Třetí cvičení

23. března 2020

Příklad 1. Dokažte, že stav $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ je propletený.

Příklad 2. Dokažte, že vektory $|\beta_{00}\rangle$, $|\beta_{01}\rangle$, $|\beta_{10}\rangle$, $|\beta_{11}\rangle$ tvoří ortonormální bázi $\mathbb{H}_4$, kde

$$|\beta_{x,y}\rangle = \frac{|0y\rangle + (-1)^x|1\overline{y}\rangle}{\sqrt{2}}.$$

Příklad 3. Vyjádřete operátor

$$H_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

jako lineární kombinaci projekcí na vlastní podprostory. Použijte při tom vlastnosti tenzorového součinu ($H_2 = H \otimes H$).

Příklad 4. Mějme pozorovatelné veličiny

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Určete jejich střední hodnotu na stavech:

a) $|0\rangle$, $|1\rangle$

b) $|+\rangle$, $|-\rangle$

c) $i|0\rangle + (1+i)|1\rangle$

Příklad 5. Stav $|\varphi\rangle$ je změřen v bázi $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, poté v bázi $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ a nakonec znovu v bázi $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. Jaké jsou možné výsledky posledního měření?