Analýza přechodů mezi ratingy a driftu ratingu ve spojitém čase

od autorů David Lando[a], Torben M. Skødeberg[b]

a) Department of Statistics and Operations Research, University of Copenhagen, Universitetsparken 5, DK-2100 Copenhagen Ø, Denmark
b) Nordea Investment Management, Strandgade 3, DK-1401 Copenhagen K, Denmark

12. března 2024

Motiv

- Matice přechodu jsou významné nástroje v analýze kreditního rizika.

Motiv

- Matice přechodu jsou významné nástroje v analýze kreditního rizika.
- V praxi se používají odhady v diskrétním čase.
  - N_i - počet společností v kategorii i na začátku období.
  - $N_{i,j}$ - počet společností, které jsou na začátku období v kategorii i a na konci ondobí v kategorii j.
  - $\hat{p}_{i,j} = \frac{N_{i,j}}{N_i}$, $j \neq i$.

Motiv

- Matice přechodu jsou významné nástroje v analýze kreditního rizika.
- V praxi se používají odhady v diskrétním čase.
  - N_i - počet společností v kategorii i na začátku období.
  - $N_{i,j}$ - počet společností, které jsou na začátku období v kategorii i a na konci ondobí v kategorii j.
  - $\hat{p}_{i,j} = \frac{N_{i,j}}{N_i}$, $j \neq i$.
- Důsledek: Je-li $N_{i,j} = 0$ pak $\hat{p}_{i,j} = 0$, což může vést k problému u extrémních pozorování (outlier data). Například přechod z AAA do default.

Motiv

- Matice přechodu jsou významné nástroje v analýze kreditního rizika.
- V praxi se používají odhady v diskrétním čase.
  - N_i - počet společností v kategorii i na začátku období.
  - $N_{i,j}$ - počet společností, které jsou na začátku období v kategorii i a na konci ondobí v kategorii j.
  - $\hat{p}_{i,j} = \frac{N_{i,j}}{N_i}$, $j \neq i$.
- Důsledek: Je-li $N_{i,j} = 0$ pak $\hat{p}_{i,j} = 0$, což může vést k problému u extrémních pozorování (outlier data). Například přechod z AAA do default.
- Odhady ve spojitém čase dokážou zachytit tyto extrémní přechody[1].

[1] Skødeberg, T., 1998. Statistical analysis of rating transitions – a survival analytic approach.

Data

- Historický rating od společnosti S&P v období 1. 1. 1981 - 31. 12. 1997 (17 let).

Data

- Historický rating od společnosti S&P v období 1. 1. 1981 - 31. 12. 1997 (17 let).
- Celkově $n = 6659$ různých společností.

Data

- Historický rating od společnosti S&P v období 1. 1. 1981 - 31. 12. 1997 (17 let).
- Celkově $n = 6659$ různých společností.
- Kategorie AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, D (default) a NR (nehodnoceno). Kategorie CC a C jsou sjednoceny s CCC.

Data

- Historický rating od společnosti S&P v období 1. 1. 1981 - 31. 12. 1997 (17 let).
- Celkově $n = 6659$ různých společností.
- Kategorie AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, D (default) a NR (nehodnoceno). Kategorie CC a C jsou sjednoceny s CCC.
- Celkově je zaznamenáno 7282 změn ratingu, včetně přechodu do kategorie NR.

Homogenní případ

- Označíme jednotlivé ratingy od 1 do K, kde 1 je rating NR, 2 je AAA a K je default. Máme tedy matici přechodů za období $t \in \mathbb{R}_+$, označme ji $P(t)$. Tato matice má na pozici i, j prvek $p_{i,j}(t)$, což je pravděpodobnost přechodu z kategorie i na začátku období do kategorie j na konci období, tedy v čase t.

Homogenní případ

- Označíme jednotlivé ratingy od 1 do K, kde 1 je rating NR, 2 je AAA a K je default. Máme tedy matici přechodů za období $t \in \mathbb{R}_+$, označme ji $P(t)$. Tato matice má na pozici i, j prvek $p_{i,j}(t)$, což je pravděpodobnost přechodu z kategorie i na začátku období do kategorie j na konci období, tedy v čase t.
- Tato matice se dá zapsat ve tvaru $P(t) = exp(\Lambda t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Lambda^k t^k}{k!}$, kde matice Λ má na pozici i, j prvek $\lambda_{i,j} = \lim_{h \to 0^+} \frac{p_{i,j}(h)}{h}$, což je intenzita přechodu ze stavu i do stavu j.

Homogenní případ

- Označíme jednotlivé ratingy od 1 do K, kde 1 je rating NR, 2 je AAA a K je default. Máme tedy matici přechodů za období $t \in \mathbb{R}_+$, označme ji $P(t)$. Tato matice má na pozici i, j prvek $p_{i,j}(t)$, což je pravděpodobnost přechodu z kategorie i na začátku období do kategorie j na konci období, tedy v čase t.
- Tato matice se dá zapsat ve tvaru $P(t) = exp(\Lambda t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Lambda^k t^k}{k!}$, kde matice Λ má na pozici i, j prvek $\lambda_{i,j} = \lim_{h \to 0^+} \frac{p_{i,j}(h)}{h}$, což je intenzita přechodu ze stavu i do stavu j.
- $\lambda_{i,j} \geq 0$, $\lambda_{i,i} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{i,j}$.

Homogenní případ

- Označíme jednotlivé ratingy od 1 do K, kde 1 je rating NR, 2 je AAA a K je default. Máme tedy matici přechodů za období $t \in \mathbb{R}_+$, označme ji $P(t)$. Tato matice má na pozici i, j prvek $p_{i,j}(t)$, což je pravděpodobnost přechodu z kategorie i na začátku období do kategorie j na konci období, tedy v čase t.
- Tato matice se dá zapsat ve tvaru $P(t) = exp(\Lambda t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Lambda^k t^k}{k!}$, kde matice Λ má na pozici i, j prvek $\lambda_{i,j} = \lim_{h \to 0^+} \frac{p_{i,j}(h)}{h}$, což je intenzita přechodu ze stavu i do stavu j.
- $\lambda_{i,j} \geq 0$, $\lambda_{i,i} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{i,j}$.
- Intenzity lze maximálně věrohodně odhadnout[2] způsobem

$$\hat{\lambda}_{i,j} = \frac{N_{i,j}(T)}{\int_0^T Y_i(u)\, du},$$

$N_{i,j}(T)$ je celkový počet přechodů z i do j, $i \neq j$, a $Y_i(u)$ je počet společností v kategorii i v čase u.

[2] Kuchler, U., Sørensen, M., 1997. Exponential Families of Stochastic Processes.

Homogenní případ

- Příklad: Mějme dvě kategorie A, B a kategorii D (default) a délku období zvolme jeden rok. Dále uvažujme 20 společností, kde 10 je na začátku roku v kategorii A, 10 v kategorii B. Jedna společnost z kategorie A přejde po měsíci do kategorie B a zůstane tam. Jedna společnost přejde z kategorie B do kategorie A po dvou měsících a zůstane tam a jedna společnost z kategorie B po půl roce přejde do D. Pak odhady vypadají následovně

$$\hat{\lambda}_{A,B} = \frac{N_{A,B}(1)}{\int_0^1 Y_A(u)\,du} = \frac{1}{9+1/12+10/12} = 0.10084.$$

Odhad matice intenzit je

$$\begin{pmatrix} -0.10084 & -0.10084 & 0 \\ 0.10909 & 0.21818 & 0.10909 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Homogenní případ

Odhad matice intenzit přechodu

	NR	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
NR	−0.0066	0.0000	0.0001	0.0003	0.0006	0.0010	0.0003	0.0000	0.0043
AAA	0.0248	−0.1062	0.0720	0.0071	0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	0.0000
AA	0.0322	0.0068	−0.1301	0.0858	0.0044	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000
A	0.0431	0.0004	0.0144	−0.1136	0.0499	0.0045	0.0011	0.0002	0.0000
BBB	0.0551	0.0003	0.0023	0.0548	−0.1691	0.0496	0.0061	0.0006	0.0003
BB	0.1017	0.0000	0.0012	0.0078	0.1101	−0.3213	0.0866	0.0108	0.0030
B	0.1713	0.0000	0.0027	0.0020	0.0061	0.0904	−0.4052	0.1038	0.0290
CCC	0.2099	0.0042	0.0000	0.0084	0.0000	0.0336	0.1301	−0.9697	0.5835
D	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Homogenní případ

Odhad matice intenzit přechodu

	NR	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
NR	−0.0066	0.0000	0.0001	0.0003	0.0006	0.0010	0.0003	0.0000	0.0043
AAA	0.0248	−0.1062	0.0720	0.0071	0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	0.0000
AA	0.0322	0.0068	−0.1301	0.0858	0.0044	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000
A	0.0431	0.0004	0.0144	−0.1136	0.0499	0.0045	0.0011	0.0002	0.0000
BBB	0.0551	0.0003	0.0023	0.0548	−0.1691	0.0496	0.0061	0.0006	0.0003
BB	0.1017	0.0000	0.0012	0.0078	0.1101	−0.3213	0.0866	0.0108	0.0030
B	0.1713	0.0000	0.0027	0.0020	0.0061	0.0904	−0.4052	0.1038	0.0290
CCC	0.2099	0.0042	0.0000	0.0084	0.0000	0.0336	0.1301	−0.9697	0.5835
D	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

- Uvažujme nyní období 1988 - 1999 a v každém roce použijeme diskrétní metodu a poté zprůměrujeme jednotlivé pozorování.

Odhad matice přechodů v diskrétním vs. spojitém čase

	NR	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
NR	0.9939	0.0001	0.0000	0.0001	0.0006	0.0006	0.0004	0.0000	0.0044
AAA	0.0266	0.9040	0.0607	0.0070	0.0000	0.0016	0.0000	0.0000	0.0000
AA	0.0302	0.0054	0.8786	0.0791	0.0039	0.0006	0.0008	0.0000	0.0000
A	0.0401	0.0004	0.0157	0.8903	0.0445	0.0068	0.0017	0.0001	0.0003
BBB	0.0583	0.0001	0.0028	0.0519	0.8375	0.0388	0.0068	0.0018	0.0018
BB	0.0906	0.0000	0.0003	0.0051	0.0795	0.7452	0.0587	0.0110	0.0095
B	0.1268	0.0000	0.0008	0.0015	0.0050	0.0730	0.7081	0.0326	0.0500
CCC	0.1658	0.0020	0.0000	0.0061	0.0089	0.0279	0.1003	0.4842	0.2048
D	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
NR	0.9935	0.0000	0.0001	0.0003	0.0006	0.0009	0.0003	0.0000	0.0043
AAA	0.0248	0.8995	0.0640	0.0091	0.0005	0.0020	0.0001	0.0000	0.0001
AA	0.0321	0.0061	0.8788	0.0761	0.0057	0.0006	0.0004	0.0000	0.0001
A	0.0424	0.0004	0.0129	0.8944	0.0436	0.0047	0.0011	0.0002	0.0002
BBB	0.0545	0.0003	0.0023	0.0479	0.8479	0.0393	0.0063	0.0008	0.0008
BB	0.0965	0.0000	0.0012	0.0090	0.0869	0.7303	0.0612	0.0084	0.0065
B	0.1518	0.0001	0.0022	0.0024	0.0084	0.0643	0.6734	0.0534	0.0440
CCC	0.1429	0.0025	0.0003	0.0053	0.0017	0.0215	0.0674	0.3824	0.3760
D	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

Nehomogenní případ

- Označme matici přechodu v časovém intervalu $(s,t), s < t$, jako $P(s,t)$. Tato matice lze vyjádřit[3] jako

$$P(s,t) = \prod_{[s,t]}(I + dA(t)) \equiv \lim_{max|t_i - t_{i-1}| \to 0} \prod_i (I + A(t_i) - A(t_{i-1})),$$

kde matice $A(t)$ má na pozici i,j prvek $A_{i,j}(t) = \int_0^t \lambda_{i,j}(u)\,du$ a na pozici i,i prvek $A_{i,i}(t) = -\sum_{j \neq i} A_{i,j}(t)$.
Intenzity v nehomogenním Markovově řetězci již nejsou konstantní a jsou definovány jako $\lambda_{i,j}(t) = \lim_{h \to 0^+} \frac{p_{i,j}(t,t+h)}{h}, t \in \mathbb{R}_+$.

[3] Gill, R., Johansen, S., 1990. A survey of product-integration with a view towards applications in survival analysis.

Nehomogenní případ

- Označme matici přechodu v časovém intervalu $(s,t), s<t$, jako $P(s,t)$. Tato matice lze vyjádřit[3] jako

$$P(s,t)=\prod_{[s,t]}(I+dA(t))\equiv\lim_{max|t_i-t_{i-1}|\to 0}\prod_i(I+A(t_i)-A(t_{i-1})),$$

  kde matice $A(t)$ má na pozici i,j prvek $A_{i,j}(t)=\int_0^t\lambda_{i,j}(u)\,du$ a na pozici i,i prvek $A_{i,i}(t)=-\sum_{j\neq i}A_{i,j}(t)$.
  Intenzity v nehomogenním Markovově řetězci již nejsou konstantní a jsou definovány jako $\lambda_{i,j}(t)=\lim_{h\to 0^+}\frac{p_{i,j}(t,t+h)}{h}, t\in\mathbb{R}_+$.
- Pomocí Aalen-Johansonova odhadu lze tato matice odhadnout jako

$$\hat{P}(s,t)=\prod_{i=1}^m(I+\Delta\hat{A}(T_i)),$$

  kde m je počet přechodů v období (s,t), T_i je čas i-tého skoku.

[3] Gill, R., Johansen, S., 1990. A survey of product-integration with a view towards applications in survival analysis.

Nehomogenní případ

- Matice $\Delta\hat{A}(T_i)$ má tvar

$$\begin{pmatrix} -\frac{\Delta N_1(T_i)}{Y_1(T_i)} & \frac{\Delta N_{1,2}(T_i)}{Y_1(T_i)} & \cdots & \frac{\Delta N_{1,K}(T_i)}{Y_1(T_i)} \\ \frac{\Delta N_{2,1}(T_i)}{Y_2(T_i)} & -\frac{\Delta N_2(T_i)}{Y_2(T_i)} & \cdots & \frac{\Delta N_{2,K}(T_i)}{Y_2(T_i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta N_{K-1,1}(T_i)}{Y_{K-1}(T_i)} & \frac{\Delta N_{K-1,2}(T_i)}{Y_{K-1}(T_i)} & \cdots & \frac{\Delta N_{K-1,K}(T_i)}{Y_{K-1}(T_i)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

$\Delta N_{k,j}(T_i)$ je počet přechodů ze stavu k do stavu j v čase T_i,
$\Delta N_k(T_i)$ je celkový počet přechodů pryč ze stavu k v čase T_i,
$Y_k(T_i)$ je počet společností ve stavu k těsně před časem T_i.

Nehomogenní případ

- Příklad: Uvažujme opět případ jako v předchozím příkladě. Pak jsou matice $\Delta\hat{A}(T_i)$ pro časy $T_{1/12}, T_{2/12}, T_{6/12}$ odhadnuty po řadě následovně

$$\begin{pmatrix} -0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/11 & 1/11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Nehomogenní případ

Homogenní vs nehomogenní odhad matice přechodu v roce 1977

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	0.95912	0.03982	0.00096	0.00010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
AA	0.01249	0.93689	0.04519	0.00524	0.00015	0.00004	0.00000	0.00000
A	0.00011	0.01666	0.93097	0.04906	0.00274	0.00042	0.00001	0.00003
BBB	0.00002	0.00253	0.03635	0.90603	0.03955	0.01398	0.00030	0.00125
BB	0.00000	0.00012	0.00318	0.07866	0.85980	0.05411	0.00317	0.00096
B	0.00000	0.00005	0.00495	0.00385	0.07029	0.87618	0.02941	0.01527
CCC	0.00000	0.00004	0.00091	0.02523	0.02890	0.11823	0.52289	0.30380
D	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	0.95866	0.03926	0.00184	0.00023	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
AA	0.01273	0.93714	0.04440	0.00544	0.00022	0.00007	0.00000	0.00000
A	0.00010	0.01682	0.93088	0.04880	0.00278	0.00061	0.00000	0.00001
BBB	0.00002	0.00252	0.03632	0.90736	0.03888	0.01353	0.00009	0.00128
BB	0.00000	0.00016	0.00347	0.07905	0.86016	0.05342	0.00294	0.00079
B	0.00000	0.00005	0.00507	0.00378	0.07066	0.87599	0.02797	0.01647
CCC	0.00000	0.00000	0.00045	0.02302	0.03104	0.12522	0.51784	0.30242
D	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000

Drift ratingu

- Chceme zjistit zda ratingy vykazují „nemarkovské“ chování, tedy jestli přechod mezi ratingy závisí na předešlém přechodu a jak délka setrvání v dané kategorii ovlivňuje přechod do jiné kategorie.

Drift ratingu

- Chceme zjistit zda ratingy vykazují „nemarkovské“ chování, tedy jestli přechod mezi ratingy závisí na předešlém přechodu a jak délka setrvání v dané kategorii ovlivňuje přechod do jiné kategorie.
- Zavedeme semi-parametrický model[4]

$$\alpha_{h,j,i}(t) = \alpha_{h,j,0}(t)\exp(\beta_{h,j} Z_i),$$

kde h, j jsou stavy a Z_i je vhodně zvolený regresor.
$\alpha_{h,j,0}(t)$ je takzvaná „výchozí intenzita“ (baseline intensity), která je nespecifikovaná. Kvůli tomu se parametry $\beta_{h,j}$ odhadují pomocí maximalizace tzv. „parciální věrohodnosti“

$$L(\beta_{h,j}) = \prod_t \prod_i \frac{exp(\beta_{h,j} Z_i)}{\sum_{i=1}^{n} Y_{h,i}(t) exp(\beta_{h,j} Z_i)},$$

$Y_{h,i}(t)$ je 1 když firma i je v čase t ve stavu h a 0 jinak.

[4] Andersen, P., Hansen, L.S., Keiding, N., 1991. Non- and semiparametric estimation of transition probabilities from censored observation of a non-homogeneous Markov process

Drift ratingu

- Pro testování zda předchozí změna ratingu má vliv na současnou pravděpodobnost přechodu, definujeme $Z_i(t) = 1$, když společnost i byla upgradována do současného ratingu a 0 jinak.

Drift ratingu

- Pro testování, zda předchozí změna ratingu má vliv na současnou pravděpodobnost přechodu, definujeme $Z_i(t) = 1$, když společnost i byla upgradována do současného ratingu a 0 jinak. $H_0 : \beta_{h,j} = 0$
- Pro testování, zda doba setrvání v současném stavu má vliv na pravděpodobnost downgradu, definujeme $Z_i(t) =$„čas od posledního vstupu do současného stavu“.

Drift ratingu

- Pro testování, zda předchozí změna ratingu má vliv na současnou pravděpodobnost přechodu, definujeme $Z_i(t) = 1$, když společnost i byla upgradována do současného ratingu a 0 jinak. $H_0 : \beta_{h,j} = 0$
- Pro testování, zda doba setrvání v současném stavu má vliv na pravděpodobnost downgradu, definujeme $Z_i(t) =$„čas od posledního vstupu do současného stavu“.
- Pro testování $H_0 : \beta_{h,j} = 0$ lze použít (parciální) test poměrem věrohodnosti neboť lze ukázat[5], že

$$LR = 2(logL(\hat{\beta}_{h,j}) - logL(0))$$

má χ^2 rozdělění s jedním stupněm volnosti.

[5] Andersen, P., Borgan, Ø., Gill, R., Keiding, N., 1993. Statistical Models Based on Counting Processes.

Vliv předchozího downgradu na intenzitu downgradu

From	To	$\widehat{\beta}$	std($\widehat{\beta}$)	n_1	n_2	p
AA+	AA	0.897	0.281	149	65	<0.01
AA	AA–	0.936	0.211	314	100	<0.01
AA–	A+	0.871	0.172	490	162	<0.01
A+	A	0.582	0.147	663	198	<0.01
A	A–	0.868	0.160	842	193	<0.01
A–	BBB+	1.180	0.196	780	161	<0.01
BBB+	BBB	0.714	0.168	721	180	<0.01
BBB	BBB–	1.180	0.222	712	140	<0.01
BBB–	BB+	1.090	0.241	641	95	<0.01
BB+	BB	0.970	0.303	513	59	<0.01
BB	BB–	0.144	0.227	571	82	0.53
BB–	B+	0.858	0.253	522	74	<0.01
B+	B	1.010	0.282	575	87	<0.01
B	B–	0.541	0.457	437	43	<0.01
B–	CCC+	2.030	1.040	271	28	<0.01
CCC+	CCC	6.170	23.5	194	15	0.20
CCC	CCC–	–0.929	0.873	150	18	0.32

Vliv předchozího upgradu na intenzitu upgradu

From	To	$\widehat{\beta}$	$\text{std}(\widehat{\beta})$	n_1	n_2	p
AA+	AAA	−0.106	0.525	149	15	0.84
AA	AA+	−0.011	0.545	314	14	0.98
AA−	AA	−0.132	0.268	490	56	0.62
A+	AA−	0.337	0.233	663	85	0.14
A	A+	0.449	0.190	842	116	0.02
A−	A	0.261	0.151	780	177	0.08
BBB+	A−	0.720	0.168	721	153	<0.01
BBB	BBB+	0.508	0.173	712	137	<0.01
BBB−	BBB	0.143	0.173	641	144	0.405
BB+	BBB−	0.535	0.174	513	152	<0.01
BB	BB+	−0.100	0.187	571	122	0.60
BB−	BB	0.1947	0.190	522	114	0.315
B+	BB−	0.667	0.214	575	90	<0.01
B	B+	0.560	0.277	437	63	0.05
B−	B	0.490	0.477	271	22	0.31
CCC+	B−	−6.150	25.7	194	17	0.24
CCC	CCC+	−7.280	45.1	150	6	0.25

Vliv setrvání v počáteční kategorii na intenzitu downgradu

From	To	$\widehat{\beta}$	std($\widehat{\beta}$)	n_1	n_2	p
AAA	AA+	−0.348	0.114	61	13	<0.01
AA+	AA	−0.405	0.067	149	65	<0.01
AA	AA−	−0.282	0.037	314	100	<0.01
AA−	A+	−0.380	0.041	490	162	<0.01
A+	A	−0.351	0.035	663	198	<0.01
A	A−	−0.547	0.046	842	193	<0.01
A−	BBB+	−0.628	0.064	780	161	<0.01
BBB+	BBB	−0.360	0.047	721	180	<0.01
BBB	BBB−	−0.555	0.056	712	140	<0.01
BBB−	BB+	−0.679	0.095	641	95	<0.01
BB+	BB	−0.708	0.134	513	59	<0.01
BB	BB−	−0.453	0.099	571	82	<0.01
BB−	B+	−0.621	0.110	522	74	<0.01
B+	B	−0.529	0.085	575	87	<0.01
B	B−	−0.683	0.155	437	43	<0.01
B−	CCC+	−0.902	0.216	271	28	<0.01
CCC+	CCC	−2.241	0.690	194	15	<0.01
CCC	CCC−	−0.704	0.259	150	18	<0.01

Vliv setrvání v počáteční kategorii na intenzitu upgradu

From	To	$\widehat{\beta}$	std($\widehat{\beta}$)	n_1	n_2	p
AA+	AAA	−0.416	0.132	149	15	<0.01
AA	AA+	−0.226	0.096	314	14	<0.01
AA−	AA	−0.360	0.072	490	56	<0.01
A+	AA−	−0.331	0.057	663	85	<0.01
A	A+	−0.329	0.049	842	116	<0.01
A−	A	−0.376	0.045	780	177	<0.01
BBB+	A−	−0.449	0.057	721	153	<0.01
BBB	BBB+	−0.266	0.043	712	137	<0.01
BBB−	BBB	−0.346	0.051	641	144	<0.01
BB+	BBB−	−0.532	0.075	513	152	<0.01
BB	BB+	−0.540	0.085	571	122	<0.01
BB−	BB	−0.537	0.084	522	114	<0.01
B+	BB−	−0.383	0.071	575	90	<0.01
B	B+	−0.359	0.100	437	63	<0.01
B−	B	−0.430	0.189	271	22	0.012
CCC+	B−	−0.507	0.247	194	17	0.016
CCC	CCC+	−0.934	0.631	150	6	0.032

Závěr

- Pro modelování přechodu mezi ratingy je lepší pracovat ve spojitém čase. I extrémní události, jako přechod z ratingu AAA do default, mají nenulové pravděpodobnosti přechodu.

Závěr

- Pro modelování přechodu mezi ratingy je lepší pracovat ve spojitém čase. I extrémní události, jako přechod z ratingu AAA do default, mají nenulové pravděpodobnosti přechodu.
- Společnosti, které se do současného stavu dostali downgradem ratingu mají vyšší intenzitu downgradu. Naopak vliv na intenzitu upgradu ratingu u společnosti, která se do současného stavu dostala upgardem, je skoro nulový.

Závěr

- Pro modelování přechodu mezi ratingy je lepší pracovat ve spojitém čase. I extrémní události, jako přechod z ratingu AAA do default, mají nenulové pravděpodobnosti přechodu.
- Společnosti, které se do současného stavu dostali downgradem ratingu mají vyšší intenzitu downgradu. Naopak vliv na intenzitu upgradu ratingu u společnosti, která se do současného stavu dostala upgardem, je skoro nulový.
- Délka setrvání v určitém stavu má značný vliv na budoucí upgrade nebo downgrade. Čím déle společnost setrvá v jednom stavu, tím je menší šance na změnu ratingu.

Literatura

[1] Skødeberg, T., 1998. Statistical analysis of rating transitions – a survival analytic approach. Master's Thesis, University of Copenhagen.

[2] Kuchler, U., Sørensen, M., 1997. Exponential Families of Stochastic Processes. Springer, New € York.

[3] Gill, R., Johansen, S., 1990. A survey of product-integration with a view towards applications in survival analysis. The Annals of Statistics 184, 1501–1555.

[4] Andersen, P., Hansen, L.S., Keiding, N., 1991. Non- and semiparametric estimation of transition probabilities from censored observation of a non-homogeneous Markov process. Scandinavian Journal of Statistics, 153–167.

[5]Andersen, P., Borgan, Ø., Gill, R., Keiding, N., 1993. Statistical Models Based on Counting Processes. Springer, New York.

[6] Lando, D., Skødeberg, T., 2002. Analyzing rating transition and rating drift with continuous observations. Journal of Banking & Finance 26, 423–444.