepřiřazené zákroky a nevyužité operační místnosti, tak je redukovyný problém nynějším problémem a jdeme na krok 1.

Úvod

- operační místnosti a zotavovací postele
- 2 staged hybrid flow-shop problem: 1. fáze - operační místnost, 2. fáze - zotavovací postel, zotavování může být sdílen mezi operační místností a zotavovací postelí
- minimalizace denní operační ceny
- NP-hard, použijeme hybrid generic algorithm

Přepoklady

- zákroky jednoho operatéra mohou být mezi zákroky jiných operatérů v jedné operační místnosti
- lidské a materiální zdroje jiné než operatéři a zotavovací postele jsou vždy k dispozici, operatér nemůže operovat 2 zákroky současně, zotavovací postele nemohou využívat 2 lidi najednou
- všechny operační místnosti jsou otevřeny najednou, zotavovací postele jsou na začátku prázdné
- po začátku operace ji již není možné přerušit, pacient je ve zotavovací postely celý stanovený čas
- přípravy a úklid operační místnosti je zahrnut v operačním čase

Značení

- N počet zákroků na daný den
- $C_i^{(s)}$ čas vykonání zákroku i ve fázi s ($s = 1$ operační místnost, $s = 2$ zotavovací postel)
- E_k čas opuštění posledního pacienta operační místnosti k, $k \in \{1, \ldots, M_1\}$, kde M_1 je počet otevřených operačních místností daný den
- π přípustný denní plán
- $C_{\max}^{(1)}$ čas opuštění posledního pacienta první fázi, $C_{\max}^{(1)} = \max\{C_i^{(1)}, i \in \{1, \ldots, N\}\} = \max\{E_k, k \in \{1, \ldots, M_1\}\}$
- $C_{\max}^{(2)}$ čas opuštění posledního pacienta druhou fázi, $C_{\max}^{(2)} = \max\{C_i^{(2)}, i \in \{1, \ldots, N\}\}$

Značení

- f hodnota účelové fuknce pomocí HGA, $\omega C_{\max}^{(1)} + C_{\max}^{(2)}$, kde ω je poměr cen první a druhé fáze
- f' pomocné kritérium, pokud má více plánů stejnou (nejmenší) f, $f = \omega \sum_{k=1}^{M} E_k + C_{\max}^{(2)}$

Algoritmus

1. Zkonstuujeme počáteční populaci. 1) zákroky jsou srovnány náhodně/podle indexů do náhodné operační místnosti, 2) všechny v operační místnosti srovnáme podle času vykonání, 3) náhodně zvolíme zotavovací postel
2. Spočteme fitness hodnotu každého člena v populaci jako $F(s) = \sqrt{f_w f_s}$, kde f_s je hodnota účelové funkce člena s a f_w je maximální hodnota účelové funkce v populaci (cena nejhoršího plánu nalezeného do teď)
3. Zvolíme dva členy pomocí roulette-wheel selection procesu - algoritmus, kde $F(s)$ je pravděpodobnost zvolení, tak zvolíme bázi pro novou populaci.

Algoritmus

4. Zkombinujeme 2 rodiče z kroku 3 s pravděpodobností P_C a vygenerujem 2 nové členy (děti).
5. Náhodně zvolíme jedno z dětí a mutujeme s pravděpodobností P_m, tím vygenerujeme nového člena.
6. Použijeme Tabu search procedure jako lokální zlepšení operátora pro další dítě z kroku 4, tím vygenerujeme nového člena.
7. Zvolíme členy ve stávající generaci podle $F(s)$ pro regenerování počáteční populace pro novou generaci.
8. Opakujeme krok 2, dokud není splněna jedna z podmínek.

Kódovací schéma

- V_1 vektor délky N reprezentující posloupnost pacientů procházející operačními místnostmi
- V_2 vektor délky N obsahující indexy zotavovacích postelí ve stejném pořadí jako pacienti v V_1
- V_3 vektor délky $(M_1 - 1)$ určující deliminační pozice, kdy pacienti z V_1 jsou přiřazeny k jiné operační místnosti
- V_4 vektor délky N obsahující pořadí pacientů (dle V_1) v zotavovacích postelích

Mutační operátory

- pro V_1: Náhodně vyměníme dva prvky v V_1, modifikujeme V_4, pokud je třeba
- pro V_2: Náhodně vyměníme dva prvky s jinými v V_2, modifikujeme V_4, pokud je třeba
- pro V_3: Náhodně zvolíme $k \in \{1, \ldots, M_1\}$, vymažeme k-tý prvek V_3 - V_3 je délky $(M_1 - 2)$. Náhodně zvolíme $j \in \{1, \ldots, N + 1\}$ a vložíme do V_3 tak, že je V_3 vzestupně a délky $M_1 - 1$. Modifikujeme V_4, pokud je třeba

Data

- Belgická univerzitní nemocnice, CHU Ambroise Paré
- 9 specializací: stomatologie, gynekologie, urologie, ortopedické operace, Oto-rhino-laryngologie, opthamologie, pediatrické operace, abdominální operace
- v praxi používají variantu blokové strategie
- 6 operačních místností, 10 zotavovacích postelí
- operační místnosti jsou otevřeny 8:00 - 16:00, zotavovací místnost otevírá současně a zavírá po opuštění posledního pacienta
- 6321 zákroků v jednom roce

Data

- datum operace, čas indikace, začátek a konec operace, čas spuštění operační místnosti, operatér, specializace + personální info
- vypustíme urgentní případy a případy s neuplnými informacemi - 5427 zákroků v 49 týdnech (v jednom týdnu $53 - 131$)
- čas zotavení = lognormální distribuce, $30 - 60$ min, stř. hod = čas operace - 10 min, směr. odch. = 15 min
- pokud má operatér zákrok daný den, je tam celou pracovní dobu, jinak vůbec, s pravděpodobností 50%
- $\beta = 1, 5, \omega = 10, 9$

Indikátory výkonu

- OROR - poměr operačních místností s alespoň jedním zákrokem vůči všem dostupným operačním místnostem
- UROR - poměr otevřených hodin operační místnosti s pacientem vůči všem standardním otevřeným hodinám
- OT - počet přesčasových hodin v týdnu
- IT - počet nevyuřitých hodin v týdnu
- CPU - čas potřebný k nalezení strategie

Výsledky

Table 1
Numerical results for the scenario with 53 cases awaiting assignment (13 surgeons).

Method		IT (minutes)	UROR (%)	OT (minutes)
Actual surgery schedule	Mean	114.44	89.69	50
	Std-dev	137.05	41.73	129.78
	Max	420	182.29	395
Schedule obtained by the proposed method	Mean	5.71	84.97	3.57
	Std-dev	13.05	30.33	7.48
	Max	35	104.17	20
	f	f'	OROR (%)	PPS (%)
Actual surgery schedule	27402	46422.5	36.67	100
Schedule obtained by the proposed method	17589	32794.5	23.33	100
CPU (seconds)	354.92			

Výsledky

Table 2
Numerical results for the scenario with 101 cases awaiting assignment (27 surgeons).

Method		IT (minutes)	UROR (%)	OT (minutes)
Actual surgery schedule	Mean	71.17	89.90	40.22
	Std-dev	75.54	29.98	76.60
	Max	320	162.5	300
Schedule obtained by the proposed method	Mean	6.58	111.90	90.26
	Std-dev	18.64	26.95	80.34
	Max	80	143.75	210
	f	f'	OROR (%)	PPS (%)
Actual surgery schedule	32976.5	114399.5	73.33	91.09
Schedule obtained by the proposed method	38876.5	112342.5	83.33	100
CPU (seconds)	891.08			

Výsledky

Table 3
Numerical results for the scenario with 131 cases awaiting assignment (31 surgeons).

Method		IT (minutes)	UROR (%)	OT (minutes)
Actual surgery schedule	Mean	73.63	95.20	39.37
	Std-dev	88.53	27.39	77.47
	Max	390	175	360
Schedule obtained by the proposed method	Mean	2.5	107.86	54.32
	Std-dev	4.56	14.78	48.16
	Max	15	123.96	115
	f	f'	OROR (%)	PPS (%)
Actual surgery schedule	38,154	138194.2	90.00	98.47
Schedule obtained by the proposed method	33502.5	127406	73.33	100
CPU (seconds)	1056.11			

Literatura

H. Fei, N. Meskens, C. Chu - A planning and scheduling problem for an operating theatre using an open scheduling strategy