



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**

Univerzita Karlova

Bc. Jan Zemčik

**Sloučit či nespojit čekající fronty v
nemocnicích: teoretické a praktické
porovnání na oddělení radioterapie**

Ekonometrický seminář 1 - kratší referát

13. březen 2024

- Motivace
- Situace: urgentní a běžní pacienti čekající na prvotní konzultaci
- Představení cílů studie
- Porovnání sloučení či nesloučení čekající fronty dle teorie
- Simulace dle pracoviště AMC v Amsterdamu
- Metoda žokejství
- Doporučení sloučit/nesloučit čekající frontu pro AMC

- Situace: jeden druh služby - nejlepší je mít pouze 1 čekající řadu
- Situace: více druhů služeb - není jasné, kolik mít čekajících řad

- Nevýhoda spojení čekajících řad do jedné je, že každá služba má jinou střední hodnotu doby čekání - některé pracoviště může být neobsazeno, ačkoli jsou lidé stále ve frontě
- Tomuto tématu se věnuje (jednak numericky, jednak simulačně) práce: Van Dijk, N. M., & Vander Sluis, E. (2008)
- Výsledkem této práce bylo, že ikdyž máme mnoho různých služeb, tak stále může být výhodnější mít více čekajících řad
- Této situaci (rozdílné střední hodnoty u různých služeb) se naše studie nezabývá

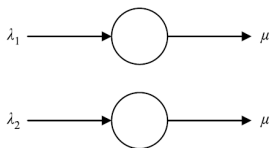
- Naše studie se zabývá situací, kdy rozlišujeme 2 druhy pacientů:
- **urgentní** - typicky mají v čekající frontě přednost, je jich výrazně méně než běžných pacientů
- **normální** - většina pacientů, typicky nemají v čekající frontě přednost

- Naše studie: 2 druhy služeb se stejnou očekávanou dobou trvání první konzultace (to platí i v praxi), ale s různou očekávanou dobou čekání ve frontě
- Dle názorů autorů, tak žádná studie na toto téma ještě nebyla nikde veřejně zpracována

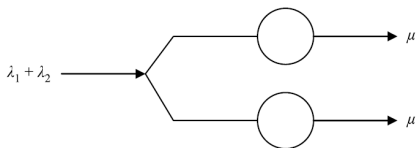
- Zjistit, zda alespoň v teoretické rovině existuje odpověď na zmíněný problém sloučení, či ponechání řady
- Pokud ano, tak zda se dá zlepšit doba čekání v praxi, v této studii je to radiologické ambulantní vyšetření
- Pokud se dá zlepšit, tak do jaké míry jsme schopni ušetřit náklady na čekání při radiologickém ambulantním vyšetření

Znázornění čekajících front

- Systémy hromadné obsluhy M/M/1 a M/M/2
- Časy doby trvání první konzultace jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s exponenciálním rozdělením se střední hodnotou $1/\mu$
- Příchody pacientů tvoří Poissonův proces s intenzitou λ_1 a λ_2
- Situace 1: každá řada má vlastní obsluhující pracoviště
- Situace 2: jedna řada má 2 obsluhující pracoviště



Situation 1
($\lambda_1 < \lambda_2$)

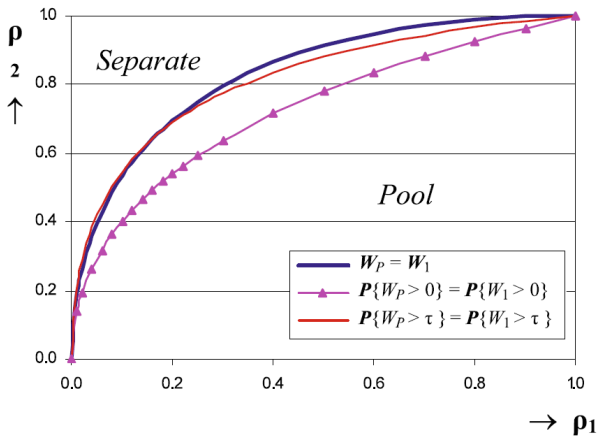


Situation 2
(M/M/2)

- Pro normálního pacienta je zřejmě vždy lepší mít pouze jednu čekající frontu, proto nás bude zajímat situace pro urgentního pacienta
- W_P značí celkový očekávaný čas čekání urgentního jedince pro sloučené čekající fronty, naopak W_1 značí celkový očekávaný čas čekání pro urgentního jedince v situaci rozdělené fronty
- Připomeneme, že λ_1, λ_2 jsou očekávané doby mezi příchody pacientů (urgentních a normálních)
- Předpokládáme, že platí $\lambda_1 < \lambda_2$
- Nás hlavně zajímají urgentní pacienti
- Ve zdravotnictví se jako referenční hodnoty berou ty krajní, nikoli průměr (viz obrázek)

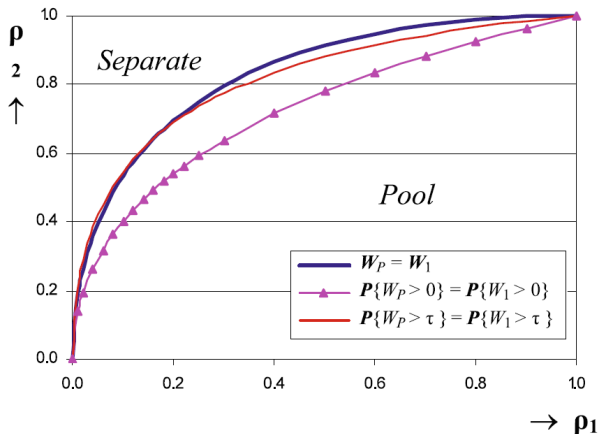
Obrázek na základě teoretického odvození

- Pokud $\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu}$ je významně větší než $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu}$ (situace levý horní roh), pak nespojit řady je lepší možnost (dle fialové křivky)



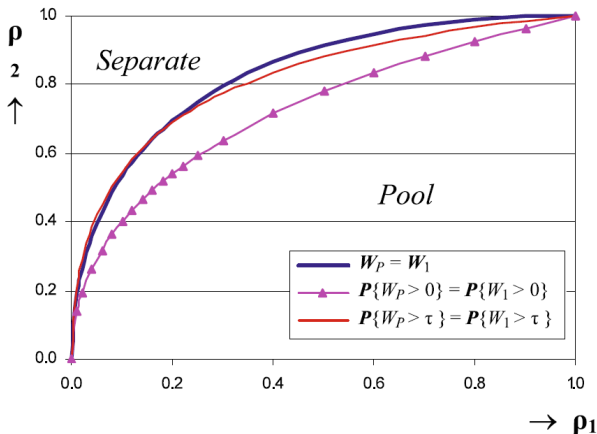
Obrázek na základě teoretického odvození

- $P(W_P > 0)$, $P(W_1 > 0)$ vyjadřují pravděpodobnosti, že pacienti ve sloučeném případě, či urgentní pacienti v rozděleném případě musí ve frontě čekat (růžová křivka)



Obrázek na základě teoretického odvození

- $P(W_P > \tau)$, $P(W_1 > \tau)$ vyjadřují pravděpodobnosti, že pacienti ve sloučeném případě, či urgentní pacienti v rozděleném případě musí ve frontě čekat déle než $\tau = 1/\mu$, tedy τ vyjadřuje očekávanou dobu první konzultace (červená křivka)



Academic medical center in Amsterdam (AMC)

- Data jsou získána z radiologického oddělení: Academic medical center in Amsterdam (AMC)
- Průměrně přichází na pracoviště radiologie v AMC 32,5 pacientů za týden
- Radiologické oddělení v AMC vyhrazuje na prvotní konzultační schůzku každému pacientovi 1 hodinu, používají spojený čekací systém

	Pacient	Zastoupení typu 1 a 2	Termín konzultace
Urgentní pacient	typ 1	10%	80% do 5 dní
Normální pacient	typ 2	90%	80% do 9 dní

Tabulka: Tabulka pacientů z radiologického oddělení AMC

- Minimální kapacity pro sloučený i rozdělený čekací systém jsou nastaveny tak, aby pokryly za den všechny urgentní pacienty
- Náhodně z Poissonova rozdělení simulována denní kapacita pracoviště, v daný den nejprve vyhradíme místo na první konzultaci pro urgentní pacienty a zbylá kapacita je pro normální pacienty
- Simulace je nastavena na běžný pracovní týden po dobu 50 týdnů

- Ze simulací a z minulé tabulky plyne, že by se mělo uskutečnit 35,5 prvotních vyšetření týdně
- W_p značí dobu, do kdy bude uskutečněna první konzultace ve sloučeném systému (pro oba typy pacientů)
- W_1 značí dobu, do kdy bude uskutečněna první konzultace urgentního pacienta v rozděleném systému
- W_2 značí dobu, do kdy bude uskutečněna první konzultace normálního pacienta v rozděleném systému

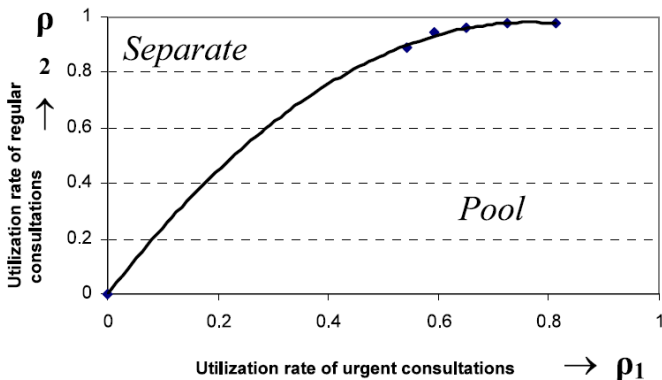
$$P\{W_1 < 5 \text{ days}\} = 91\% > P\{W_p < 5 \text{ days}\} = 82\%$$

$$P\{W_2 < 9 \text{ days}\} = 84\% > P\{W_p < 5 \text{ days}\} = 82\%$$

- Vidíme, že rozdělení čekací fronty vede k vyšší psti splnění termínů první konzultace jednak pro urgentního, jednak pro normálního pacienta

Obrázek na základě simulací

- Utilization rate ρ_i = průměrný počet zastoupení typu pacienta v čekacím systému / nejmenší počet potřebných týdenních konzultací, kde $i = 1, 2$ je typ pacienta
- Podobný tvar jako teoretický obrázek



- Tabulka obsahuje různé termíny prvotních konzultací (dříve to bylo 5 dní) pro urgentní pacienty, zatímco pro normální je pevně nastavena na 9 dní
- Pokud se jedná o urgentní pacienty, tak pro požadavek kontroly 5 dní a méně potřebujeme v týdnu méně prvotních schůzek v rozděleném čekacím systému než ve spojeném (to je náš případ, neb dle ministerstva by to mělo být do 5 dní)

Table 3 Performance target scenario

Critical value for urgent patients	9 days	8 days	7 days	6 days	5 days	4 days	3 days
Pooled situation	34	34	34	34.5	35.5	36.5	39
Separate queues	35	35	35	35	35.5	35.5	36

- Tabulka obsahuje různé termíny prvotních konzultací (dříve to bylo 5 dní) pro urgentní pacienty, zatímco pro normální je pevně nastavena na 9 dní
- Pokud se jedná o urgentní pacienty, tak pro požadavek kontroly 5,4 nebo 3 dny a méně, ušetříme v týdnu 0,5 nebo 2,5 prvotních schůzek v rozděleném čekacím systému oproti systému spojeném (to je náš případ, neb dle ministerstva by to mělo být do 5 dní)
- Ekonomický pohled tedy nehraje významnou roli

Critical value urgent patients	5 days	4 days	3 days
Pooled situation	133	133.5	137
Separate queues	132.5	133	134.5

Žokejství

- Běžný pacient může použít čekající řadu pro urgentní pacienty, pokud nebyla zaplněna předchozí den
- Z tabulky vidíme, že žokejství může ušetřit v průměru až 2 prvotní konzultace týdně
- Žokejství znamená, že se běžnému pacientovi změní náhle rozvrh prvotní konzultace, v běžném životě všichni normální pacienti tuto změnu rozvrhu nepřijmou, avšak je tady zkrátka potenciál pro ušetření kapacity

Strategy	Required capacity
Pooled queue	35.5
Separate queues	35.5
Separate queues with jockeying	33.5

- Rozdělení čekacích front v průměru zmenší čekání pro urgentní i pro normální pacienty
- Z tabulky vidíme, že žokejství může ušetřit v průměru až 2 prvotní konzultace týdně
- Pokud budeme požadovat pro urgentní pacienty prvotní vyšetření dříve než za 5 dní (přísnější kritérium než je od ministerstva zdravotnictví v Nizozemsku), tak se výhody rozdělení čekacích front jen zvýší
- Žokejství může potencionálně být ještě výhodnější než obyčejné rozdělení čekacích front

Děkuji Vám za pozornost!

Hlavní zdroj: Van Dijk, N. M., & Vander Sluis, E. (2008). To pool or not to pool in call centers. *Production and Operations Management*, 17, 1–10.