

Vzorový zápočtový test: predikátová logika

Celkem bodů: 100.

1. Známe následující informace o zadávání zakázek:

- (i) Každý úředník, který je odpovědný za nějakou zakázku a vezme od nějaké společnosti úplatek, je kriminálník.
- (ii) Zakázku vyhraje pouze společnost, která podplatí všechny úředníky odpovědné za tuto zakázku.
- (iii) Pan Lubor je úředník.
- (iv) Někjaká společnost vyhrála nějakou zakázku, za kterou je pan Lubor odpovědný.

Pomocí rezoluce dokažte, že: (v) Pan Lubor je kriminálník.

- (a) Uvedená tvrzení vyjádřete sentencemi $\varphi_1, \dots, \varphi_5$ v jazyce $L = \langle U, Z, S, K, P, V, O, l \rangle$ bez rovnosti kde U, Z, S a K jsou unární relační symboly a $U(x), Z(x), S(x), K(x)$ znamenají (po řadě) “ x je úředník / zakázka / společnost / kriminálník”, P, V, O jsou binární relační symboly, kde $P(x, y), V(x, y), O(x, y)$ značí (po řadě) “ x podplatil y ”, “ x vyhrál y ” a “ x je odpovědný za y ” a l je konstanta označující pana Lubora.
 - (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nesplnitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\} \models \varphi_5$. (15b)
 - (c) Převodem axiomů T do CNF nalezněte teorii T' ekvivalentní T a axiomatizovanou klauzulemi. Napište T' v množinové reprezentaci. (15b)
 - (d) Rezolucí dokažte, že T' není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (25b)
2. V teorii: $T_2 = \{w(x) \rightarrow (\forall y)[adj(x, y) \rightarrow s(y)], adj(x, y) \rightarrow adj(y, x), \neg s(a), adj(a, b)\}$ dokažte $\neg w(b)$. Za tablo bude cca. (25b), ale příklad bude spíše složitější, např. jako předchozí bod rezoluce.
3. Je teorie T_2 extenzí teorie $T_3 = \{w(x) \rightarrow (\exists y)[adj(x, y) \rightarrow s(y)]\}$? Svou odpověď zdůvodněte. (15b)
- 4a. Najděte dva neizomorfní modely teorie T_2 . (15/2b)
- 4b. V jazyce s konstantou c s rovností dokažte, že $(\exists x) x = c$. (Potřebujete k tomu znát první axiom rovnosti.)
0. Je formule $w(x)$ pravdivá v T_2 ? Je lživá v T_2 ? Je nezávislá v T_2 ? Zdůvodněte všechny odpovědi. (0b)
0. Má teorie T_2 konzervativní kompletní extenzi? Uveďte příklad nebo zdůvodněte, proč ne. (0b)