

FILOSOFIA

nakladatelství  
Filosofického ústavu  
AV ČR

ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ



O špatném nekonečnu



Vojtěch Kolman  
Robert Roreitner<sup>(eds.)</sup>  
O ŠPATNÉM  
NEKONEČNU

Filosophia  
Praha 2013

Práce na této publikaci a její vydání byly podpořeny z doktorského grantu *Logické základy sémantiky* GA ČR 401/09/H007, z grantu *Apriorní, syntetické a analytické od středověku po současnou filosofii* GA ČR P401/11/0371 a z programu rozvoje vědních oblastí na Univerzitě Karlově (P13) *Racionalita ve vědách o člověku*, podprogram *Poznání a normativita*.

Vědečtí recenzenti:

doc. Mgr. Marek Petrů, Ph.D.

prof. RNDr. Ladislav Kvasz, Dr.

Copyright © Vojtěch Kolman, Robert Roreitner (eds.), 2013

Copyright © Walter de Gruyter GmbH and Co. KG; Springer-SBM B. V.; Vittorio Klostermann; Taylor and Francis, The Bertrand Russell Peace Foundation Ltd.; Suhrkamp Verlag; Blackwell

Details of the copyright: page 619

Preface © Vojtěch Kolman, 2013

Translation © Jindřich Černý, Zuzana Daňková, Hynek Janoušek, Tomáš Koblížek, Lukáš Kollert, Vojtěch Kolman, Tereza Matějčková, Jakub Mihálik, Jan Palkoska, Vít Punčochář, Milan Soutor, Antonín Šíma, Marek Tomeček, Marta Vlasáková, 2013

Cover and Typography © Markéta Jelenová, 2013

© Filosofía, 2013

nakladatelství Filosofického ústavu AV ČR

ISBN 978-80-7007-406-0

# Obsah

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| Poznámka .....                       | 9  |
| Úvodní studie / Vojtěch Kolman ..... | 11 |
| Seznam zkratk .....                  | 75 |

## I. Základní texty

|                                                          |     |
|----------------------------------------------------------|-----|
| O neomezeném / Aristotelés .....                         | 79  |
| Analytik / George Berkeley .....                         | 101 |
| Antinomie čistého rozumu / Immanuel Kant .....           | 149 |
| O špatném nekonečnu / Georg Wilhelm Friedrich Hegel .... | 185 |

## II. Nekonečno matematiků

|                                                            |     |
|------------------------------------------------------------|-----|
| Paradoxy nekonečna / Bernard Bolzano .....                 | 247 |
| Korespondence k nauce o transfinitním / Georg Cantor ..... | 277 |
| Logika nekonečna / Henri Poincaré .....                    | 319 |
| O nekonečnu / David Hilbert .....                          | 343 |
| Současný stav poznání v matematice / Hermann Weyl .....    | 367 |
| Aktuální nekonečno v matematice / Paul Lorenzen .....      | 397 |

## III. Nekonečno filosofů

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| Problém nekonečna z historického hlediska /<br>Bertrand Russell ..... | 409 |
| O kinematografickém pohybu / Henri Bergson .....                      | 435 |
| Zákon mysli / Charles Sanders Peirce .....                            | 445 |
| Novost a nekonečno / William James .....                              | 473 |

|                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------|-----|
| Filosofický problém matematické existence / Oskar Becker . .  | 495 |
| Gramatika nekonečna / Ludwig Wittgenstein . . . . .           | 537 |
| Hegelova filosofie matematiky / Pirmin Stekeler-Weithofer . . | 569 |
| <br>                                                          |     |
| Literatura . . . . .                                          | 601 |
| Summary . . . . .                                             | 617 |
| Copyrighty originálů . . . . .                                | 619 |
| Jmenný rejstřík . . . . .                                     | 621 |



## POZNÁMKA

U všech přeložených textů jsme se i při jejich formální úpravě snažili co nejbližší držet podoby originálu, ponecháváme tak většinou např. původní symboliku a číslování jednotlivých oddílů. Pro potřeby sborníku však bylo zapotřebí do jisté míry sjednotit zápis formulí a citace. S výjimkou těchto změn jsou všechny další editorské zásahy vyznačeny hranatými závorkami. Pokud autor nebo editor předlohy sám upravuje text, který cituje, dáváme jeho vstup do dvojitých hranatých závorek. Byl-li citovaný text již přeložen do češtiny, uvádíme v poznámce pod čarou u prvního výskytu také bibliografické údaje českého překladu, ne vždy ho ale ze stylistických a věcných důvodů dále používáme. Děje-li se tak, je to u daného citátu vždy zmíněno. Ve vlastním textu uvádíme vždy počeštěné názvy zmíněných knih, nezávisle na tom, zda byly či nebyly přeloženy; v příslušné poznámce pod čarou je ale odkaz na originál.

Výsledná podoba sborníku vděčí za svůj vznik kromě jednotlivých překladatelů také těm, kteří se spolupodíleli na korekturách, sazbě a záležitostech práv, zejména dr. Aleně Bakešové, dr. Martinu Pokornému, Jindřichu Černému, Tereze Matějčkové, Lukáši Kollertovi, Pavlu Ludvíkovi, Zuzaně Daňkové, Lucii Kólové a Anně Horské. Terminologické poznámky i věcné připomínky nám poskytli dr. Ondřej Švec, dr. Vojtěch Hladký, prof. Ladislav Kvasz a dr. Jan Palkoska.



# ÚVODNÍ STUDIE

Vojtěch Kolman

*Stalo se zvykem považovat špatné nekonečno, a to především ve formě kvantitativního progresu do nekonečna, který je opakovaným přelétáním hranice a zároveň bezmocí ji překonat, a tudíž trvajícím upadáním zpět, za cosi vznešeného, dokonce za jakousi bohoslužbu, stejně jako je ve filosofii takový progres považován za cosi posledního. Tento progres pak často sloužil tirádám, které byly následně označovány za vznešené výtvoř.*

*Za selháním myšlenky, jejím pádem a závratí není nic jiného než nudnost opakování, které bez ustání nechává hranici vystoupit a zmizet a zase vystoupit a zase zmizet, takže pořád dokola vystupuje jedno kvůli druhému a jedno v druhém, v zázvěti svět vezdejší a ve vezdejším zase zázvěti, a nezbyvá pak už nic než pocít bezmocí tohoto nekonečna, toho, co má být a co usiluje stát se pánem nad konečnem, aniž by toho bylo schopno.*

G. W. F. Hegel<sup>1</sup>

Významné postavení pojmu nekonečna v dějinách myšlení má několik rovin, a stojí tudíž za podrobnější rozvahou. (1) V prvním plánu je zde zřetelná spjatost s náboženstvím a vším, co přesahuje oblast každodenního, samozřejmého a omezeného v oblasti etické i fyzi-

---

<sup>1</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, Suhrkamp, Frankfurt am Main 1986, s. 264–265. Citováno podle překladu „O špatném nekonečnu“ uvedeného níže, s. 185–243, s čísly stránek vyznačenými v textu.

kální, jak je úhrnem reprezentuje Bůh jakožto tvůrce a zákonodárce vesmíru. (2) V druhém, obecnějším plánu tvoří nekonečno pojem, který provází myšlení od jeho počátků, ať už ve fylogenetickém nebo ontogenetickém smyslu, a je pro svou zjevně neempirickou povahu důkazem reflektující, sebe-vztažné a sebe-překračující povahy lidské mysli. Nekonečno je takto explicitně přítomno jak u zrodu filosofie a exaktních věd v antickém Řecku, tak v dětských úvahách zaobírajících se zcela spontánně problémy konce vesmíru či počátku času, jak je zvláště expresivně vyjadřují antinomie Zénónova a Kantova typu. (3) V třetím plánu, vázaném na historii snah o řešení těchto antinomií, si lze spolu s Kantem povšimnout, že spory, které pojem nekonečna doprovázejí, nepramení snad z nerozvinutosti „dětského“ rozumu, tedy rozumu v raných fázích jeho vývoje, ale jsou průvodním jevem myšlení jako takového, v jeho základní tendenci klást jistě *difference* či hranice jako *definitivní* a pevné, aby je právě díky jasné ohraničenosti mohlo následně *překračovat*.

Podle Kanta je za vším střet dvou racionálních mohutností, totiž rozvažování (*Verstand*), jež organizuje smyslovou zkušenost do soudů, a rozumu (*Vernunft*), jenž usiluje o jednotu takto dosaženého poznání v celých teoriích, mylně však této své čistě regulativní funkci dává empirickou platnost, když např. činí ze světa výskytové jsoucno či z Boha jedající bytost, místo aby je chápal jako označení forem (idejí) určité zkušenosti, např. zkoumání přírody či morálního života, nikoli jejich předměty. Potřebě „od-vysvětlení“ uvedených sporů se přitom Kant snaží učinit zadost tím, že spor v subjektu lokalizuje, když ho odliší od světa věcí „o sobě“, jenž zůstává bezrozporný a neměnný, třebaže ho, právě pro jeho nepřístupnost smyslům, nelze co do vlastností, jako je konečnost či nekonečnost, poznat. Tím získal Kantův idealismus značnou trhlinu, neboť v důsledku kopíruje „platónské“ rozdělení dvou světů a problémy, jak ho překonat, které Platón podrobně rozebírá ve svém *Parmenidovi*. Hegel kritizuje v Kantově přístupu k antinomiím právě tuto nedůslednost, když říká:

Jsme tu ale ke světu příliš útlocitní, když z něho odstraňujeme rozpory a přemisťujeme je do ducha, do rozumu, kde jsou ponechány bez řešení. Ve skutečnosti je to duch, který

je tak mocný, že je schopen snášet rozpor, ale který jej zároveň umí i překonat. Avšak to není důvod, proč by takzvaný svět (ať už jej nazýváme objektivním, reálným, nebo – podle transcendentálního idealismu – subjektivním nahlížením a smyslovostí, která je určena kategoriemi rozumu) měl všude a zcela postrádat rozpor; spíše jej neumí unést, a proto je vydán napospas vzniku a zániku.<sup>2</sup>

V tomto citátu je názorně vyjádřen přechod od *transcendentálního idealismu* k *idealismu absolutnímu* a z něho vycházející (4) čtvrtý plán reflexe pojmu nekonečna coby vyjádření sporu, který je myšlení inherentní ve vyšším smyslu než Kantovo systematické šálení subjektivity, totiž jako průvodní znak a symbol toho, že se naše myšlení a jeho pojmy – stejně jako evolucí ovládaný empirický svět – *vyvíjejí a mění*. Ostrý protiklad myslí a světa, toho, jak se nám věci *jeví*, a jak skutečně *jsou*, je ve výsledku setřen tím, že musí být rozpoznány – s Hegelem řečeno, překonány a pozdviženy – jako části téhož celku *našich* rozlišení, spolu s historií všech „slepých stezek“ a „omylů“, které – v rozporu s šálením a klamy epistemického realismu – vždy inherentně patří k řešení jakéhokoli problému, který si uložíme. Kantovo zavedení věci „o sobě“ lze chápat nanejvýš jako jistý moment, kategorii věčnosti, charakterizující modus objektivizujícího rozumu, jenž za *efektivitu* okamžité a jednoduché aplikovatelnosti, k níž patří i konstitutivní předpoklady jako zákon sporu či vyloučený třetí, platí jejich *lokálnost* a tendenci na tuto lokálnost zapomínat. Toto zapomínání s sebou přináší jistou „ontologickou“ bezstarostnost a s ní spojené předsudky „každodenního“ rozumu, který vytěšňuje mj. i to, že málokterá z našich bezprostředních zkušeností, a tím i řečí a teorií, je jednoduše bezesporná, neboť bezespornost je spíše *regulativem* než ontologickým přívlastkem, přesně v intencích Hegelovy první habilitační teze: „Contradictio est regula veri, non contradictio falsi.“<sup>3</sup> Ta neříká, jak se

<sup>2</sup> Tamt., s. 276, viz níže.

<sup>3</sup> Hegel, G. W. F., *Jenaer Schriften 1801–1807*, Suhrkamp, Frankfurt am Main 1986, „Habilitationsthesen“, s. 533.

tradičně rozhořčují apologeti formálního rozumu,<sup>4</sup> že by bylo vyjádření sporu „pravdivé“, ale že je spor médiem, díky němuž dospíváme či rozvíjíme skutečnost, tedy to, co pravdivé je, jejím pozdvižením z bezprostřednosti světa, který „spor neumí unést“.

Nyní je jasné, proč bezprostřednost běžné mluvy, s jejím neproblematickým přijímáním jistých rozlišení jakožto prostě daných („o sobě“), tj. bez věcného kontextu a kontextu dějin, stejně jako vědeckých teorií s jejich jednoduše postulovanou korespondencí a kritérii existence, nazývá Hegel *abstraktní*, v kontrastu s *konkrétní*, širší souvislosti respektující a zpřítomňující řečí filosofie. Přijímáme-li např. termín „síly“ jako bezprostřední způsob, jak „vysvětlit“ jisté fyzikální jevy, či inverzně, jak „od-vysvětlit“ některé tradiční oblasti zkušenosti typu náboženství, zaděláváme si na problémy stejného typu, jaké plynou z nereflektovaného nadužívání slov jako „demokracie“, „svoboda“, „spravedlnost“ či „nemravnost“, jak ho známe z denního tisku a veřejných diskusí, nemluvě o extrémním případě emocionálně zatížených slov jako „skopčák“, „flandák“ či „buzerant“, která již, přes zdánlivě jasné vymezení hranice toho, o čem je řeč (Němci, kněží, homosexuálové), vyžadují navíc po posluchači tiché přijetí předpokladů, jejichž oprávněnost nebyla zhodnocena a které jsou zjevně v obecnosti pochybné. Na tuto pochybnost nereflektované, objektové mluvy upozorňuje v kontextu novověké fyziky biskup Berkeley, když nejprve ve svém spisu *O pohybu*<sup>5</sup> viní Newtona z ontologizace pojmů „gravitace“ a „síly“, které, jak navrhuje, není nutné chápat jako „okultní“, samostatně existující fyzikální kvality, ale spíše jako momenty *celkového* vysvětlení, jak ho fixuje až rovnoběžník *sil*. Podobně později ve svém spisu *Analytik*<sup>6</sup> kritizuje Berkeley přímoča-

<sup>4</sup> Srov. např. Cantorův spis: „Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten“, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* 91, 1887, s. 81–125; 92, 1888, s. 240–265. Český překlad části viz níže, též, „Korespondence k nauce o transfinitním“, s. 277–318.

<sup>5</sup> Berkeley, G., *De motu, or The Principle and Nature of Motion and the Cause of the Communication of Motions*, J. Tonson, London 1721; český překlad: *O pohybu*, in: též, *Tři dialogy*, přel. M. Tomeček, J. Palkoska, OIKOYMENH, Praha 2007.

<sup>6</sup> Berkeley, G., *The Analyst; or, a Discourse Addressed to an Infidel Mathematician wherein it is examined whether the Object, Principles, and Inferences of the modern Analysis are more*

rou řeč o nekonečně malém, kterou využívala Newtonova a Leibnizova klasická analýza, a nachází tak výjimečně zdařilý příklad toho, jak lze v modu „o sobě“ hovořit o *nekonečnu*, tedy simulovat okultní entitu na bázi prostého popření *konečnosti* jistého určení, v popisu veličiny, která má být *menší* než libovolná daná konečná mez, a tedy *ne-konečná*. Hegel se nachází v takto určené tradici berkeleyovské kritiky, když píše:

Nekonečně malé znamená v první řadě negaci kvanta jako takového, tedy negaci takzvaných *konečných* výrazů, dokonané určitosti, která náleží kvantu vůbec.<sup>7</sup>

Pouhou negací získané nekonečno coby popření konečnosti kvanta je právě v tomto kontextu *nekonečnem špatným* (*schlecht*), přičemž jedním z nejvýznamnějších příspěvků Hegelových úvah o tomto pojmu coby pojmu reflektujícího rozumu je odhalení, jak dospět k jeho adekvátní, pravé (*wahrhaft*) podobě.

To, zda se u slova „špatný“ („schlecht“) nejedná v Hegelově užití vlastně o variantu slova „pouhý“, „prostý“ („schlicht“), jak to ve svých hegelovských studiích, včetně té, jejíž překlad lze nalézt níže, hájí Pirmin Stekeler-Weithofer a jak je to potvrzováno i etymologií slov jako „schlechtweg“ a „schlechthin“, by nás při uvážení Hegelovy dialektické metody, v níž jsou i „špatná“ řešení cestami k „dobrému“ cíli, nemuselo ani tolik zajímat, kdyby pojem „špatného nekonečna“ nebyl spjat s jistými pověrami a dezinterpretacemi, které zamezují docenění Hegelových analýz. Tradičně je tak, ve zjevném kontrastu k dějinám filosofie, která – prominentně u Aristotela a Kanta – preferuje *nekonečno potenciální*, právě tomuto nekonečnu zmíněná špatnost připisována, zatímco *nekonečno absolutní*, dokonané, jež je tradičně interpretováno teologicky, je považováno za pravé.<sup>8</sup> Hegelův mimo-

---

*distinctly conceived, or more evidently deduced, than Religious Mysteries and Points of Faith*, J. Tonson, London 1734. Český překlad viz níže, též, „Analytik“, s. 101–148.

<sup>7</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 355, viz níže.

<sup>8</sup> Srov. třeba níže zařazené části spisu Bolzano, B., *Paradoxien des Unendlichen*, Reclam, Leipzig 1851, § 11; český překlad: též, *Paradoxy nekonečna*, přel. O. Zich,

řádně detailní a obeznámený komentář k problematice nekonečna v (tehdejší) matematice, jež nazývá *nekonečnem kvantitativním*, ovšem ukazuje, že má pro podobná zjednodušení pouze pohrdání, když, jako v úvodním citátu, hovoří o „tirádách“ a „bohoslužbách“, které jsou s těmito zkratkami spjaty, jako by předvídal Cantorovy pozdní pokusy usmířit své matematické práce, které na pojmu aktuálního nekonečna staví, s katolickou věroukou. Tyto smírčí pokusy jsou i tématem programového spisu, jehož relevantní části zařazujeme níže.<sup>9</sup>

Problém „špatného“ nekonečna přitom podle Hegela zjevně nespočívá v jeho potencialitě (*Sollen*), ale v tom, že skrze jeho původ v „pouhé“ první negaci nechává toto nekonečno nedourčeno jako jednoduchý opak, zásvětí (*Jenseits*) konečnosti, a má mu pak sklony takto připisovat větší (doslova: „větší“) hodnotu, než skutečně má. Pouhým popřením kvanta, resp. velikosti, ale nevznikne ještě větší, ba *největší* kvantum, ale zprvu vlastně *žádné* kvantum, stejně jako popřením nespravedlnosti či nedokonalosti nevznikne nejvyšší dokonalost či věčná spravedlnost, vůči nimž pak rozlišujeme kromě světa vezdejšího (*Diesseits*) ještě svět za ním, ať už svět idejí, věcí o sobě či život posmrtný.

Pouze špatné nekonečno je *zásvětí*, protože je *pouze* negací konečného, jež je kladeno jako reálné – je to abstraktní, první negace; určena *pouze* negativně nemá na sobě potvrzení *existence*; zachyceno jako negativní *nemělo* by vůbec *existovat*, mělo by být nedosažitelné. Tato nedosažitelnost ale není jeho vznešeností, nýbrž jeho nedostatkem, který má svůj poslední důvod v tom, že je konečno jako takové pojato jen jako *existující*.<sup>10</sup>

Opět platí, že zmíněná rozlišení nejsou „špatná“ absolutně, ale pouze v případě, že u nich zůstaneme, tj. neuchopíme je jako dva nesa-

---

Nakladatelství ČSAV, Praha 1963. Nový český překlad části viz níže, týž, „Paradoxny nekonečna“, s. 247–275.

<sup>9</sup> Cantor, G., „Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten“, c. d.

<sup>10</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 164.



mostatné *momenty* (našeho vysvětlení) jednoho světa, v němž ko-existují a v němž má konečnost „na sobě“ (*an ihr*), a nikoli „mimo sebe“ (*außer sich*) znaky nekonečnosti, stejně jako jsou to vždy naše nedokonalá jednání, nikoli abstraktní předpisy či zásvětní jsoucna, co nese znaky spravedlnosti, v níž lze nakonec doufat právě a jen na tomto světě. Je si tedy třeba uvědomit, že

[*n*]edokonaná reflexe má obě určení pravého nekonečna – protiklad konečného a nekonečného a *jednotu* konečného a nekonečného – zcela před sebou, ale nepřivádí *obě myšlenky k sobě* [...].<sup>11</sup>

K dokonání reflexe je podle Hegelova obecného rozvrhu třeba udělat další dialektický krok, v němž dojde skrze druhou negaci k sjednocení obou momentů, v našem případě tedy konečnosti a ne-konečnosti, v určení pravého nekonečna coby konečna, které se po zakotvení svého vztahu v jiném, ve svém popření a jeho následném zvnitřnění vrátilo *zpátky k sobě*. Tyto výkladové kroky je přitom nutné chápat transcendentálně, jako konstitutivní podmínky skutečnosti, nikoli jako její prvky. Platí tudíž, že

[o]dpověď na otázku, *jak se nekonečno stane konečným*, je tedy ta, že *neexistuje* žádné nekonečno, které je *nejprve* nekonečné, aby se teprve pak mohlo stát konečným, aby mohlo vyjít ke konečnosti, nýbrž je pro sebe samo již zrovna tak konečné jako nekonečné.<sup>12</sup>

Ač ještě vzdáleny úplné jasnosti a průhlednosti naše poznámky snad dostatečně naznačují, (5) proč má – v pátém plánu – obecnou hodnotu zabývat se i pojmem nekonečna v matematice, v níž se – coby v explicitní tematizaci a reflexi pojmových předpokladů našich pokusů o *kvantifikaci*, měření a počítání zkušenostního světa – objevuje

---

<sup>11</sup> Tamt., s. 166.

<sup>12</sup> Tamt., s. 170.

zvláště jasně a zřetelně a v tomto ohledu představuje jeho přirozenou doménu.

Tento sborník tak plánovitě – počínaje už zvoleným názvem – činí na pozadí Hegelových poznámek o špatném nekonečnu, které chápeme jako výkladový svorník mezi tradičním *nekonečnem filosofů*, protežujícími jeho potenciální, *regulativní kvalitu*, a nekonečnem matematiků, kteří z něho v podobě kvanta činí *explicitní objekt* svých zkoumání. Výběr se v základu, jenž byl naznačen v předchozích řádcích, zaměřuje na klasické problémy nekonečna, jak se paradigmaticky objevují v antinomiích Zénónových a Kantových, se zaměřením na jejich další matematické upřesnění, zejména v kontextu prvotních potíží, do nichž se dostal Newtonův a Leibnizův kalkul ve využití pojmu nekonečně malého. Obecně sdílené přesvědčení, že je to reformovaná matematická analýza Cauchyho a Weierstrassova, případně Cantorova teorie množin, co uvedlo původní konceptuální chaos v trvalý klid, se na pozadí Hegelových analýz a dalších zde shromážděných textů ukazuje jako naivní. Nejde přitom ani tak o to, že se jak v teorii množin, tak v nově vzniklé matematické logice, které měly dát novým matematickým teoriím ještě pevnější základy, původní antinomie objevily s novou silou, ale že pro svoji formu vědecké teorie nejsou vůbec kompetentní, aby problém, jako je ten nekonečna, adekvátně řešily. Jejich deskriptivní, statická povaha, tj. modus „o sobě“, v němž se pohybují, je naopak nutí k tomu, aby podobné otázky vytěsňovaly do zdánlivě přirozených předpokladů, ať už jsou jimi předpoklady bezprostřední a věčné existence matematických entit, přímočaré možnosti jejich pojmenování, tj. jednoduchého vztahu k jazyku a našim možnostem pojmotvorby nebo ke smyslovosti jako takové, v nichž chybí již zmíněné prvky reflexe a vývoje, který je jejím projevem. Například tvrzení, že věta jako

$$7 + 5 = 12$$

platila již předtím, než se první člověk objevil na Zemi, a je tedy v tomto smyslu věčná, je vlastně jen jiným výrazem špatné nekonečnosti vzešlé z negace určení jako

v úterý 13. 5. 2013 platilo, že  $7 + 5 = 12$ ,

která nejsou ani tak nepravdivá, jako zbytečná ve vztahu ke kvantitativním určením, u nichž v obecnosti nehraje roli, *kdy* je provedeme.

Hegelova logika nám zde každopádně poskytuje bohatý pojmový aparát, díky němuž – nikoli navzdory ale právě pro jeho obtížnost a neprůhlednost, které mají za cíl odstranit i ty zdánlivě nejsamozřejmější předpoklady a předsudky deskriptivní mluvy – lze vnést po jistém interpretačním úsilí jasno do tradičních sporů ohledně aktuální a potenciální podoby nekonečna, které v moderní době znovu ožily díky logicko-axiomatickým a teoreticko-množinovým pokusům o základy matematiky na jedné straně a jejich konstruktivistickým kritikům na straně druhé. Vedle nich stojí počiny, které se, jako ten Bergsonův, Jamesův či Peircův, snaží pojem nekonečna a s ním související rozlišení typu spojitosti či pohybu promyslet po Hegelově vzoru v širším problematickém celku, jehož je matematika jen jednou z nikoli nejvýznamnějších, ale přinejmenším nepřehlednějších částí, se všemi klady a zápory, které to s sebou nese.

Ve zbytku úvodního textu se pokusím pro čtenářovo pohodlí, ale zároveň i jako jakousi interpretační výzvu, vyzdvihnout některé podstatné momenty této diskuse na pozadí (části) pojmového aparátu, který Hegelova logika nabízí. Podstatné je, že zde nejde primárně o *exegezi* Hegelova spisu, ale o výklad obecného problému *pomocí* Hegelova spisu, což jsou dvě z hermeneutického hlediska odlišné věci.

## 1. Od kvalitativního ke kvantitativnímu nekonečnu

O tom, co je, o bytí (*Sein*), rozhodujeme vždy pomocí jistých rozlišení, kvalitativních diferencí, zprvu v jednoduché deiktické formě „toto (je) *A*“, spočívající v tažení pomyslné hranice, kterou se *A* v rámci původního, zatím nediferencovaného fenomenálního prostoru (*Breite des Daseins*), např. akustických kvalit, vymezuje vůči tomu, co *A* není (*Nichts*), tedy ustanovuje se – skrze příslušnou negaci, popření původní nerozlišenosti – ve vztahu k druhému. Slyšet určitý zvuk znamená odlišit ho od ticha a vůči ostatním zvukům, obecně tedy:

Kvalita, tak, aby platila rozlišeně jako *jsoucí*, je *realita*; je zatížena popřením, *negací* vůbec, což je rovněž kvalita, která však platí za nedostatek, určuje se dále jako hranice, mez.<sup>13</sup>

V tomto smyslu také užívá Hegel Spinozovu devízu „*omnis determinatio est negatio*“,<sup>14</sup> jež se uplatní i v dalších dialektických fázích „ontologické“ konstituce, kdy, vyjádřeno zvláště emfaticky, „individuum je vztahem k sobě tím, že klade jiným hranice; ale tyto hranice jsou tudíž také hranicemi sebe sama, vztahy k jinému, individuum nemá svou existenci [*Dasein*] v sobě samém“. <sup>15</sup> Kvalitativní určení jsou dále rozvíjena v soudech typu

(1) toto je *A* a také *B*, ale není to *C*

a

(2) toto je *A*, toto je také *A*, toto není *A*,

v nichž jsou bytí a nebytí *A* jednocena v totalitě relativně stabilního, určitého objektu našeho vnímání, *bytí-zde*, jeho existence (*Dasein*). K tomu dochází *překonáním a pozdvižením* (*Aufhebung*) základního rozporu, jak ho známým způsobem artikulují tzv. *paradoxy analýzy* (jak může být *A* nějaké jiné *B*, jak to požadují vysvětlení, analýzy slov, tj. konkrétně slova *A* ve větě „*A* je *B*“?) a paradoxy pohybu a změny (jak můžeme o *A* říci, že se mění, když to vlastně znamená, že to není *A*, jak to ukazují věty jako „*A* se rozbil“ či „*A* zemřel“?), v rámci kategorie „stávání se“ (*Werden*) coby jednoty bytí a nicoty.<sup>16</sup> Řečeno na příkladech: To, co je konkrétní kočka, je dáno

(1) dalšími aspekty kočkovitosti, jako je chlupatost, čtyřnohost a ne-štěkavost,

a také

<sup>13</sup> Tamt., s. 118.

<sup>14</sup> Tamt., s. 121. Spinozův originál zní ovšem pouze „*determinatio negatio est*“, viz Spinoza, B., *Epistola L*, in: týž, *Opera*, C. Gebhardt (ed.), Carl Winter Verlag, Heidelberg 1925, sv. 4.

<sup>15</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 121.

<sup>16</sup> Tamt., s. 113.

- (2) jednotlivými příklady a protipříklady koček, jako je  
 (proto)Micka, (proto)Mourek, (proto)Mikeš, (proto)Alík,  
 (proto)Azor, (proto)Asta atd.

Sled těchto určení není nikdy definitivně omezen, a v tomto smyslu je *ne-konečný*: mohu vždy uvádět další příklady koček, od domácích po exotické, stejně jako mohu na dané kočce odkrývat nové aspekty kočkovitosti. Popření toho, že by k danému určení bylo fakticky zapotřebí prostého, (špatně) nekonečného množství takovýchto rozlišení, spočívá právě v eliminaci rozporu uvedené řady, což vede ke konečnému bytí-zde, jež má svou pravou nekonečnost *na sobě*, ve smyslu neomezené aplikovatelnosti rozlišení *A* v daném fenomenálním prostoru, a nikoli *mimo sebe*, v možnosti dalšího rozvoje toho, co *A* znamená. Při dané aplikaci již totiž není *A* dále rozvíjeno, je v nějakém smyslu opět bezprostřední, „o sobě“ danou nutností, tedy souborem intersubjektivních kritérií toho, zda aplikace *A* „sedí“, koresponduje, či ne, tj. zda se jedná o aplikaci správnou (pravdivou), či nesprávnou (nepravdivou). Takto lze vpsledku rozumět větě:

Nekonečno je negace negace, to souhlasné, *bytí*, které se znovuobnovilo z omezenosti. Nekonečno *je*, a to v intenzivním smyslu coby první bezprostřední bytí; je to pravé bytí, povstání z hranice.<sup>17</sup>

Bezprostřednost daného nekonečna, jež Hegel nazývá *nekonečnem kvalitativním*, a tím i příslušného bytí-zde spočívá v tom, že k jeho konstituci, rozuměj k osvojení si konkrétních významů či použití slov, nedocházíme zpravidla reflexivně, autonomním rozhodnutím, ale jsme k němu nejprve nuceně vycvičení. Odtud také pramení známé iluze dětí, které jsou přesvědčeny, že se jazyk nenaučily, ale vždy ho uměly, tj. byl jim ve své identitě – vztahu k sobě – bezprostředně dán, ačkoli k jeho ustanovení došlo až *prostřednictvím* druhých lidí, skrze něž se ostatně – jak Hegel později vysvětluje v sociálním ukot-

---

<sup>17</sup> Tamt., s. 150.

vení své filosofické koncepce – teprve konstituuje koncept individuality. K uvědomění si zprostředkovanosti jazykových zdatností již na úrovni zdánlivě bezprostředního bytí-zde dochází také analýzou jeho vztahu k ostatním diferencím a jsoucům, tedy toho, že něco je *A* vždy teprve z kontrastu vůči nějakému *B* a *pro* (*für*) nějaké *B*. Z popření této první negace, jež začíná tažením hranic v prelingvistickém fenomenálním prostoru, dochází k vlastní konstituci *A* skrze jeho vztah k druhým, tj. k ustanovení jeho identity (sebevztazného „se“, *sich*) nikoli jen „o sobě“, ale „pro sebe“ (*für sich*). Jsou-li např. v akustickém prostoru tóny „o sobě“ dány (z vědeckého hlediska) jednoduše svou absolutní frekvencí, je *falešný tón A* coby výraz rozporu z klade ní *A*, které zároveň není *A*, až výsledkem pozdvižení, které vyrostlo ze vztahu vůči ostatním dobře rozlišeným tónům nějaké, např. naší západní škály. Je zřejmé, že něco jako falešný tón „o sobě“ v jistém smyslu nemůže vůbec existovat.

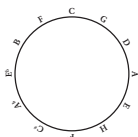
Vedle psychologických konotací, např. v uvažování relativity a kontrastivní hodnoty emocí, má pojmová geneze sebe-vztahu čitelný biologický a zároveň sociálně moderovaný protějšek: Bylo ukázáno, že od jistého roku věku je spojitý pohyb v akustickém prostoru vnímán diskrétně, jako *kvalitativní* skok mezi, řekněme, zvýšenou velkou tercií a sníženou kvartou, což má zjevný původ v postupném osvojení si jistých kulturně podmíněných schémat hudební organizace, primárně tedy rozdělení hudebních zvuků do diskrétní škály, na základě níž jsou jisté akustické kvality chápány jako pro daný účel shodné (mysleme jak na stejnou výšku nebo barvu odlišných zvukových událostí nebo na rozdělení zvukového kontinua do ekvivalenčních tříd skrze oktavový krok) a ustanovuje se příslušné *bytí-pro-sebe* daného tónu (*Für-sich-sein*), a jiné tóny naopak jako vůči němu odlišné, tvořící jeho *bytí-pro-jiné* (*Für-anderes-sein*). Na tomto konkrétním příkladu vidíme názorně Hegelem popisovaný přechod od *bezprostřednosti* skrze nějaké *médium* zpět k *zprostředkované bezprostřednosti* určení, které v sobě spojuje jak smyslovou samozřejmost a jedinečnost bytí-zde, tak jeho racionální, např. strukturální umístění v síti dalších, teoreticky a společensky podmíněných vztahů, a zakládá tak *bytí-o-sobě-a-pro-sebe* (*An-und-für-sich-sein*). Hudební škála, odvozená třeba z tzv. kvintového kruhu, vzata o sobě např. reprezentuje prázdné schéma, médium,

které negarantuje estetickou zkušenost v celé její šíři, jak o to usilují různá konceptualistická hnutí, stejně jako tuto zkušenost nelze zakotvit v nepoučené, bezprostřední zkušenosti pouhého souzvuku (v otázkách přirozené konsonance a disonance) či „líbení se“ na bázi



tón A (440 Hz)

bezprostřednost



kvintový kruh

zprostředkování



„falešný“ tón (442 Hz)

zprostředkovaná  
bezprostřednost

konvenčně dané bezprostřednosti jistých mód a trendů. Úhrnem vzato vychází plnohodnotná hudební zkušenost, a obecně tedy zkušenost vůbec, ze zkušenosti smyslové, v daném případě z fenomenálního prostoru tónů, aby se k ní opět vrátila poučena např. médii hudební teorie a praxe v jejich širším, historickém zakotvení.<sup>18</sup>

Hegel tento proces (onto)logické (re)konstituce skutečnosti dále artikuluje ve fyzikalistickém slovníku sil *odpudivosti* (*Repulsion*) a *přitažlivosti* (*Attraktion*), jež lze chápat jako názorné kategorizace obecných logických vztahů rozvíjení jistého určení skrze (1) prvotní negaci, vedení jistých rozdílů *A*, *B*, *C* atd. např. v oblasti jednoduchých vizuálních či akustických fenoménů, a (2) jejich druhou negaci ve smyslu zhodnocení, že jsou některé z nich z jistého obecnějšího hlediska, např. z hlediska praktického, stejně platné, lhostejné (*gleich-gültig*). Tím dospívá k identitě nějakého objektu, kdy identita je chápána jako dvojí negace, tj. *popření jistých popření*, toho, že *A* není *B*, a to

<sup>18</sup> K zprostředkovanosti hudební zkušenosti viz např. má stať Kolman, V., „Models and Perspicuous Representations“, in: Rödl, S. – Tegtmeier, H. (eds.), *Sinnkritisches Philosophieren*, de Gruyter, Berlin 2012, s. 185–212.

z odlišení onoho objektu vůči takto definovaným objektům jiným. Zvukové jevy *A* a *B* lišící se časem a místem výskytu a způsobem produkce můžeme *atrahovat* jako výskyty *téhož* tónu ve smyslu téže či blízké frekvence nebo v silnějším smyslu vztahů oktávového kruhu, založených na lhostejnosti tónů, které mají frekvence v poměru  $2^n:1$ , tj. vztahů interkulturně pociťované oktávové identity. Hovoříme-li např. o *melodii*, kterou někdo zpíval, zpravidla nás nezajímá absolutní výška užitých tónů, ale právě jejich vztahy navzájem, tj. jsou nám z jejího hlediska lhostejné všechny hudební události, v nichž jsou zachovány, ačkoli způsob produkce může být různý. Zároveň ale, na rozdíl třeba od identity jistého souzvuku, nedokážeme zpravidla rozpoznat tentýž melodický vzorec *při záměně* některých tónů za jejich oktávové ekvivalenty, tj. oktávová spřízněnost je v obecnosti lhostejností jen vůči vertikálním (harmonickým), nikoli horizontálním (melodickým) vztahům.<sup>19</sup> Podobně hovoříme-li o osobě ve fyzickém smyslu, je nám kromě růzností v oblečení, účesu či spojitých biologických obměnách lhostejná i kontinuita duševní, projevující se např. (in)koherencí názorů, která nás ale bude – např. při rozštěpu osobnosti – zajímat v ohledech právních či sociálních. V tomto smyslu se také liší bytí-pro-sebe a bytí-pro-jiné daného výskytového fenoménu, např. právnických a fyzických osob, tónů v dané skladbě nebo knih ve smyslu výtisků a titulů, kdy teprve v druhém ohledu je kniha nadepsaná *War and Peace* lhostejná vůči knize *Vojna a mír*.

Odpudivost a přitažlivost jsou tedy evidentně logické síly, nikoli síly fyzikální, uplatňující se napříč obory a jejich diferencemi. Jejich prosté, nedialektické chápání vede k nerozvinutým ontologickým koncepcím, jako je třeba *fyzikální atomismus*, kde odpudivost zaujala pozici prázdného prostoru, v němž jsou atomy atrahovány přitažlivostí coby reálně existující silou, jak se to děje ještě v Newtonově fyzice nebo v Hobbesově *atomismu společenském*, v němž přitažlivost přistupuje k sociálním atomům zvnějšku, v podobě společenské smlouvy, což je naivní právě proto, že přijetí smlouvy již předpokládá

<sup>19</sup> Viz Deutsch, D., „Octave Generalization and Tune Recognition“, *Perception and Psychophysics* 11, 1972, s. 411–412.



její respektování.<sup>20</sup> Chyba takovýchto (re)konstrukcí spočívá v tom, že „odpudivost a přitažlivost bez dalšího postulují a nededukují“,<sup>21</sup> tj. nechápou je jako výkladové momenty předpokládané skutečnosti – fyzikálně popsatelného světa a existujícího společenského řádu –, k nimž je coby k *podmínkám možnosti* oné skutečnosti třeba dojít transcendentální dedukcí, ale jako výskytová určení v rámci skutečnosti samé. Výše uvedené příklady přitom ukazují, že to, k čemu v procesu konstituce bytí-pro-sebe skrze odpudivost a přitažlivost prvotních kvalitativních diferencí dochází, je individuace, *diskretizace* bytí, kterou Hegel opisuje termíny proměny *kvality v kvantitu*:

Kvalitativní určitost, která v jednom dosáhla své určitosti o sobě a pro sebe, přešla tímto v určitost *jakožto překonanou*, tj. v bytí jako *kvantitu*.<sup>22</sup>

Poté, co jsou jistá původní určení skrze jejich lhostejnost překonána jako totožná, např. když v akustickém prostoru reflektujeme na lhostejnost absolutní výšky nějakých diferencovaných tónů či jejich lhostejné postavení v oktávovém kruhu, lze jednoduše kvantifikovat, kolik různých tónů má např. jistá skladba, řekněme, kolik tónů *C* oproti *D*, kolik *C*<sup>1</sup> (první oktávy) oproti *C*<sup>2</sup> (druhé oktávy) či kolik výskytů *C*<sup>1</sup> oproti výskytům *D*<sup>2</sup> apod. Odpovědět ale, kolik je v daném místě různých zvuků, stejně jako kolik je tam červených věcí, je čirá nemožnost, neboť příslušný abstraktivní proces od daných odlišností proveden nebyl. Na rozdíl od extenzionálních teorií, které, jako formální sémantika, považují *kvantitativní* určení za základní a *kvalitativní* se snaží modelovat na nich, např. jako množiny předmětů dané vlastnosti, je si Hegel, později třeba s Fregem a jeho vazbou množin (resp. průběhů hodnot) na pojmy, vědom provázanosti obou diferencních typů, konkrétně toho, v jakém smyslu je od původních kvalitativních určení odhlédnuto:

<sup>20</sup> Viz Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse I*, Suhrkamp, Frankfurt am Main 1986, s. 206–207.

<sup>21</sup> Tamt., s. 208.

<sup>22</sup> Tamt., s. 206.

Tato překonaná kvalita není však ani abstraktní nic, ani abstraktní a neurčené bytí, nýbrž bytí, které je vůči určitosti lhostejné, a tento tvar bytí je tím, co v našich obvyklých představách vystupuje jako *kvantita*.<sup>23</sup>

To vysvětluje, proč jsou kvalitativní a kvantitativní určení (hranice) závislá, tedy i proč může *kvantita přejít zase zpět v kvalitu*,<sup>24</sup> jak to Hegel diskutuje v souvislosti s paradoxem hromady (*sorités*), v němž např. jisté množství vlasů ovlivní kvalifikaci hlavy jako plešaté, ačkoli samostatně tuto vlastnost kvantifikovat nelze, stejně jako může mít množství obyvatel státu vliv na typ ústavy, která ovšem explicitně s kvantem občanů, na něž se kvalifikuje, nepočítá.<sup>25</sup> Stejná situace nastává např. ve vyjasnění kritérií toho, kdy je lhostejnost nějakých rozlišení, např. ve vymezení identity člověka, ještě případná, když třeba nevádí průběžná výměna jednotlivých buněk či orgánů, totální změna či změna jistých „esenciálních“ částí, např. buněk mozkových, již ale ano, jak to významně diskutuje paradox Théseovy lodi, jenž se zabývá situací, v níž byla postupně, plaňku po plaňce, jedna loď přestavěna a z vyměněného materiálu postavena loď nová, a vzniká tak otázka, která z těchto dvou lodí, pokud vůbec nějaká, je identická s tou původní.

Vztah kvantitativního určení kvality se významně tematizuje v rozdílu *intenzivní a extenzivní veličiny*, kdy ta první představuje modus, v němž jsou kvantifikována původně nediskrétní členění tak, že jsou jim připisovány určité stupně větší či menší intenzity vůči konvenčně stanovené jednotce (*Grad*).<sup>26</sup> Tento pohyb je ovšem symetrický, jak vysvítá ze vztahu kvality a kvantity, resp. uskutečňování kvantitativně odlišitelného bytí z popření odlišnosti jistých kvalit, a vice versa. Úhrnně tedy platí, že pod označením „kvantita“ je traktován způsob řeči, v němž došlo k abstrakci (překonání a pozdvižení) jis-

<sup>23</sup> Tamt., s. 208–209.

<sup>24</sup> Tamt., s. 226.

<sup>25</sup> Tamt., s. 227.

<sup>26</sup> Viz Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 254.

tých kvalitativních diferencí, takže, a to je zvláště důležité, při určité výpovědi nezáleží na tom, zda je aplikovatelná právě užitá kvalita, ale že je jí vymezena jistá skupina objektů, která by v principu mohla být vymezena i jinak:

*Kvantita* je čisté bytí, na němž určitost nevystupuje jako totožná s bytím samým, nýbrž jako *pozdvížená* či *lhostejná*.<sup>27</sup>

V tomto smyslu je kvantitativní řeč odpovědná za prvotní oddělení *substance* a *akcidentu*, tak jak je zachyceno ve větě „*S* je *P*“, a tím i vnímání světa, resp. světů jako oborů diskrétních, ve své identitě odlišných předmětů a na nich exemplifikovaných vlastností. V souladu s Kantovou tabulkou kategorií soudů je ostatně právě soud typu

(toto) *S* je *P*

prominentním případem kvantitativního určení, pokud v něm hovoříme o konkrétním, na daném kvalitativním určení *P* nezávislém (lhostejném) objektu *S*. Tradiční rozlišení obsahu a rozsahu výrazu, později přetavené do rozdílu intenze a extenze, je pouhým zobecněním tohoto základního pozorování, v němž např. říkáme, že zatímco mají výrazy jako „člověk“ a „neopeřený dvojnožec“ stejnou *extenzi*, tj. vymezují stejnou skupinu předmětů, liší se ve své *intenzi*, tj. ve způsobu, jakým je tato skupina kvalitativně vymezena, v důsledku čehož je příslušná kvantita vůči uvedeným kvalitám lhostejná.

Sledujeme-li dále Kantovu kategorizaci soudů, lze kvantitativní určení rozvinout v obrazech jako „některé *A* je *B*“ či „každé *A* je *B*“, v nichž se popisuje rozsah kvalitativního určení *B* vzhledem ke kvantitativně určené bázi *A*. Dalším krokem této explikace, upřesnění kvantity, jsou výroky jako „na louce je 5 stromů“ či „strana stolu měří 5,6 cm“, v nichž se bytí-zde připsuje jistá konkrétní extenze neboli veličina. Tradiční členění veličin zahrnuje přitom veličiny *dis-*

<sup>27</sup> Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse I*, c. d., s. 209.

*krétní* a *spojité*, z nichž ty první (např. množiny) *se počítají*, ty druhé (délky, objemy, doby) *se měří*.

Podle Hegela je původ tohoto dělení, tedy možnost a souvislost obou zmíněných praxí, nutné hledat v ustanovení bytí-pro-sebe, které je ve své identitě, zjednané odpudivostí a přitažlivostí kvalitativních reprezentací, popsáno právě skrze svůj vztah k současně ustanovovanému jinému, tj. vystupuje fakticky jako jednota *bytí-mimo-sebe* (*Außer-sich-sein*) se sebou samým.<sup>28</sup> Skrze tuto přítomnost *jiného* v *každé* z věcí a *každé* věci v *jiném* (např. všech tónů v tónu *A*, který je teprve vůči nim všem falešný, a tónu *A* v každém jiném tónu), která je zajištěna přitažlivostí původních kvalitativních rozlišení, je v každém předmětu obsažena *spojitost* s ostatními předměty, zatímco *odpudivost* zakládá moment diskrétnosti. Hegelovými slovy:

Spojitost je rovnost-sobě-samému, avšak mnohého, které ale nedospělo k vyloučení; odpudivost zprvu roztahuje rovnost-sobě-samému v kontinuitu. [...] Kvantita je jednota těchto momentů, kontinuity a diskrétnosti, ale je jí nejprve ve *formě* jednoho z těže jednoty, *kontinuity*, coby výsledek dialektiky bytí-pro-sebe, které se ocitlo ve formě sobě-rovné bezprostřednosti. Kvantita je jako taková tento jednoduchý výsledek, pokud nejsou jeho momenty ještě rozvinuty a na něm kladeny.<sup>29</sup>

Kantovy antinomie, speciálně antinomie druhá, která se týká *složenosti* či naopak *jednoduchosti* substance, tj. naší tendence předpokládat, že existují *nejmenší* části světa, atomy, a zároveň že lze každou věc *dále dělit*, stavějí podle Hegela<sup>30</sup> právě na tomto dvojím aspektu skutečnosti, která je s ohledem na svůj původ v dvojím popření sporná z povahy věci, tj. je marné dokazovat strany tohoto sporu jednotlivě,

<sup>28</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 212–213.

<sup>29</sup> Tamt., s. 212.

<sup>30</sup> Tamt., s. 216 nn. a s. 271 nn., viz níže přeložené pasáže, v nichž je probírána Kantova první antinomie.

a navíc apagogicky, nepřímou, jak to činí Kant v *Kritice*, neboť tento důkaz jen fakticky zopakuje to, co předpokládá, totiž že má každé určení nějakou hranici (aspekt diskrétnosti) a že lze tuto hranici dále překonat (aspekt spojitosti):

Vzato podle pouhé *diskrétnosti* jsou substance, hmota, prostor, čas atd. zcela dělené; jedno je princip. Podle *kontinuity* je toto jedno pouze pozdvižené; dělení zůstává dělitelnost, zůstává *možnost* dělit, jako možnost, aniž by skutečně došlo na atomy.<sup>31</sup>

Z Hegelova pohledu se Kant stejně jako před ním Aristotelés u těchto aspektů jednoduše zastavil, aniž se pokusil o jejich usmíření, syntézu, což ovšem vyžaduje přijetí sporu jako konstitutivního principu. Ten je činný i v dalším rozvoji obou momentů kvantity, tj. formy kvantitativních rozlišení, do pojmu kvanta, jenž byl popsán jako „bytí-zde kvantity“ či „kvantity s určitostí nebo hranicí“.<sup>32</sup>

Porovnáme-li přitom věty „tyto stromy jsou zelené“ a „těchto stromů je 5“ coby případy schématu „S je P“, vidíme, že se druhý typ od prvního liší tím, že predikát „5“ na rozdíl od přípisu „zelený“ není užíván *distributivně*, tj. nenáleží jednotlivým individuí vymezeným subjektem S, ale kvantifikuje jejich *celek*, podobně jako to dělaly věty „některé S je P“, ovšem přesnějším způsobem, jímž vůči zvolené jednotce 1 stromu nestanovujeme jen to, že nějaká, tj. alespoň jedna, je (zelená), ale že je jich právě pět. Totéž lze říci o větě jako „tato hrana je dlouhá 5,64 m“, kde je jednotkou pařížský etalon, případně jeho dostatečně vhodná kopie. Výsledkem je vždy tzv. *pojmenované číslo* coby moment jistých praktických návodů, jak cosi spočítat či změřit nezávisle na dané situaci, jak je známe z egyptských početních úloh. Jejich specifikem je přitom nedostatek obecnosti, jenž vede k různým výsledkům u typově stejných úloh a nevykazuje snahu po jejich teoretickém zdůvodnění. V tomto ohledu bylo dokonalého roz-

---

<sup>31</sup> Tamt., s. 225.

<sup>32</sup> Tamt., s. 231.

vinutí kvantitativního určení dosaženo až v řecké matematice, v níž se číslo stalo „dokonalou určitostí“ kvanta,<sup>33</sup> eliminací všech jiných než kvantitativních vztahů daných vztahem čísla k abstraktní jednotce:

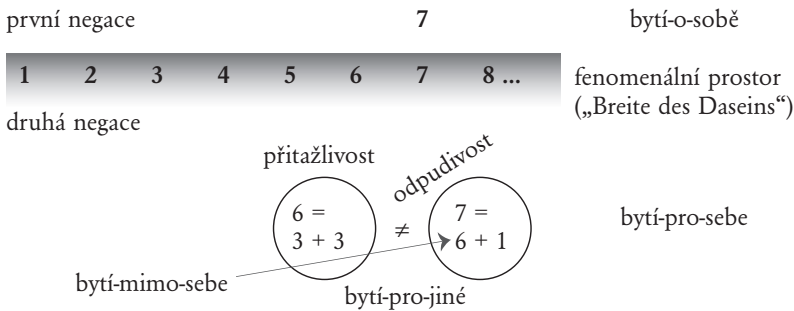
Kvantum, v těchto určeních úplně kladené, je *číslem*. Úplné kladení spočívá v existenci [*Dasein*] hranice coby *mnohosti*, a tím v jejím odlišení od jednotky. Číslo se proto jeví jako diskrétní veličina, ale na jednotce má také svoji kontinuitu. Je proto také kvantem v dokonalé *určitosti*, protože je v ní hranice jako určitá *mnohost*, která má za svůj princip jedno, to zcela určené. Kontinuita, v níž je jedno pouze *o sobě*, jako pozdvižené – kladeno jako jednotka –, je forma neurčitosti.<sup>34</sup>

Na jazykové úrovni lze v této souvislosti pozorovat přechod od vět, v nichž jsou kvanta *součástí* jistých určení, k situaci, v níž jsou sama *předměty*, jako třeba v soudu „5 je prvočíslo“ či „každé prvočíslo je liché“. V matematickém kontextu můžeme takto hovořit o *čistých kvantech*, na rozdíl od konkrétních výsledků měření (*Maß*), jejichž jsou, jak říká Hegel, tato kvanta *exponenty*. *Jednota diskrétního a spojitěho*, jak byla potvrzena v konstituci bytí-pro-sebe, se opakuje i v pojmu *kvanta*, které je, jak jsme zdůraznili, destilátem kvantitativního určení skutečnosti, a dále spočívá ve vědomí *relativnosti*, libovůle při tažení kvalitativních hranic, tj. ustanovování jednoho (předmětu), které může být dále překonáváno. *Kontinuita* je pak výrazem toho, že i překonaná jednota se skrze nově ustanovenou hranici stává opět jednotou, čemuž v kvantitativním modu odpovídá měření veličin ve vztahu k veličině jednotkové, které vede k potřebě tuto jednotkovou veličinu dělit na nějaký, konvenčně zvolený počet částí (typicky deset nebo dvě), tj. k vytvoření nové jednotky atd. Výsledkem jsou pojmy *racionálního* a *reálného čísla* (např. v dekadickém či binárním zápisu).

<sup>33</sup> Tamt.

<sup>34</sup> Tamt., s. 232.

V konstituci čísla jsou takto rekapitulovány v čisté podobě logické momenty konstituce bytí-pro-sebe, jak jsme je popsali výše. V základu je zde opět schopnost činit jisté kvalitativní difference, odlišující od sebe v rámci daného fenomenálního prostoru např. artefakty jako 1, II, XL, 3, 4 + 4,  $3^{5-2}$  apod. Utváření číselné řady 1, 2, 3, 4, ... elementárně reprezentuje proces vytyčování určité hranice a jejího překonávání směrem k tomu, co je za hranicí a co ohraničenou věc spoluurčuje, a jako takové představuje *kvantitativní nekonečno* v jeho prosté, „špatné“ formě, vznikající z pouhé *negace konečnosti, omezenosti* nějakého určení, v tomto případě konečného úseku dané řady, kterou lze protahovat *ad nauseam* dále nespecifikovaným způsobem. Právě nekonečno vznikne ve chvíli, kdy od prostého kladení rozdílů „o sobě“ dospějeme ke kvantitativně členěnému oboru předmětů; tento přechod je zde reprezentován přechodem od konvenčně zvolených, a proto libovolně diferencovaných číslovek (kvalitativních reprezentací) k číslům coby výsledkům jistých nerozlišení (uskupení těchto reprezentací do ekvivalenčních tříd, tříd lhostejnosti). Teprve stanovením jistých vztahů coby lhostejných, např. mezi 4 + 3, 8 – 1, 5 + 2 ... atd., a nikoli mezi 7 a 5 + 1, jak se je člověk učí rozeznat na základní škole, dospějeme – skrze jejich explikaci v rovnostech (popřeních popření) a nerovnos-



tech (potvrzeníh popření) – k *bytí-pro-sebe* ( $6 = 3 + 3$ ) a *bytí-pro-jiné* ( $6 \neq 4 + 1$ ) ve specifickém oboru čistých kvant reprezentovaných čísly 1, 2, 3, 4, ... Tato kvanta jsou co do svého celku jednoznačně popsána, jsou zřetelně odlišná, a z této odlišnosti tedy určená ve své identitě, která zahrnuje skrze „lhostejnosti“, jako  $6 = 3 + 3 = 7 - 1 = 10 - 4$

atd., vztah ke *všem* prvkům oboru, tj. jsou co do své individuální konstituce rovněž *nekonečná*. Nekonečno v obou těchto propojených formách – tj. jak v nekonečné řadě, tak v čísle samém – je nekonečno pravé, reflektované skrze konečný předpis, jenž jednak generuje příslušnou řadu, jednak specifikuje, které číslovky jsou z aritmetického hlediska vzájemně lhostejné. Tento předpis, zde skrytý za číslovkou coby znakem nějakého čísla, má tuto nekonečnost „na sobě“, na rozdíl od číslovky coby artefaktu, jenž má nekonečnost pouze „mimo sebe“ coby jedno z řady možných, dále rozvinutelných kvalitativních rozlišení, potenciálních reprezentací téhož objektu.

## 2. Nekonečně malé

Části Hegelovy *Logiky*, jejichž překlad lze nalézt níže, jsou z oddílu věnovaného „kvantitativní nekonečnosti“, již rozumíme problémy spjaté s nekonečností v oblasti *čistého kvanta*, jež je v jurisdikci teoretické matematiky. Jelikož výkladu Hegelovy filosofie matematiky se v kontextu uvedených pasáží podrobně věnuje Stekeler-Weithoferova studie, jejíž překlad zařazujeme níže,<sup>35</sup> omezíme se nyní jen na stručné rozvinutí předchozích poznámek, tak abychom Hegelovy úvahy vsadili do celkových souvislostí jeho logického projektu a umožnili zjednat jejich vztah k problematice řešené v ostatních textech sborníku. I v oblasti čistého kvanta přitom platí, že „nekonečnost“ není primárně ontologickou, ale transcendentální kvalifikací:

nekonečno je potvrzením, nikoliv však potvrzením bezprostředním, ale jen znovuustaveným reflexí jiného do sebe sama znovuustavenou, a tedy negací negativního.<sup>36</sup>

<sup>35</sup> Stekeler-Weithofer, P., „Philosophie der Mathematik“, in: týž, *Philosophie des Selbstbezuftseins. Hegels System als Formanalyse von Wissen und Autonomie*, Suhrkamp, Frankfurt am Main 2005, kap. 7, s. 240–266. Viz níže, týž, „Hegelova filosofie matematiky“, s. 569–600.

<sup>36</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 291, viz níže.



Nekonečno je tedy nejprve moment, nikoli určení kvanta, a *nekonečné kvantum*, jak bylo v Hegelově době diskutováno v rámci infinitesimálního kalkulu, je z jeho pohledu mimořádně problematické právě proto, že je zprvu jen produktem pouhého popření, nikoli znovuustanovením kvanta coby bytí-pro-sebe. Prostá negace kvanta, k níž mlčky, tj. „o sobě“, dochází v jednoduché (a tedy špatné) řeči o nekonečně malém a velkém, má přitom *kvalitativní* obdobu v rámci tzv. *nekonečných soudů*, které Kant řadí ve své tabulce kategorií pod kategorii kvality. Také ony mají zdánlivě *kladnou* podobu, např. ve větách „duše je nesmrtelná“ či „čísla jsou bezbarvá“, která zastírá, že nejde o určení toho, že jisté *S* spadá na druhou stranu hranice *P*, ale o metajazykové (nekonečné) popření, že by *P* bylo možno na obor, v němž se *S* nachází, vůbec aplikovat. V tomto ohledu je chybou číst dané věty po vzoru soudu „*S* není *P*“, např. „prvočísla nejsou sudá“, protože to evokuje kvalitativní určitost, kterou prosté vyloučení z aplikace nemá. Popřením toho, že čísla jsou zelená, nedáváme jako u nějakého empirického předmětu vědět, že mají nějakou jinou barvu, tj. neznáme jejich (konečná) určení, třeba žlutou nebo červenou, ale s ohledem na indefinitní (špatně nekonečný) rozměr takového vymezení jen zabraňujeme potenciální kategoriální chybě.

V rámci kategorie kvantity nastává podobná situace tehdy, když jsme konfrontováni s potřebou kvantifikovat nějakou veličinu prostřednictvím nekonečně mnoha konečných veličin coby jejich aproximací. Za ní se skrývá již zmíněné dilema, jež plyne z dvojznačné povahy substance, tj. (1) její *jednoduché* podoby, která nachází své vyjádření v klasickém *atomismu*, a z představy, že (2) je *inherentně složená*, tj. nesestává z jednoduchých částí. V prvním případě by byla každá veličina diskrétní a jako taková kvantifikovatelná přirozeným číslem, které by zachycovalo počet atomů příslušného druhu. Fakticky bychom pracovali s poměrem  $\frac{A}{B}$ , kde *A* reprezentuje výsledek měření dané veličiny veličinou *B*, která v uvažovaném případě zastupuje přirozenou ontologickou *jednotku* – atom, a poměr má tedy podobu  $\frac{A}{1}$ , případně *A*, doplněný o kvalitativní určení typu veličiny, tj. např.

3 m, 2 dcl, 5 jablek apod. Zde už ovšem nepracujeme s ontologickou, ale s konvenčně zvolenou jednotkou, což znamená, že  $B$  může být – za předpokladu ontologické souměřitelnosti – nějaké přirozené číslo, primárně zachycující, kolikrát se do něj ve srovnání s  $A$  příslušný ontologický atom vejde.

Jelikož z praktických důvodů nemáme zájem a ani možnost dostávat se při měření až k dále nedělitelným částem hmoty, zajímá nás obecná souměřitelnost jen teoreticky, tj. jako předpoklad, že pro dvě dané veličiny  $A$ ,  $B$ , z nichž jedna je konvenčně uchopena jako jednotková, měrná, existuje společná míra, resp. společný dělitel čísel, jímž je – jak předpokládáme –  $A$  a  $B$  možné kvantifikovat. Způsob, jak ho pro dvě veličiny najít, spočívá ve střídavém odčítání té menší (stávající jednotky)  $B$  od té větší  $A$  tolikrát, než zbude veličina  $C$  menší než  $B$ ; ta nyní zaujme dočasnou roli jednotky, proces se opakuje a eventuálně končí u relativní jednotky  $K$ , která se do předchozího členu vejde beze zbytku. Jelikož se posloupnost veličin  $A > B > C \dots$  neustále zmenšuje, je zřejmé, že za předpokladu existence jednoduché substance, kterou v případě přirozených čísel reprezentuje číslo 1, z něhož jsou ostatní složená, proces skončit musí, přičemž poslední člen posloupnosti je právě hledaný největší společný dělitel, resp. společná míra  $K$ . Uvedený postup, včetně tohoto předpokladu, tvoří tzv. *Eukleidův algoritmus* pro hledání největšího společného dělitele, popsany v 7. knize jeho *Základů*.<sup>37</sup>

V situaci, kdy nepracujeme s konkrétní – ontologickou ani konvenčně zvolenou – jednotkou, měrným atomem, a uvažujeme jen jednotky relativní, nás ovšem přestává zajímat i společná míra dvou veličin a zaměřujeme se jen na jejich abstraktní poměr, zachycující např. vztahy částí nějaké geometrické formy, která může být realizo-

---

<sup>37</sup> Eukleidés, *Elementa geometriæ* [= Eukleidés, *Elementa*], in: týž, *Opera omnia I–IX*, J. L. Heiberg – H. Menge – M. Curtze (eds.), Teubner, Leipzig 1883–1916, kniha 7, věta 1, 2; český překlad: týž, *Základy*, přel. F. Servít, Jednota českých matematiků, Praha 1907, nový překlad některých částí in: Šír, Z. (ed.), *Řecké matematické texty*, uspořádal, úvody a poznámkami opatřil Z. Šír, přel. R. Mašek a A. Šmíd, OIKOYMENH, Praha 2011.

vána různě, tj. může být podstatně větší či menší. Je přitom jasné, že k vlastnímu pojmu abstraktního poměru coby čistého kvanta, stejně jako k představě abstraktní geometrické formy dospíváme až skrze negace jistých rozlišení, tedy pomocí procesu, který jsme popsali výše. U výrazů typu  $\frac{A}{B}$ , resp. způsobu, jak je kvantifikovat střídavým odčítáním, tato negace obnáší reflexi uvedeného procesu, v němž kromě konstruované posloupnosti zbytků  $A > B > C > \dots K$  konstruujeme i paralelní posloupnost počtů  $M, N, O, \dots, S$ , zachycujících, kolikrát se daný zbytek vešel do toho předchozího. Pro čísla 32 a 14 takto např. získáváme vedle zbytkové posloupnosti 32, 14, 4, 2 také posloupnost 2, 3, 2, která je identická s obdobnou posloupností pro čísla 16 a 7, ačkoli se její zbytková posloupnost liší, tj. je tvořena čísly 16, 7, 2, 1, a vede tak i k jinému společnému děliteli. Totožnost druhých posloupností, tj. posloupností počtů, je přitom tím, co umožňuje výrazy  $\frac{32}{14}$  a  $\frac{16}{7}$ , a obecně tedy libovolné vztahy  $\frac{A}{B}$  a  $\frac{C}{D}$ , u nichž daná situace nastává, uchopit jako lhotejné, identické, tj. definovat bytí-pro-sebe nového předmětu, jenž je tradičně znám jako *proporce* a v oblasti diskretních veličin vede k pojmu *racionálního čísla*, tedy jistého druhu kvanta, odvozeného z druhu jiného, jenž je vůči němu chápán jako bezprostřední:

Zlomek, jakým je například  $\frac{2}{7}$ , není stejné kvantum jako 1, 2, 3 atd.; jedná se sice o běžné konečné číslo, avšak nikoliv o bezprostřední, jakými jsou celá čísla, ale o číslo zprostředkované *dvěma jinými čísly*, která vůči sobě představují počet a jednotku, přičemž i sama jednotka je určitým počtem. [...] Namísto nich tak mohou být stejně dobře kladena čísla 4 a 14 nebo 6 a 21 atd. do nekonečna. Tím také na sebe začínají brát kvalitativní charakter. [...] Nakolik ale 2 a 7 neplatí co do určitosti za takováto kvanta, je jejich lhotejná hranice překonána; z tohoto hlediska mají na sobě moment nekonečna proto, že již právě nejsou jen sama sebou, zůstává jim ale jejich kvantitativní určitost, i když v podobě o sobě jsoucí kvalitativní určitosti, podle toho, čím jsou v poměru. Na jejich místo může být dosazeno nekonečně mnoho jiných čí-

sel, aniž by se na základě určitosti, které náleží poměr, změnila hodnota zlomku.<sup>38</sup>

Kvalitativní rys vztahu dvou čísel je dán tím, jakým způsobem je z nich vytvořeno nové bytí-pro-sebe, tedy v popisu toho, co činí příslušná původní kvalitativní určení, jež jsou v tomto případě čistými určeními kvanta, lhostejnými. Způsob, který jsme zde uvedli, tedy skrze posloupnost  $M, N, O, \dots, S$  vzniklou ze střídavého odčítání (*anthyphairésis*) na bázi Eukleidova algoritmu, je, jak to obhajoval zejména David Fowler,<sup>39</sup> základem staropýthagorejské definice proporce coby jednoho z prvních dochovaných případů reflexe pojmu existence v Hegelově stylu. V případě poměrů přirozených čísel bychom dnes použili spíše variantu spočívající v položení rovnosti  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  jako  $AD = CB$ , tedy jinou kvalitu, fixující nicméně totéž kvantitativní určení. Nekonečnost spojená s tímto bytím-pro-sebe je tatáž jako v předchozích případech, neboť druhá negace shrnula neomezeně mnoho různých rozlišení, v tomto případě dvojic přirozených čísel, jako lhostejných do čísla jediného. Výraz  $\frac{2}{7}$  takto neznamená přímo uvedenou dvojici kvant, ale „pravdivě“ reprezentuje nekonečnou totalitu původních rozlišení, tj.  $\frac{4}{14}, \frac{6}{21}, \frac{8}{28}, \frac{10}{35}$  atd., jako lhostejných.

Pro řádné uchopení rozdílu *špatného* a *pravého* nekonečna je důležité sledovat Hegelovy úvahy věnované alternativním cestám uchopení poměru dvou celých čísel. Zatímco staropýthagorejský způsob sleduje podstatně teoretickou eleganci, Hegelův způsob vyplývá spíše z praktických potřeb a je nám důvěrně znám z každodenní zkušenosti: Při poměrování veličiny  $A$  veličinou  $B$  je druhá veličina coby jednotka od počátku fixována, tj. nedochází k žádnému střídání, resp. k střídání příslušných zbytků, přičemž v dalších krocích se z této fixované veličiny berou její části získané uniformním dělením na nějaký pevný počet dílů, např. na deset. Výsledkem je pak dekadický, obec-

<sup>38</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 286, viz níže.

<sup>39</sup> Fowler, D., *The Mathematics in Plato's Academy. A New Reconstruction*, 2. vyd., Clarendon Press, Oxford 1999.

ně tedy  $p$ -adický způsob zápisu a zároveň možnost zapsat zlomek jako limitu nekonečně mnoha zlomků v kanonickém tvaru. V případě  $\frac{2}{7}$  je to  $\frac{2}{10}, \frac{28}{100}, \frac{285}{1000}, \frac{2857}{10000}, \frac{28571}{100000} \dots$ , což lze alternativně vyjádřit ve formě nekonečného součtu  $\frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{7}{10000} + \frac{1}{100000} \dots$  či jednoduše a známým způsobem jako 0,28571... Ve výrazu

$$\frac{2}{7} = 0,285714\dots$$

je přitom podle Hegelových vlastních instrukcí zakódován přechod od špatného nekonečna *pravé strany*, kde tři tečky symbolizují *pouhé* pokračování, popření konečnosti řady, bez specifikace, jak má být pokračováno, k negaci této neurčitosti v rámci *strany levé*, která nekonečno pravé strany určuje konečným výrazem, předpisem, jak pokračovat dál. Tomu odpovídá naznačený rozpis: Zjistím, kolikrát se  $B$  vejde do  $A$ , poznamenanám si to a pak dělím zbytek  $C$  desetinou (nebo  $p$ -tinou) jednotkové veličiny  $B$  atd. Hegelovými slovy:

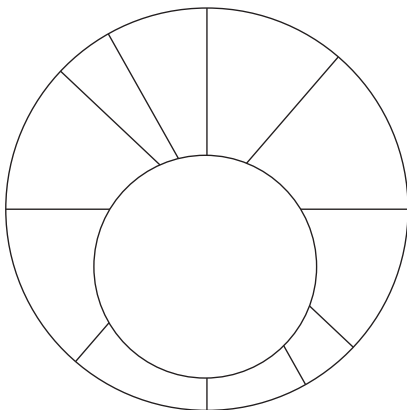
Protože se v nekonečné řadě, která vyjadřuje zlomek jako počet, ztratí strana pojmající zlomek jako poměr, ztratí se i strana, jak bylo výše ukázáno, z níž měl zlomek *na sobě* nekonečno. Nekonečno se však objevilo jiným způsobem; sama řada je totiž nekonečná. Jakého druhu je nekonečnost této řady, je zřejmé: jedná se o špatné nekonečno progresu. Řada v sobě nese a reprezentuje rozpor tím, že reprezentuje něco, co je vztahem a co se vyznačuje vnitřní *kvalitativní* přirozeností, jako *pouhé kvantum* prosté všech vztahů, jako počet.<sup>40</sup>

Potvrzení těchto závěrů poskytuje Hegelova oblíbená vizualizace, *do sebe uzavřený kruh*<sup>41</sup> coby symbol přesného vymezení nekonečně mnoha možností, které vytváří původní negace, v tomto případě tedy popření konečnosti čáry. V aplikaci na předchozí případ neko-

<sup>40</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 287, viz níže.

<sup>41</sup> Tamt., s. 164.

nečna číselného poměru zde máme jakési spojení nekonečně mnoha původních rozlišení, potenciálních reprezentací bytí-pro-sebe, do jednoho uzavřeného celku, jenž se, jako progres  $0,285714\dots$ , navrátil



k sobě poté, co byl doplněn konečným výrazem  $\frac{2}{7}$ . Témuž účelu, byť s dalšími konotacemi, slouží i Hegelem citovaný<sup>42</sup> příklad Spinozův, v němž mezi dvěma kruhy existuje neomezené množství různých vzdáleností, zároveň je ale tato *neomezenost omezená*, neboť vzdálenosti zjevně nemohou přerůst, resp. poklesnout přes, resp. pod určitou mez, a tedy pravdivě nekonečná. Příklad tak představuje také motivaci pro rozlišení *uzavřeného* a *neuzavřeného nekonečna*, jak se nachází v Kantově vymezení regresi *in indefinitum* pro neurčitelně dlouhý postup, např. prodlužování přímky, vůči regresi *in infinitum* v rámci nějakého omezeného, v názoru daného celku, např. úsečky nebo výše uvedeného kruhu.<sup>43</sup> Ve vztahu k číslům, tedy v konceptuální specifikaci, mu na jedné straně odpovídá problém nekonečné posloupnosti

<sup>42</sup> Tamt., s. 292, viz níže.

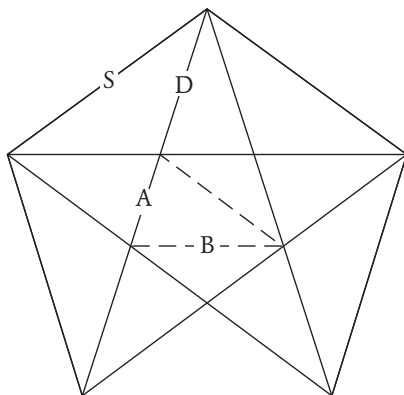
<sup>43</sup> Kant, I., *Kritik der reinen Vernunft*, Johann Friedrich Hartknoch, Riga 1781/1787, A 511/B 539 a A 524/B 551; český překlad: týž, *Kritika čistého rozumu*, přel. J. Loužil, OIKOYMENH, Praha 2001. Nový překlad viz níže, týž, „Antinomie čistého rozumu“, s. 149–183.

určení, která je uzavřena v jisté meze, a posloupnosti, která libovolné meze překračuje, na straně druhé. Odtud pochází i rozlišení *konvergentních* a *divergentních* řad, kdy prvním, jak se záhy ukázalo, můžeme v nějakém ohledu kvantum připsat spíš než těm druhým, např. proto, že je lze celkem jednoduše sčítat či násobit, zatímco u druhých nevede zprvu takovýto postup k žádoucímu cíli. To, že si byl Hegel vědom možnosti chápat omezenost nekonečna v souvislosti s průběhem jisté řady, resp. funkce, která ji vytváří, ukazuje dostatečně následující poznámka:

Co se týče kalkulu funkcí, mezi jehož další dostatečně známé přednosti patří přesnost, abstrakce a obecnost, budiž zde s ohledem na náš výklad zmíněno jen to, že spočívá na základní větě, podle které *může být rozdíl*, aniž by se stal nulou, *pojat jako tak malý, že je každý člen řady větší než součet všech členů následujících*.<sup>44</sup>

Pro výklad Hegelova hlediska, sledujícího v první řadě pojmové, nikoli názorné předpoklady nekonečna, může být ovšem v tuto chvíli vhodnější uvést jiný příklad jeho omezenosti, jenž na rozdíl od těch zmíněných nelze odbýt tím, že se jedná o alternativní prezentaci již jinak a jednodušeji daného, např. racionálního kvanta  $\frac{2}{7}$  skrze desetinný rozvoj, neboť vykazuje jistou inherentní, neredukovatelnou nutnost. Tento příklad souvisí s antickým objevem *nesouměřitelných veličin*, tj. čehosi, co podporuje stranu (2) úvodního dilematu neboli tezi, že substance je bytostně složená, tedy nejenže nemá, ale ani nemůže mít jednoduchou část. K demonstraci toho stačí uvážít popsany *anthyfairetický* proces kvantifikace poměru veličin v rámci jednoduchých, a tedy obecně disponibilních geometrických obrazců, např. poměru délek strany a uhlopříčky ve čtverci či pravidelném pětiúhelníku. Zvláště na pentagonu je přitom snadno a názorně patrné, že odečtení strany *S* od diagonály *D* vede k diagonále *B* nového

<sup>44</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 311, viz níže.



(vkresleného) pětiúhelníka, jehož strana  $A$  má délku rovnou rozdílu mezi novou diagonálou  $B$  a starou stranou  $S$ , *anthyfairetický* proces tedy nemůže končit a vede k nekonečné posloupnosti  $1, 1, 1, 1, \dots$ , která odporuje původní, konečné představě kvanta, zvláště proto, že ji nelze převést na jednoduchý tvar vztahu dvou celých čísel. Proto byly také vztahy, jako je vztah veličiny  $D$  k veličině  $S$ , nazývány *alogoi logoi*, tj. bezejmenné či pojmenování unikající poměry, jak se to dodnes zachovalo v označení „iracionálních čísel“ a jejich národních variantách jako „surd“. Z hlediska konstituce bytí-pro-sebe zde selhalo jeho původní kvalitativní určení.

Na druhé straně je zřejmé, že příslušný vztah není nutně špatně nekonečný. Jednak jsme k němu dospěli v rámci jediného obrazce, resp. vkreslených menších a menších pětiúhelníků, což odpovídá Kantově představě o omezenosti příslušného nekonečna, podstatnější ale je, že této grafické uzavřenosti odpovídá i uzavřenost pojmová: stejně jako v desetinném rozvoji poměru  $\frac{2}{7}$  je jasné, jak pokračovat dál, tj. jak aproximovat příslušný vztah s libovolnou přesností pomocí posloupnosti celočíselných vztahů. Konečnost, k níž se nekonečno vrátilo ze svého zázvěti, je konečností příslušného konstrukčního předpisu *anthyfairetické* řady, který, jak argumentuje Fowler, řecká matematika dokázala poskytnout i pro číslo  $\pi$  coby poměr odpovídající obvodu a průměru kruhu, a anticipovala tak moderní dekadický zápis *libovol-*



něho reálného čísla, tj. nejen čísla racionálního, jehož  $p$ -adický rozvoj se vyznačuje periodičností.

Weylova studie, jejíž překlad zařazujeme,<sup>45</sup> popisuje podrobněji některé stěžejní momenty tohoto vývoje, přičemž s Hegelovou dialektikou dokonale rezonuje v uznání toho, že odpověď na otázku, co je reálné číslo, není dána „o sobě“, např. vágním odkazem na „bod“ číselné osy, neboť na tomto pozadí není jasné, co znamená, že existuje číslo  $\pi$  či  $\sqrt[3]{2}$ , jak to ukazují klasické problémy typu kvadratury kruhu či zdvojení krychle a historie jejich řešení, ale je spíše zapotřebí stanovit, co dělá dvě přípustná kvalitativní určení určeními téhož bodu. Existence nesouměřitelných poměrů spolu s pozdějším, Descartovým, způsobem, jak je promítnout na přímku, tj. jak vůbec konstituovat něco jako číselnou osu, volá po využití nekonečného progresu jako legitimního, protože nezbytného prostředku. Jeho prostřednictvím nejenže jsou některé, konkrétně racionální, body přímky alternativně popsány, ale navíc jiné, konkrétně iracionální, body teprve zavedeny, resp. chápány jako s těmito progresy totožné.

Tento pojmový rozvoj, který překračuje pouhou reflexivní konstituci bytí, jak je Hegelem traktována v „Nauce o bytí“ (*Die Lehre vom Sein*) jeho *Logiky*, a týká se i vlastních dějin pojmu, resp. rozdílu mezi tím, čím se kdysi např. reálné číslo *zdálo* být, a tím, čím *ve skutečnosti*, tj. nyní, je, je tematizován v „nauce o podstatě“ (*Wesen*). Ještě v Hegelově době byl přitom pojem čísla zatížen silnou vizualizací, kterou – v souvislosti s antinomiemi a jejich umístěním do času a prostoru – napadá Hegel už u Kanta, jenž byl ostatně právě zakotvením matematiky ve strukturách empirického názoru silně poplatný Newtonově kinematickému zdůvodnění matematické analýzy. Hegelovi takto nečiní problém přidat se přímočaře na stranu těch kritiků kalkulu, kteří jako Berkeley či Lagrange upozorňují na jeho příliš jednoduché, až empirické založení. Co je v něm neprohlédnuto, je

---

<sup>45</sup> Weyl, H., „Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik“, *Symposion* 1, 1925, s. 1–32. Český překlad viz níže, týž, „Současný stav poznání v matematice“, s. 367 až 396.

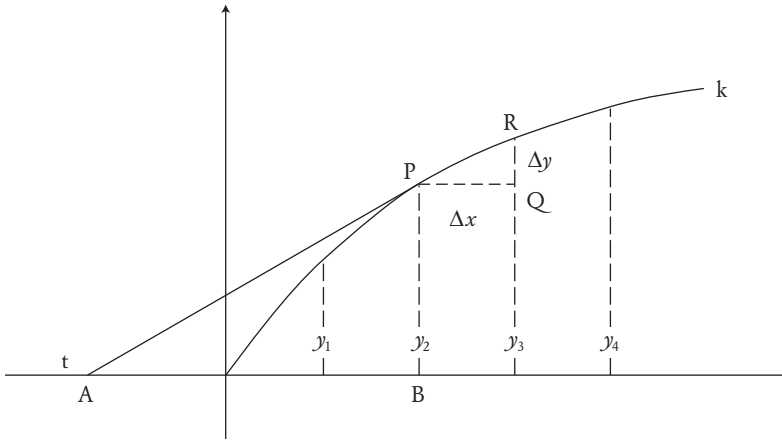
přítom právě příliš jednoduchá práce s nekonečnými progresy, které mohou v neomezeně rostoucím případě evokovat určení nekonečně velkého kvanta a v případě klesajícím či omezovaném zase naopak kvanta nekonečně malého, zvláště když se na jejich pozadí projevují *kvalitativní změny*, jako je změna úsečky v křivku či mnohoúhelníku v kruh, a vzrůstá tak poptávka po přechodových, stínových entitách, v nichž tyto rozdíly mizí. Hegelova kritika jde v tomto ohledu přímo k jádru věci a nezadá si co do oprávněnosti s moderními komentáři:<sup>46</sup>

Způsob infinitesimálního počtu je zatížen dojmem *nepřesnosti*, který je způsoben tím, že jsou konečné veličiny zvětšeny o veličinu nekonečně malou, tato veličina je v dalších operacích zčásti podržena, ale zčásti i zanedbána. Zvláštností tohoto postupu tedy je, že přes přiznanou nepřesnost vede k výsledku, který není jen *přibližný* či *tak blízký*, že lze odchylku *zanedbat*, nýbrž který je *zcela přesný*. Avšak sama *operace*, která výsledku předchází, *se neobejde bez představy*, že cosi není rovno nule, ale je tak *nepatrné*, že mu nemusí být věnována pozornost. Jenže matematické určení, jak mu rozumíme, zcela vylučuje jakýkoliv rozdíl větší či menší přesnosti, podobně jako nelze v rámci filosofie hovořit o větší či menší pravděpodobnosti, ale jediné o pravdě.<sup>47</sup>

Pozadí těchto potíží je následující: V rámci metody rozdílů, tedy *diferenciace*, je směrnice tečny *t* křivky *k* v bodě *P*, neboli koeficient *a* jejího analytického vyjádření  $y = ax + b$ , získána oklikou přes uvážení tzv. *charakteristického trojúhelníka PQR*, resp. poměru jeho stran *RQ* a *PQ*, jenž zhruba odpovídá poměru stran *PB* a *AB* trojúhelníka tvořeného tečnou *t* a subtangentou *AB*. Tato přibližnost je dána tím, že charakteristický trojúhelník fakticky *není* trojúhelník, neboť jeho strana *PR* je zjevně *křivkou*. Idea kalkulu spočívá v tom, že pro zmenšující se

<sup>46</sup> Srov. třeba právě ten Weylův, tamt., oddíl I, viz níže.

<sup>47</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 281–282, viz níže.



rozdíly  $\Delta x$  a  $\Delta y$  v hodnotě (závislých) proměnných  $x$  a  $y$  se charakteristický trojúhelník bude více a více podobat tomu skutečnému, až chvíli předtím, než rozdíly zmizí, v *nekonečně malých* diferencích značených jako  $dx$  a  $dy$ , bude podobnost dokonalá. Inverzně k metodě diferencí byla zavedena i *integrace* coby metoda součtů, spočívající v analogické rozvaze, podle níž plocha mezi křivkou  $k$  danou rovnicí  $y = f(x)$  a abscisou  $x$  je rovna součtu obdélníků tvořených rozdílem  $\Delta x$  a příslušnou ordinátou  $y_i$ , je-li rozdíl nekonečně malý, tj.  $dx$ , s výsledkem sugestivně značeným jako  $\int f(x)dx$ .

Přestože by se mohlo zdát, že je toto jednocení rozporů, přímky a křivky, existujícího a zmizivšího, v souladu se základní ideou Hegelovy dialektiky, není tomu tak, neboť překonání a pozdvižení rozporu v bytí-pro-sebe není založeno na pouhém přání či *ad hoc* úspěchu nějaké techniky, ale na pojmově exaktním stanovení lhостejnosti jistých určení, v tomto případě tedy stávajících reprezentací kvanta. Hegel přitom nenamítá nic proti uvažování jakéhosi přechodného stavu mezi bytím a nebytím v tom smyslu, že do jisté míry vlastně „*neexistuje* nic, co by nebylo *přechodným stavem mezi bytím a nicotou*“, <sup>48</sup> ovšem s tou poznámkou, že

<sup>48</sup> Tamt., s. 111.

jednota bytí a ničeho [není] *stavem*; stav by byl určením bytí a ničeho, v němž by se tyto momenty ocitly pouze náhodně, jako by podlely nějaké nemoci nebo vnější afekci vinou mylného myšlení; spíše je však tento střed a jednota, mizení, nebo naopak i stávání se, samou jejich *pravdou*.<sup>49</sup>

Nekonečně malé veličiny jsou právě případy určení, v nichž nejsou protiklady – skrze dobře vymezený pojem veličiny – přivedeny k sobě, ale naopak drženy – coby kontingentní strany vztahu – od sebe, jako *charakteristický trojúhelník*, jenž je trojúhelníkem jen ve vnějším vztahu k trojúhelníku tvořenému tečnou a subtangentou, a proto jsou pouze projevy, momenty konstituce bytí, nikoli bytím samým, za něž je má – stejně jako *kulatý čtverec* – sklony považovat přímočará mluva. Hegelovými slovy:

infinitesimální počet povoluje a vyžaduje postupy, které jsou v rámci operací s konečnými čísly naprosto nepřipustné, a současně zachází s nekonečnými veličinami jako s konečnými kvanty a chce na ně aplikovat tytéž postupy, které platí pro ně; klíčový aspekt utváření této vědy spočíval v tom, že pro *transcendentní* určení a zacházení s nimi vynalezla formu standardního kalkulu.<sup>50</sup>

Nekonečně malé rozdíly  $dx$ ,  $dy$  vznikly pouhou negací kvanta, nikoli dalším upřesněním toho, jak by se toto kvantum vztahovalo k ostatním veličinám coby bytí-pro-sebe, konkrétně tedy zda platí či neplatí, že  $dx = dy$ , či  $dx = 0$ . To druhé přitom kalkul systematicky nespecifikuje, když při výpočtu derivace nejprve, ve vydělení rozdílu  $f(x + dx) - f(x)$  skrze  $dx$ , předpokládá, že  $dx \neq 0$ , aby pak členy výsledku, které mají  $dx$  v součinu, vyškrtl jako zanedbatelné, tedy rozhodl se, že  $dx = 0$ . Pro  $f(x) = x^3$ , a obecně tedy  $f(x) = x^n$ , máme takto nejprve  $(x + dx)^3 - x^3 = 3x^2dx + 3xdx^2 + dx^3$ , po vydělení  $dx$  dostáváme

<sup>49</sup> Tamt., s. 297, viz níže.

<sup>50</sup> Tamt., s. 281, srov. také s. 319–320, viz níže.

$3x^2 + 3xdx + dx^2$  a po eliminaci  $dx$  v součinu získáváme  $3x^2$  coby obecný výraz derivace původní funkce.

Tento systematický omyl rozebírá a kárá známým způsobem Berkeley ve svém *Analytikovi*, když se stran Newtonovy verze infinitesimálů ptá, zda je má nazývat „duchy zesnulých veličin“. <sup>51</sup> Hegel přitom odmítá po Berkeleyho způsobu <sup>52</sup> tvrdit, že důvod, proč kalkul přes tyto pojmové nepřesnosti a rozpory („důkazové šarlatánství“) <sup>53</sup> funguje, spočívá v jakési *kompensaci omylů*, <sup>54</sup> a snaží se identifikovat pravou podstatu kalkulu, tj. užití nekonečna v něm. Všímá si, že se v rámci metody rozdílů vyskytují výrazy  $dx$  a  $dy$  pouze „v poměru“, tj. v rámci analytického výrazu  $y = f(x)$  vztahu dvou veličin, v nichž je proměnná  $y$  zkoumána co do „rychlosti“ růstu v závislosti na změnách v  $x$ . Prototypem uvažované funkce, zejména v počátcích ustanovování tohoto pojmu, je *polynom*, jež Hegel nazývá „mocninným vztahem“. Míru „stoupání“ vztahu  $y = f(x)$  v daném bodě  $x$  pak zachycuje jeho derivace  $f'(x)$  tím, že udává směrnici tečny v  $x$  uvažováním poměru diferencí  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  pro  $\Delta x$  neomezeně se blížící k 0. Hegel k tomu říká:

V rovnici, ve které jsou  $x$  a  $y$  nejprve kladeny jako určené mocninným vztahem, mají  $x$  a  $y$  jako takové nést ještě význam kvanta; tento význam se však v takzvaných *nekonečně malých diferencích* zcela vytrácí.  $dx$  a  $dy$  již nejsou kvanta, ani již nemají tento význam, nýbrž svůj význam mají pouze ve svém vztahu, *smysl mají pouze jako momenty*. Již nejsou *něco*, je-li toto něco pojato jako kvantum, nejsou konečnými diferencemi; ale také *nejdou ničím*, nejsou neurčitou nulou. Mimo svůj vztah jsou čistými nulami, ale mají být pojaty jako momenty poměru, jako *určení* diferenciálního koeficientu  $\frac{dy}{dx}$ . <sup>55</sup>

<sup>51</sup> Berkeley, G., *The Analyst*, c. d., odst. XXXV, viz níže.

<sup>52</sup> Tamt., odst. XXII, viz níže.

<sup>53</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 321, viz níže.

<sup>54</sup> Byť ne s odkazem na Berkeleyho, ale na Carnota, viz tamt., s. 310, viz níže.

<sup>55</sup> Tamt., s. 295, viz níže.

Tím je přímočaře anticipováno vysvětlení moderní analýzy, která upozorňuje, že užití výrazů  $dx$ ,  $dy$  je čistě *synkategorematické*, zachycující v zápisu jako  $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ , resp.  $dy = df = f'(x)dx$  relativní určení toho, která z proměnných je derivována. Mimo tento vztah nemají příslušné výrazy smysl, jsou to tedy pouze momenty komplexního vysvětlení a jako takovým jim nemůže být nárokován název kvanta. Proto jim protikladná určení bytí a nicoty mohou být přiřčena pouze negativně, „nejsou něčím, ani ničím“, neboť slouží pouze k vyjádření nekonečného progresu zmenšujícího rozdíl  $\Delta x$  pod libovolnou konečnou mez, aniž ho však kdy nahradí nulou, která tak leží mimo něj, je mu vnější. Jako výraz tohoto progresu je *ryze nekonečný* celý znak  $\frac{dy}{dx}$ , nikoli jeho části, pro něž nebyla určena kritéria identity, a tedy ani jejich bytí-pro-sebe, neboli:

to, co se vyskytuje *pouze* v poměru, není kvantem; kvantum je takové určení, které se vně vztahu vyznačuje dokonale lhostejnou existencí a jemuž má být vlastní rozdíl k jinému lhostejný; naopak kvalitativní je jen to, co je ve svém rozdílu k jinému. Ony nekonečné veličiny tedy nejenže jsou srovnatelné, existují navíc pouze jako momenty srovnání, poměru.<sup>56</sup>

Newton sám si byl přitom problematickosti pojmu nekonečně malého vědom, pročť navrhoval chápat své „zanikající přírůstky“ jako limity, „k nimž se rácia veličin neomezeně se zmenšujících blíží a k nimž se mohou přiblížit přes každou danou diferenci“, <sup>57</sup> jinými slovy: směrnice tečny není určena jako podíl  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  nekonečně malého, ale jako limita podílu  $\frac{dy}{dx}$  pro zmenšující se (ale vždy konečná)  $\Delta x$ , jak je tomu i dnes.

Hegel tuto Newtonovu ideu podrobně komentuje s tím, že pojem blížení se je „sám o sobě“ příliš vágní na to, aby mohl sloužit k řádné-

<sup>56</sup> Tamt., s. 297, viz níže.

<sup>57</sup> Newton, I., *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Joseph Streater, London 1687, kniha 1, oddíl 1, věta 9.

mu určení základu kalkulu.<sup>58</sup> Platné na tomto postřehu je následující: To, že se nějaká posloupnost kvant zmenšuje ve smyslu uzavřenosti do *libovolně malé konečné* meze, nepostačuje samo o sobě ještě k jejímu pozdvižení na bytí-pro-sebe. K tomu je navíc potřeba stanovit, jak to později učinil Cauchy, kdy jsou dvě posloupnosti takto omezených kvant reprezentacemi *téhož* kvanta, tj. kdy jsou výrazy jako  $\lim(a_n)$  a  $\lim(b_n)$  pro, jistým způsobem „uzavřené“, posloupnosti  $(a_n)$  a  $(b_n)$  lhostejné, tj. reprezentují totéž kvantum, tedy cosi, u čeho je přinejmenším rámcově jasné, jak to podrobovat aritmetickým operacím, např. jako  $\lim(a_n + b_n)$ . Řečeno s Weylem:

Zakladatelé Leibniz a Newton [...] poměrně jasně formulovali správný názor, totiž že se nejedná o pevně dané nekonečně malé, nýbrž o *limitní postup k nule*; tento pohled však zjevně ve výstavbě jejich myšlenkových koncepcí nepřevládl a oni si očividně neuvědomovali, že provedení limitního procesu nemá pouze určovat hodnotu limity, nýbrž teprve garantovat její existenci.<sup>59</sup>

S ohledem na takto nevyjasněný pojem *limity* se Hegel ve shodě s Lagrangem rozhodl pro čistě formalistní řešení otázky základů kalkulu a ve vztahu k metodě rozdílů navrhl vyjádřit libovolnou funkci vzhledem ke změně  $h$  proměnné  $x$  ve tvaru

$$f(x) + ph + qb^2 + rh^3 + \dots,$$

kde derivace funkce v bodě  $x$  je jednoduše stanovena jako koeficient  $p$  tohoto rozvoje. Jakmile je však na základě Cauchyho a Weierstrassova díla podoba limitních procesů osvětlena, nejedná se v takto navrženém postupu o nic jiného nežli o aproximaci funkce  $f$  v oko-

---

<sup>58</sup> Srov. Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 317 a dále Hegelův komentář k Newtonovi, tamt, s. 298 nn., viz níže.

<sup>59</sup> Weyl, H., „Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik“, c. d., oddíl I, viz níže.

lí bodu  $x$  přímkou  $f(x) + ph$ , což je fakticky tečna v bodě  $x$ , přičemž chyba  $r(h) = qb^2 + rh^3 + \dots$  odhadu je tak malá, že i po vydělení hodnotou  $h$  konverguje k 0. Vyšší derivace lze následně nahlédnout jako pokus o aproximaci polynomiální  $f(x) + ph + qb^2 + rh^3 \dots + th^n$ , kde se  $r_n(h) = uh^{n+1} + vh^{n+2} + \dots$  blíží 0 i po vydělení  $n$ -tou mocninou  $h$ . Hegelův pokus o demystifikaci Newtonovy metody zůstává přitom i po těchto výkladových změnách platný:

Proto nelze vykládat členy řady pouze jako *části* součtu, nýbrž jako *kvalitativní momenty pojmového celku*. Vynechání zbylých členů, které náleží špatně nekonečné řadě, tím získává zcela *jiný význam*, než je tomu v případě vynechání z důvodu *relativní nepatrnosti*. [...] V tomto smyslu se ukazuje, že diferenciál  $x^n$  je zcela vyčerpán prvním členem řady, která je získána rozvojem  $(x + dx)^n$ . To, že nebyly zohledněny ostatní členy, není dáno jejich relativní nepatrností; – není zde předpokládána nepřesnost, chyba nebo omyl, který by měl být jiným omylem *vyrovnan* nebo *opraven*; [...] Protože se zde *nejedná o součet*, ale o *poměr*, je diferenciál nalezen v úplnosti již *na základě prvního členu*; a tam, kde jsou zapotřebí další členy, diferenciály vyšších řádů, nespočívá v jejich určení pokračování *řady* coby *součtu*, ale *opakování* jednoho a téhož poměru, který je jedině vyžadován a který je již v *prvním členu dokonale* určen.<sup>60</sup>

Podstatné je, že tyto úvahy nijak nepotřebují pojem nekonečně malých veličin, které – coby pouhé negace konečnosti aproximativní řady – ve vlastním smyslu bytí-pro-sebe ani neexistují, neboť v této, čistě negativní, prosté podobě

nelze nekonečno *srovnávat* jako cosi většího nebo menšího; proto nemůže existovat poměr nekonečna k nekonečnu ani nemohou existovat řady nebo stupně důstojnosti nekoneč-

<sup>60</sup> Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik I*, c. d., s. 309–310, viz níže.



na, ačkoliv lze na podobné distinkce nekonečných rozdílů ve vědě narazit.<sup>61</sup>

Nic z toho neznamená, že by nekonečnu nešlo takové bytí-pro-sebe zjednat, jak se to pro nekonečně malé ostatně později stalo v rámci tzv. *nestandardní analýzy*, ba opatřit mu i jisté „hierarchie důstojnosti“, jak se o to pro případ nekonečně velkého pokusil Georg Cantor. O tom, zda byl ve svých snahách úspěšný, se přitom vedou dalekosáhlé spory, v duchu *potencialistické* tradice Kanta a Aristotela na jedné straně a *aktualistické*, scholasticko-teologické tradice na straně druhé. Hegelovo stanovisko, ať často dezinterpretováno v Cantorův prospěch, jde, jak jsme naznačili, právě pro radikálnost svého založení částečně mimo oba proudy, nacházejíc naopak problematické rysy a ironiky i hlubší pojmovou zmatenost v obou z nich. K tomu, tj. k místu Hegelovy kritiky v dalším vývoji názorů na povahu nekonečna, se vyjádříme v poslední části úvodu.

### 3. Nekonečně velké

Problémy s nekonečně malým v rámci kalkulu našly své „překonání a pozdvižení“ v upřesnění práce s limitními procesy, tj. ve faktu, že s posloupnostmi, jejichž zhušťování jde pod libovolnou danou konečnou mez, lze – pomocí příslušného analytického výrazu – rozumně pracovat jako s tradičními kvanty. „Překonání a pozdvižení“ sporů spjatých s nekonečně velkým tvoří oproti tomu samostatnou kapitolu dějin myšlení, která nepostihuje ani tak vlastní obsah matematiky, jako spíš její formu, tj. vztah k ostatním oblastem poznání, včetně teologických úvah, jak k nim na bázi čistě matematických problémů postupně dospěl Georg Cantor. Chápeme-li přitom „nekonečný progres“, konstituující základní formu kvanta v posloupnosti 1, 2, 3, 4, ..., jako přímočaře zastupující pojem nekonečně velkého, ukáže se problém už v tom, že dvě takováto perspektivní určení nekonečné-

---

<sup>61</sup> Tamt., s. 297, viz níže.

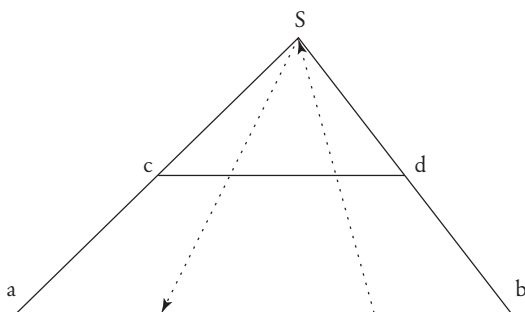
ho kvanta, např. 2, 4, 6, 8, ... a 1, 3, 5, 7, ..., nebudou s to – na rozdíl od svých omezených nekonečných protějšků – plnit standardní očekávání s kvanty spojená, např. jejich součet „po členech“ v podobě 3, 7, 11, 15, ... nebude určovat „větší“, ale „totéž“ kvantum. Původní způsob řešení sporu, tedy uchopení nekonečna v jeho identitě, je nám takto uzavřen právě proto, že

je-li nekonečně velké nebo malé to, co dále nemůže být zvětšováno nebo zmenšováno, nejedná se již ve skutečnosti o *žádné kvantum* jako takové.<sup>62</sup>

Potíže spjaté s pokusy o *poměřování* nekonečna tradičně vedly k popření možnosti toho, že by se o kvantum jednalo, jak jsme to částečně viděli v případě nekonečně malého. V kontextu nekonečně velkého byl jejich soupis, spolu se zkoumáním pojmu nekonečna, systematickým způsobem podán Bolzanem ve spisu *Paradoxy nekonečna*, jehož úvodní část zařazujeme v novém překladu. Základní rozpor, který se později ukázal být pro uchopení nekonečna jako kvanta určující, se týká vlastního pokusu stanovit lhostejnost počtu pro dvě množiny  $A$  a  $B$ . Pro konečné totality přitom platí, že mají tentýž počet, je-li každému prvku  $A$  přiřaditelný právě jeden prvek  $B$ , a vice versa, nebo-li jsou-li na sebe *jedno-jednoznačně zobrazitelné*. U nekonečných totalit, zvolíme-li např. za  $A$  množinu všech přirozených a za  $B$  množinu všech sudých čísel, dochází ale, např. skrze zobrazení  $f(x) = 2x$ , k zvláštnímu jevu, že je celek zobrazitelný na *svoji část*, a tedy podle standardního určení stejně velký. To je ve frapantním rozporu s předpokladem Eukleidových *Základů*, podle něhož je naopak, a zdá se, že „intuitivně“, *celek větší než část*.<sup>63</sup> Verze tohoto pozorování jsou každopádně staré, viz např. poměřování počtů bodů v rámci trojúhelníka, jehož strana  $ab$  je skrze vrchol  $S$  projikována na kratší stranu  $cd$  podobného trojúhelníka, kdy zjevně každému bodu na jedné straně odpovídá právě jeden bod na straně druhé, a vice versa. Skrze

<sup>62</sup> Tamt., s. 283, viz níže.

<sup>63</sup> Eukleidés, *Elementa*, kniha 1, obecný princip 8.



jinou, rovněž názornou projekci lze ukázat, že má omezený interval, např.  $(0, 1)$ , stejně bodů jako celé kontinuum, z čehož, resp. ze skupiny podobných případů Bolzano usuzuje, že jedno-jednoznačná zobrazitelnost není dobrým základem porovnávání nekonečných kvant a k tvrzení rovnosti vyžaduje další důvody, což znamená faktickou rezignaci před zmíněnými konstraintuitivními důsledky a sporem, který představují.<sup>64</sup>

Bylo tedy *zjevně* zapotřebí Cantorova génia, aby mohl být tento dávno poznáný typ sporu odstraněn a přinejmenším naznačena cesta, jak nekonečným celkům, jako jsou nejprve soubory přirozených, racionálních a také reálných čísel (poté, co byla pevně uchopena) připsat koherentně nějaké kvantum. Cantorova idea se přitom ze zpětného pohledu zdá být až neuvěřitelně jednoduchá. Řekli jsme, že u konečných množin platí, že je-li  $A$  jedno-jednoznačně zobrazitelná na  $B$ , mají  $A$  a  $B$  stejnou velikost, stejné kvantum, zatímco  $A$  je menší než  $B$  tehdy a jen tehdy, je-li  $A$  zobrazitelná na (vlastní) část  $B$ , jinými slovy, po spárování všech prvků z  $A$  s prvky z  $B$  ještě nějaké nespárované z  $B$  zbudou. U nekonečných množin lze přitom jedno-jednoznačně spárovat prvky totalit, které jsou svými vlastními částmi, např. všech přirozených a sudých čísel, z čehož však při zavedených pojmech dostaneme kvantitativně neudržitelný vztah  $A < A$  coby explicitní vyjádření celku uvedených potíží. Chceme-li dojít k uspokojivé nápravě, resp. k vědomí toho, proč je možná, je

<sup>64</sup> Bolzano, B., *Paradoxien des Unendlichen*, c. d., zejména § 20–22, viz níže.

třeba vzít nejprve vážně Hegelovu kategorii „podstaty“, tedy transcendentální skutečnost, že pojmy jsou vždy především naše pojmy, naše rozlišení a jako takovým jim přísluší jistý vývoj. To, co např. nazýváme *velrybou*, není nějaký „o sobě“ existující vztah pojmu a skutečnosti, ale výsledek jistých praktických rozlišení, která se zdánlivě petrifikovala v podobě „přírodovědného“ faktu. Samo slovo „velryba“ však naznačuje, že to, co se kdysi za fakt považovalo, totiž že velryba *je* (v podstatě analyticky) velká ryba, se z dnešního pohledu faktem být jenom *zdálo*, a to nikoli proto, že by to odporovalo zákonům na nás nezávislé skutečnosti, ale proto, že to z hlediska tehdejšího stavu „bytí“ bylo více či méně „lhostejné“. S narůstajícími požadavky na klasifikaci druhů, tj. s rostoucím množstvím učiněných a potřebných diferencí v původním fenomenálním prostoru, a tedy s jeho pozvolnou proměnou z prostoru bezprostředního v prostor zprostředkovaně bezprostřední, se postupně jako nutný, rozuměj plynoucí z již přijatých rozlišení, ukázal být fakt, že savec nemůže být zároveň rybou, což vedlo k rozvoji tohoto pojmu ve smyslu nového určení jeho „podstaty“, toho, co je pro nás v daném okamžiku vývoje ducha *podstatné* oproti tomu, co je nepodstatné, *lhostejné*.

Podobně je tomu s poměřováním veličin co do jejich lhostejnosti (bytí-pro-sebe) a toho, kdy jsou *větší* než veličiny jiné (bytí-pro-jiné), kdy nás pozměněná situace kvantifikace nekonečně velkého staví před možnost následující úpravy příslušných pojmů: U nekonečných totalit není zobrazitelnost  $A$  na (vlastní) část  $B$  *postačující*, ale jen *nutnou* podmínkou toho, aby platilo  $A < B$ , stačí však k tomu, abychom mohli psát  $A \leq B$ . Tím je problém rázem vyřešen, neboť původní spor se redukuje na neškodné  $A \leq A$  a zavedené definice platí i pro konečný případ. Jedno-jednoznačná zobrazitelnost tak může zůstat kritériem rovnosti  $A = B$  dvou konečných i nekonečných kvant, přičemž nerovnost  $A < B$  získáme kombinací zavedených  $A \leq B$  a  $A \neq B$ . Shrnuto a potvrzeno: K tomu, aby byla nekonečná totalita  $A$  menší než jiná nekonečná totalita  $B$ , je třeba ukázat nejen, že je  $A$  jedno-jednoznačně zobrazitelná na (vlastní) část  $B$ , ale že zároveň není jedno-jednoznačně zobrazitelná na její celek.

Z Hegelova hlediska ale v této fázi narazily úvahy o nekonečně velkém na jiný problém než problémy infinitesimálů. Jakkoli

umožnila bezrozporná úprava základních vztahů koherentně zavést bytí-pro-sebe nekonečného kvanta, většina příkladů, které byly k dispozici, naznačovala univerzální lhostejnost reprezentací nekonečna, tedy to, že si jsou všechny nekonečné totality co do velikosti rovné, a dané zavedení nekonečného *bytí-pro-sebe* a rozlišení většího a menšího v rámci jeho *bytí-pro-jiné* nebude mít přes perspektivní koherenci celkový smysl, tj. nebudeme skrze ně s to dospět k zprostředkované bezprostřednosti *bytí-o-sobě-a-pro-sebe*, jak jsme je viděli konstituováno třeba u pojmu falešného tónu. Řeč o nekonečnu bude i přes formální fixaci vztahu k jinému pouhou řečí „o sobě“, která fakticky nedokáže táhnout potřebné difference v oboru, o němž mluví, je tedy v modu „o sobě a pro sebe“ prázdná stejným způsobem, jako jsou prázdná prohlášení solipsistova. Sám Cantor přitom zpočátku směřoval k témuž závěru, když ukázal, že z hlediska nově definovaného kvantitativního vztahu jsou si lhostejné jak (1) množina přirozených a racionálních čísel, tak (2) množina všech bodů ve straně čtverce bodům jeho plochy, a ta zase bodům krychle, což je obojí dosti překvapivé a paradoxní, neboť je tím, jak se zdá, setřen (1) rozdíl diskrétnosti a spojitosti, kterou symbolizovala racionální čísla, tedy cosi, co reprezentuje neomezenou dělitelnost, „hustotu“ číselné přímky, zatímco v druhém případě vidíme, že mizí (2) rozdíl dimenze, na němž stojí naše představy o prostoru a odlišení planimetrických a stereometrických úvah.

Již první reakce, s níž se Cantorovy objevy setkaly, včetně jeho vlastního zvolání „je le vois, mais je ne le crois pas“ („vidím to, ale nevěřím tomu“),<sup>65</sup> také ukazují, že jsou všechno jiné než „bezprostřední“ či „samozřejmé“, jak se někdy domnívají „pracující“ matematici, kteří – přes počáteční nedůvěru a odpor – přijali velkou část obsahu teorie množin jako ontologickou danost, a to do té míry, že ji po jistou dobu nechávali zavádět i do curricula nejnižších stupňů základních škol. K oné formulaci výše uvedených lhostejností bylo ovšem třeba pojmově upřesnit původně geometricky definovaný pojem bodu

---

<sup>65</sup> Viz dopis Dedekindovi z 29. června 1877, in: Noether, E. – Cavaillès, J. (eds.), *Briefwechsel Cantor-Dedekind*, Hermann and Cie, Paris 1937, s. 34.

reálné přímky, reálného čísla. Cantor tak předtím učinil již zmíněným způsobem skrze posloupnosti racionálních čísel, které splňují tzv. *Cauchyho podmínku*, tedy zhušťují se pod všechny meze, ovšem s tím podstatným „upřesněním“, že už nestanovil „žádná další upřesnění“ jejich průběhu, tj. explicitně povolil, aby se jednalo o *jakoukoli* posloupnost uvedené vlastnosti. V nám známé decimální notaci to znamená, že reálným číslem může být např. „jakékoli“ prodloužení posloupnosti 0,285714..., resp. „jakákoli“ posloupnost příslušných cifer „0“, „1“, „2“, ..., „9“. Právě proto, že zde chybí ono „konečné“, vymezující určení neurčitosti pravé strany, představuje Cantorova definice ryzí příklad Hegelova špatného nekonečna, neboť pracuje s čistě negativním vymezením kvanta jako něčeho, co nepodléhá žádným specifickým zákonům. Kritéria identity dvou takto popsanych určení, známá např. z instance  $0,59999... = 0,60000...$ , zůstávají v obecnosti viset na zprostředkující rovině, která díky zmíněnému nedourčení nebyla s to přivést chtěnou diferenci zpět k sobě, jako to lze pozorovat např. u kritérií identity osobní, byla-li zobecněna za hranice pozemského života, např. ve fenoménech spiritismu či převtělování, které jsou velmi vágní ve specifikaci toho, jak poznat, že se jedná o tutéž či jinou osobu, tj. nedefinují ji v jejím bytí-o-sobě-a-pro-sebe.

V dalším zhodnocení teorie množin coby nauky o stratifikovaném nekonečnu je přitom podstatný právě postřeh, že stejně jako souběžný logicistický Fregův projekt *nemá* při vlastním provedení, na rozdíl od jednoduchých metafyzických teorií, tendenci podceňovat *vztažnou, reflexivní* část Hegelovy dialektiky (určení *pro* sebe), ale část *syntetizující* (jednotu určení *o* sobě a *pro* sebe), což se projevuje právě v tom, že sice zvažuje rovnosti jako prostředky definice, a tedy konstituce uvažovaných entit, zároveň jim ale nedává jiný než *čistě pojmový* základ, tj. ignoruje jejich *smyslovou, fenomenální* součást, zakotvení v oboru původní lhostejnosti. Z hlediska vývoje ducha je tento deficit snadno vysvětlitelný, neboť jak Cantorova teorie množin, tak Fregova logika jsou součástí širší reakce na již zmíněné uchycení základních matematických pojmů výhradně v *bezprostřednosti názoru*, a mají tak ve své kritičnosti, ve svém sebe-vymezení z popření jisté pozice zcela přirozeně sklony upadat v opačný extrém. Právě to má na mysli Weyl, když tvrdí, že si v teorii množin „analýza začala být *in*

*abstracto* vědoma své metody, kterou již dlouho využívala“.<sup>66</sup> Ve vztahu k definici reálného čísla, tedy *in concreto*, to znamená, že jsou v ní skrze vztahy jako  $0,59999... = 0,60000...$  reálná čísla uchopena ve své identitě ve smyslu *bytí-pro-sebe-a-pro-jiné*, ale již ne *bytí-o-sobě-a-pro-sebe*, neboť byl zapomenut jejich původ v kvantifikaci skutečnosti, související s upřesňováním nějaké konkrétní (pojmenované) veličiny různými způsoby, např. aproximacemi zprava a zleva, v závislosti na tom, jaký uniformní díl jsme si zvolili k vytvoření kanonické metody dělení, zda na deset částí nebo třeba na části dvě. Pravá definice kvanta se tedy, jestliže jsem si vědomi fenomenálního základu naší zkušenosti, nemůže spokojit pouze s abstraktním stanovením bezrozporného vztahu předmětu k druhým, ale vyžaduje i návrat zpět k původní bezprostřednosti, již je daná oblast základních diferencí, kterým lze perspektivně nekonečná kvanta připisovat.

Většina útoků, které vůči Cantorově teorii množin vedou jeho odpůrci, od Poincarého po moderní konstruktivisty, jsou takto bezzubé nikoli proto, že by se opíraly o Kantovo přímočaré zakotvení matematiky v názoru, což není ani dost dobře možné již s ohledem na objevy neeukleidovských geometrií, v jejichž případech se tradiční pokusy o bezprostřední demonstraci geometrických pravd ukazují jako iluzorní,<sup>67</sup> nýbrž z toho důvodu, že zůstávají u původního Kantova přesvědčení, že nekonečno a jeho explicitní kvantifikace jsou cosi, k čemu sice rozum nevyhnutelně inklinuje, ale co je mu v zásadě třeba zakázat, protože to vede k pojmovým sporům, jak se to zdálo být potvrzeno četnými antinomiemi, jež teorii množin napadly brzy po jejím vzniku. Ony antinomie, nejznámější asi Cantorův a Russellův paradox, nebyly přitom problematické samy o sobě – ostatně z Hegelova hlediska se v této fázi vývoje pojmu kvanta daly i čekat –, ale jako projevy podstatně hlubší nedourčenosti zaváděného *bytí-pro-sebe*, k níž se záhy vyjádříme.

<sup>66</sup> Weyl, H., „Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik“, c. d., oddíl II, viz níže.

<sup>67</sup> Srov. třeba Kantovo zdůvodnění tvrzení, že součet úhlů v trojúhelníku dává  $180^\circ$ , které implicitně staví na Eukleidově postulátu o rovnoběžkách, viz Kant, I., *Kritik der reinen Vernunft*, c. d., A 716/B 744.

Na Cantora takto není aplikovatelná ani tradiční námitka, kterou vůči Zénónovi vznesl Aristotelés v těch pasážích *Metafyziky* a *Fyziky*,<sup>68</sup> kde odbyl jeho antinomie s tím, že se v nich k možnosti dalšího přidávání či dělení chová, jako by byla skutečná, zatímco ona sama – coby *možnost* – není ve svém celkovém dokonání ani *možná*. To je stručně vyjádřeno v tvrzení, že *přímka* není identická s *množinou bodů*, které by např. Achilles či letící šíp museli jeden po druhém projít, aby se dostali k vytouženému cíli, nýbrž je jen prostorem pro jejich vytváření, např. protnutím s jinými přímkami nebo dočasným zastavením šípu či Achilla – čímž už je ovšem zrušen i původní pohyb, a tedy celý myšlenkový experiment, jak to slavně zmiňuje Bergson ve své kritice kinematografického, diskretizovaného pojetí pohybu, kterou rovněž zařazujeme.<sup>69</sup> Chceme-li ale o bodech přímky hovořit v objektovém modu, tj. přiřknout jim nějaké bytí-pro-sebe, vyvstává zcela přirozeně potřeba uchopit přímku nejen jako difuzní prostor, v němž jsou tyto body pozdviženy k vlastní existenci, ale také jako jejich *totalitu*. Potud je tedy Cantorovo rozhodnutí hovořit o přímce jako o „lineární množině bodů“ (*lineare Punktmannigfaltigkeit*) v pořádku a popsané možnosti redukce dimenzí mu v tomto ohledu nemohou být připisovány za vinu, stejně jako např. to, že takto *diskretizované* kontinuum lze snadno rozdělit na dvě části, čímž tato jeho kontinuita *zdánlivě* mizí.

Z Hegelova hlediska, jak víme, jsou spojitost a diskrétnost dva komplementární momenty bytí jako celku, tj. nedává smysl mu je připisovat dodatečně, jako externí vlastnosti, protože už je má obě „na sobě“, což platí nejen pro reálná čísla coby paradigma spojitosti, ale i pro pojem přirozeného čísla coby paradigma diskrétnosti. *Dis-*

<sup>68</sup> Aristotelés, *Physica* [= *Phys.*], in: týž, *Aristotelis opera I-XI*, I. Bekker (ed.), Georg Reimer, Berlin 1831–1870, sv. II; týž, *Metaphysica* [= *Met.*], in: týž, *Aristotelis opera I-XI*, c. d., sv. VIII; český překlad: Aristotelés, *Fyzika*, přel. A. Kříž, Nakladatelství Petr Rezek, Praha 1996 a týž, *Metafyzika*, přel. A. Kříž, překlad upravil P. Rezek, 2. vyd., Nakladatelství Petr Rezek, Praha 2008. Viz níže, týž, „O neomezeném“, s. 79–110.

<sup>69</sup> Bergson, H., *L'évolution créatrice*, PUF, Paris 1969, kap. 4. Český překlad viz níže, týž, „O kinematografickém pohybu“, s. 435–443.



*krétnost* přirozeného čísla přitom plyne ze způsobu tvoření základní řady přičítáním 1 a *interních* vztahů (skrže přitažlivost a odpudivost) jednotlivých čísel, tedy vztahů plynoucích z jejich konstituce, nikoli ze vztahů v rámci již konstituované číselné struktury, tj. ze vztahů, které jsou číslům *externí* a neliší se takto od vztahů reálných čísel coby samostatných, vůči sobě dobře ohraničených individuí. Chtít tedy po reálných číslech, aby se po rozdělení dotýkaly hranicemi, jak to vyžaduje Aristotelova definice spojitosti, podle níž

„spojitým“ je [něco] pouze tehdy, když se meze, v nichž se obě tělesa dotýkají, stávají mezi touž a jedinou a když je tato mez *společná*,<sup>70</sup>

a jak se to později ve své revizi Cantora pokouší dodatečně zařídit Brouwer a někteří Kantovi následovníci, znamená chtít, aby odpudivost jejich reprezentací *nebyla* odpudivostí, což není nic jiného než projev Hegelem kritizované ontologizace logických sil, jak jsme o ní hovořili v souvislosti s nerozvinutými modely fyzikálního a společenského atomismu. Skutečnou *spojitost*, chceme-li, aby ji reálná čísla či dané objekty odrážely, je přitom třeba hledat níže, na rovině prvních diferencí, negací a způsobu, jímž jsou překonány, nikoli v tom, že je *překonáváme*, což je, jak víme, podmínka možnosti jakéhokoli bytí-pro-sebe.

Klíč k řešení je proto spíše než v konstruktivistické kritice Cantora možné najít u pozdního Wittgensteina, když nesouhlasně zmiňuje, že se teorie množin k otázkám pojmotvorby, tedy ke konstituci bytí-pro-sebe jako takové, chová jako k *přírodním jevům*,<sup>71</sup> jako k něčemu, co je „o sobě“, aniž zohledňuje odlišnost způsobů, jimiž je utvářen vztah reálných čísel navzájem v kontrastu k číslům přirozeným, Wittgensteinovými slovy: aniž zohledňuje odlišnost *použití* příslušných jmen, tedy původních jevových reprezentací. Tento rozdíl

<sup>70</sup> *Phys.*, V, 3, 227a10, viz níže.

<sup>71</sup> Wittgenstein, L., *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, Suhrkamp, Frankfurt am Main 1984, s. 131.

Ize přitom dále lokalizovat v postřehu, že to, zda jsou dva standardní výrazy přirozených čísel  $4 + 4$  a  $(7 \cdot 5) - 2$  lhostejné, je stanovitelné čistě *schematicky*, jednoduchými transformacemi daných výrazů na jednoduché artefakty typu 8 a 33, jak se jim učíme na základní škole, zatímco v případě reálných čísel je nám s ohledem na jejich standardní podobu nekonečného progresu podobná možnost odepřena, a to zvláště tehdy, když ho chápeme po „špatně“ nekonečném způsobu Cantorovu, tj. provedeme-li původní negaci, rozrůznění příslušného fenomenálního prostoru jen formálně s tím, že už fakticky nějak – byť neznámo jak – rozrůzněný je.

Ambivalentní důsledky tohoto chybného čtení konstitutivních diferencí sklízí Cantor nejprve v rámci svého slavného *diagonálního argumentu*, který je pro něj cestou k další stratifikaci nekonečna, tedy rozrůznění sféry, nad níž se konstituuje nekonečné kvantum tak, aby výsledně vedla k mnohosti příslušného bytí-pro-sebe. Podle Cantora totiž právě celek reálných čísel tvoří příklad nekonečné totality, která je prokazatelně *větší* než jiná nekonečná totalita, totiž totalita všech přirozených čísel. K demonstraci tohoto „faktu“ používá tzv. *diagonální konstrukci*, tedy metodu, která k vyčíslení  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  nějakých reálných čísel dokáže zkonstruovat takové reálné číslo, které mezi nimi není, a to uvážením diagonály k tomuto jejich nekonečnému progresu. Omezíme-li se bez újmy na obecnosti např. jen na interval  $(0, 1)$ , bude mít příslušná posloupnost čísel v dekadickém (obecně  $p$ -adickém) zápise formu

$$\begin{array}{l} a_1 \quad 0, a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} \dots, \\ a_2 \quad 0, a_{21} a_{22} a_{23} a_{24} \dots, \\ a_3 \quad 0, a_{31} a_{32} a_{33} a_{34} \dots, \\ a_4 \quad 0, a_{41} a_{42} a_{43} a_{44} \dots, \\ \dots, \end{array}$$

přičemž uvedené číslo mimo danou posloupnost reálných čísel vznikne vhodnou deformací diagonály  $d = 0, a_{11} a_{22} a_{33} a_{44} \dots$ , tedy vytvořením reálného čísla  $d$ , které se v  $n$ -tém místě dekadického zápisu liší od  $n$ -tého členu posloupnosti, a tudíž (při uvážení relevantních lhostejností daného zápisu, např. toho, že  $0,59999\dots = 0,60000\dots$ ) i od

*všech* jejích členů. Cantor tuto konstrukci, která je sama o sobě ontologicky zcela neutrální, chápe jako vyjádření toho, že nemůže *existovat* jedno-jednoznačné zobrazení všech přirozených čísel na čísla reálná, což spolu s faktem, že množina prvních je podmnožinou druhých, dává dohromady kýžený závěr: reálných čísel je *více* než přirozených, tudíž existují alespoň dvě odlišná nekonečná kvanta a počáteční solipsismus v oblasti nekonečných diferencí je překonán.

Ve Wittgensteinově a odvozeně i Hegelově čtení je ale tento závěr zbrklý či „špatný“ právě proto, že díky Cantorovu polovičatému způsobu nedošlo před provedením diagonalizace, a tedy před zavedením nového *nekonečného kvanta*, ještě k řádnému ustanovení *reálného kvanta*: jediné, co takto jeho argument ukázal, je, že sféra původních diferencí – jmen reálných čísel coby základních negací, měrných pohybů v rámci fenomenálního prostoru – je jiná nežli sféra určení přirozených čísel, totiž méně schematická, v tom smyslu, že daný popis je ve své určitosti, schopnosti činit nějaký rozdíl, podstatně závislý na tom, které rozdíly již byly, do značné míry konvenčně, učiněny. V tomto ohledu vykazuje jejich bytí-o-sobě z hlediska nekonečnosti především *kvalitativní*, nikoli *kvantitativní* distinkci vůči nekonečnosti přirozených čísel, jejichž lhostejnost lze v principu stanovit nad relativně fixním oborem základních reprezentací typu 1, 2, 3, 4, ... v tom smyslu, že nové způsoby zápisu (např.  $2 + 2$  vedle 4) již neovlivní *bytí-o-sobě* čísel co do jejich *bytí-pro-jiné*, tedy nepovedou standardně k novým kvantům, byť k tomu přirozeně došlo a dochází, ale nikoli z hlediska „bytí“, nýbrž „podstaty“ čísla, např. v případech, kdy se čísla začala alternativně prezentovat jako *kořeny* analytických výrazů, což vedlo historicky k zavedení celých a racionálních čísel a posléze čísel algebraických. Rozdíl přirozených čísel vůči číslům reálným, resp. jejich „bytí“, spočívá v tom, že u nich je již onen základní prostor první negace zatížen možností stálé změny, růstu, který k libovolnému popisu nekonečného sledu diferencí dokáže vždy vytvořit takovou diferenci, která z hlediska obecně popsané lhostejnosti výsledných kvant musí symbolizovat kvantum *odlišné* od všech dosud zachycených. Reálná čísla jsou právě v tomto smyslu spojitá již vnitřně, svými útroby, tedy nejen tím, že se má jejich hranice, jejich bytí-pro-sebe vnějškově k bytí-pro-jiné jinak

než u přirozených čísel, byť lze tyto vlastnosti, např. *hustotu* či *spojitost*, chápat jako projevy onoho vnitřního uzpůsobení, když tedy spojitost „lineární množiny bodů“ chápeme v moderním, „topologickém“ smyslu, podle něhož každá shora omezená množina  $A$  reálných čísel má supremum coby nejmenší horní mez, tj. hranici, jíž se „dotýká“ množiny  $B$  všech čísel, která jsou větší ( $\geq$ ) než libovolné číslo z  $A$ , jinými slovy: nejmenší horní mez  $A$  je identická s největší dolní mezí  $B$ , jak to, zdá se, v „topologickém“ čtení požaduje také Aristotelova definice.

Podobně ambivalentní zhodnocení je třeba aplikovat i na další pojmotvorné aspekty Cantorovy nauky, které se, jako jeho bezprecedentní zavedení nekonečné hierarchie čísel, vnějškově drží Hegelových konstitutivních, tj. transcendentálních pravidel, jako jsou *kladění* hranice a její *překonávání*, mají však, podobně jako Newton v případě pojmu „síly“, tendenci k jejich zvěcnění. Cantorův původní podnět k zavedení nekonečných čísel byl přitom ryze synkategorematický, vycházející z potřeby opakovat jistou uzávěrovou operaci  $O$  nad množinami jím definovaných reálných čísel více než konečně krát proto, aby mohla dospět k pevnému bodu neboli argumentu  $x$ , v němž  $O(x) = x$ . Jako indexy těchto ne-konečných či spíše nad-konečných opakování zavedl Cantor značky  $\infty$ ,  $\infty + 1$ , ...,  $\infty \cdot 2$ ,  $\infty \cdot 2 + 1$ , ...,  $\infty^2$ , ...,  $\infty^\infty$ , ...,  $\infty^{\infty^\infty}$  atd., které později použil v kontextu zobecněného vyčíslení nekonečných totalit, kdy např. pokus o průchod všemi racionálními čísly začínající posloupností  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$  nemůže dojít úspěchu, necháme-li ho následovat posloupností  $\frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \dots$  a  $\frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}, \frac{3}{4}, \dots$  atd., čemuž pak, jakožto typu uspořádání, bude přiřazeno „ordinální číslo“  $\omega + \omega + \omega + \omega + \dots$ ; to je alternativně značené jako  $\omega^2$ , kde  $\omega$  reprezentuje typ přirozených čísel, tj. jednoduchého progresu 1, 2, 3, 4, ...

Původ takto zavedených čísel přitom Cantor nejprve stopoval k základním způsobům jejich generování, totiž k

- (1) vytvoření čísla připojením jednotky k číslu stávajícímu,
- (2) vytvoření nejmenšího většího čísla jakožto hranice nějaké neomezené řady,

což koresponduje se základními dialektickými pohyby, tak jak je popsal Hegel, ovšem s tou výhradou, že to nejsou tyto pohyby samy, ale až jejich překonání a pozdvižení, co vede k určení příslušného bytí-pro-sebe. Jeho konstituci pro takto motivovaná „ordinální čísla“ Cantor později skutečně opisuje podobným způsobem jako pro dříve zmíněná „čísla kardinální“, s tím, že k existenci jedno-jednoznačného přiřazení přidává podmínku strukturální podobnosti, tj. existenci přiřazení izomorfního. V pozadí plného osamostatnění nekonečných ordinálů se přitom skrývá tatáž potíž jako u čísel kardinálních, totiž nejasnost ohledně toho, zda disponujeme dostatečně silnou fenomenální bází, k níž se může takto popsany pojmový pohyb vrátit a zajistit, že se nejedná jen o „naprázdno se točící kola“ prázdného symbolismu, jak o teorii množin hovoří později Wittgenstein.<sup>72</sup>

Paradoxy, jako je ten Cantorův či Burali-Fortiho, které se zdají zpochybňovat oprávnění Cantorova pojetí počtu, mají přitom dvě roviny, z nichž ta první odpovídá jednoduchému upozornění, že počet je zprvu sám jen momentem konstituce jsoucna, nikoli něčím, co jsoucnu náleží jako celku, pročež nás také každá odpověď na otázku, *kolik má univerzum věcí?*, dovede záhy ke sporu, jak to paradigmaticky ukazuje Zénónův paradox plurality reprodukováný Simplikiem:

Jestliže jsou věci mnohé, je nutné, aby jich bylo právě tolik, kolik jich je: ani více, ani méně. Avšak pokud je jich tolik, kolik jich je, byly by omezené. [Na druhé straně,] jestliže jsou věci mnohé, jsou neomezené, protože vždy jsou mezi nimi nějaké další a mezi nimi opět další. A tak jsou věci neomezené.<sup>73</sup>

Jinými slovy: předpokládáme-li, že věci mají nějaký konkrétní *počet*, pak z ohraničenosti těchto věcí navzájem a z toho, že jejich hranice,

<sup>72</sup> Wittgenstein, L., *Philosophische Bemerkungen*, Blackwell, Oxford 1964, § 174. Český překlad viz níže, týž, „Gramatika nekonečna“, s. 537–568.

<sup>73</sup> Simplikios, *In Aristotelis Physicorum libros quattuor priores commentaria* [= Simplikios, *In Arist. Phys.*], H. Diels (ed.), Georg Reimer, Berlin 1882–1896, 140, 28–140, 34. Viz překlad níže, s. 79–100.

právě pro jasnou odlišenost všech *co do počtu*, nemohou splývat, není obtížné určit další, dosud nezapočítanou věc, totiž tu, která je zvnější ku vymezena těmito odlišujícími hranicemi, což je ovšem ve sporu s předpokladem, neboť výslednému celku náleží *vyšší počet*.

Cantorův paradox je v podstatě variací na tuto úvahu, která překonávání stávajícího počtu věcí uskutečňuje jejich uskupováním do množin coby nových a jistým způsobem rovněž existujících předmětů. Proti této možnosti nelze nic namítat potud, pokud máme např. potřebu hovořit kromě jednotlivých předmětů také o jejich skupinách a tyto od sebe odlišovat, v podobném duchu jako odlišujeme pár bot od jeho členů, a lze tak zjevně překonat i naivní představu, že je svět kolem nás *konečný*, a sice jednoduchým generováním nových a nových předmětů z uskupování starých.<sup>74</sup> Cantor ovšem jednocením věcí do množin nehodlá dosáhnout pouhého generování nekonečna, obsaženého v prostém progresu, nýbrž proražení jakékoli hranice, kterou by si „kvantitativní“ rozum tímto způsobem stanovil, čímž se také dostáváme k druhé, zásadnější rovině Cantorova paradoxu.

Způsob překonávání jakéhokoli dosaženého počtu totiž nabízí operace, která shrne všechny podmnožiny nějakého souboru  $A$  do souboru nového, tzv. potenční množiny  $P(A)$ , která je, jak lze odpozorovat na konečných totalitách, *exponenciálně větší* než soubor původní. To, že vztah  $A < P(A)$  platí i pro nekonečné totality, je přitom obsahem tzv. *Cantorovy věty*, která – a v tom se nachází jádro problému – zobecňuje diagonální konstrukci v původní aplikaci na reálná čísla, která jsou ostatně – coby *libovolné* posloupnosti – k přirozeným číslům právě ve vztahu potence a jako taková je v Cantorově smyslu přesahují *co do velikosti*. Teprve přijmeme-li tyto pojmo-

---

<sup>74</sup> Platón cosi podobného činí v *Parmenidovi*. Začne se tím, že jedno je a jsoucnost a jedno jsou odlišné věci, vedle nich tedy existuje ještě odlišnost; vezmu-li „jsoucnost a jedno“, dostanu dvojici, stejně tak vezmu-li „jedno a odlišnost“ či „odlišnost a jsoucnost“; přidám-li k dvojici další jedno (jímž může být také idea dvojice samotná), získávám tři atd. Viz Platón, *Parmenides*, in: týž, *Platonis opera: recognovit brevique adnotatione critica instruxit I-V*, J. Burnet (ed.), Oxford University Press, Oxford 1900–1907, s. 143; český překlad: týž, *Parmenides*, přel. F. Novotný, OIKOYMENH, Praha 2003.

vé předpoklady – a jak víme, to, zda je přijmout, je otázka jistého rozhodnutí, stanovení „podstaty“ množinovosti –, lze konstruovat posloupnost větších a větších totalit  $A < P(A) < PP(A) < PPP(A) \dots$ , jejichž odlišné počty tvoří spolu s nekonečnými ordinály tzv. transfinální nekonečná čísla. Spor analogický tomu Zénónovu dostaneme snadno tehdy, uvážíme-li totalitu *V všech* předmětů a zeptáme-li se, v jakém je vztahu ke své potenci. Podle Cantorovy věty by mělo platit  $V < P(V)$ , z definice *V* by ovšem měla být  $P(V) \leq V$ , tj. opět  $V < V$ , čímž dostáváme Cantorův paradox. Burali-Fortiho paradox je jeho verzí pro podobně rostoucí nekonečná ordinální čísla coby typy jistým způsobem uspořádaných množin, jejichž celek určuje vyšší typ, než je on sám, což je opět sporné.

Cantor sám považoval podobné spory za nepříliš podstatné, a to s ohledem na své původní rozlišení mezi *transfinitním* a *absolutním* nekonečnem, jež rozvinul z náboženských motivů jako obhajobu vůči obvinění, že umísťuje svá transfinální nekonečna do stvořené přírody, ba umožňuje jejich lidskou transformaci, což se zdá být v rozporu s nekonečnem jako výhradním atributem Boha. V korespondenci s kardinálem Franzelinem, která je součástí Cantorova spisu, jehož překlad lze nalézt níže, zmiňuje vedle rozdílu potenciálního a aktuálního nekonečna také dva poddruhy posledně zmiňovaného, totiž nekonečno absolutní, které překračuje lidské chápání a vymyká se jakémukoli dalšímu (matematickému) určení, a nekonečno transfinální, které je možné zvětšovat a zmenšovat a vůbec reprezentovat čísly. Spor vzniká podle Cantora až v okamžiku, kdy principy modifikace transfinální aplikujeme na absolutní nekonečno.<sup>75</sup> Kardinál Franzelin se na základě Cantorovy argumentace vyjádřil v tom smyslu, že v „pojmu transfinálního, jak mu dosud rozumím, žádné nebezpečí pro náboženské pravdy“ neleží, s tou poznámkou, že nepovažuje úsudek z možnosti stvoření transfinální na to, že by stvořeno být muselo, za nejšťastnější.<sup>76</sup> V jakém ohledu je přitom Cantorovo řešení paradoxu

<sup>75</sup> Cantor, G., *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, E. Zermelo (ed.), Springer, Berlin 1932, s. 405, viz níže přeložený text.

<sup>76</sup> Tamt., s. 386, viz níže.

přijatelné a v jakém odpovídá spíše oněm „bohoslužebným tirádám“, o nichž hovoří v úvodním citátu Hegel, může být předmětem další diskuse. V ní by mohlo zaznít i to, že Cantor vposledku není s to rozlišit absolutní od transfinitního nekonečna v jejich identitě jinak než „pouhým“ odkazem ke „konzistenci“ druhého, čímž zůstává opět na rovině čistě abstraktního vztahu, který ještě určitost bytí-pro-sebe nezakládá a v důsledku se opírá jen o prostou negaci, v tomto případě negaci toho, že jistá rozlišení *ještě nezvolala* spor, což se později, ve snaze zabránit vyhnání matematiků z „Cantorova ráje“, „intuicionistickými“ revolucionáři Brouwerova a Weylova typu, pokoušel za jedině a postačující kritérium existence prohlásit Hilbert.<sup>77</sup>

Hilbertův *axiomatismus* představuje přitom krystalickou podobu ideje, že jsou to pouze záležitosti struktury a jejího bezesporného určení, co zajišťuje předmětům bytí, a zároveň ukázkou problémů, k nimž tato jednostrannost vede, když je vedle axiomatických teorií nucen současně uvažovat systémy předmětů, na něž jsou tyto teorie aplikovatelné, a to jako důsledek jednoduchého faktu, že struktura je vždy strukturou *něčeho*. Jak jsou nám tyto předměty dány, je ale právě pro původní nepřiznání toho, že bychom je – tj. návrat od teoretické zprostředkovanosti k původnímu bytí – potřebovali, neřešeno, tj. předměty samy, jejich bytí-pro-sebe a tím i jejich vztah k teoriím, jejichž jsou předměty, jsou ponechány v modu „o sobě“, jak to odpovídá smýšlení řadového matematika, jenž, jak zní známé rčení, je v pracovní den *platonistou* a o víkendu *formalistou*. Ve své pozdní filosofii se Hilbert sám pokusil toto dilema překonat, když chtěl své axiomatické teorie dovést zpět k původní „bezprostřednosti“ poukazem na jejich výskytový charakter, přesně v intencích Hegelova vyjádření, že tím, v čem se duch smyslově projevuje, je jazyk („jazyk je bytím-zde ducha“),<sup>78</sup> a ve svém *finitismu* se zaměřil právě na to, jakým

<sup>77</sup> Srov. Hilbert, D., „Über das Unendliche“, *Mathematische Annalen* 95, 1926, s. 161–190. Český překlad viz níže, týž, „O nekonečnu“, s. 343–365.

<sup>78</sup> Hegel, G. W. F., *Phänomenologie des Geistes*, Suhrkamp, Frankfurt am Main 1970, s. 478; český překlad: týž, *Fenomenologie ducha*, přel. J. Patočka, Nakladatelství ČSAV, Praha 1960.



způsobem objekty povstávají z práce s konkrétními fenomény, jako jsou posloupnosti znaků. Zdá se však, že v tomto obratu zase podcenil sílu, s níž je relativně *bezprostřední* práce se znaky s to dát předmětům matematiky apodiktickou jistotu, tj. do jaké míry musí nakonec tvrzení o *konečné* manipulaci s *konečnými*, dobře definovanými objekty v názoru tento názor *nekonečně* překračovat. Jeho slavná stať „O nekonečnu“,<sup>79</sup> jejíž relevantní pasáže lze nalézt níže, představuje každopádně jedinečný příspěvek k diskutovanému problému.

Jak jsme již několikrát naznačili, Cantorova teorie množin se na jeho řešení, přinejmenším v našem čtení, nepodílí nikoli proto, že vede ke sporům, ale proto, že jsou její spory zpravidla projevy hlubší *nedourčenosti*, která je na povrchu formálně maskována manévry stanovování identit a postupného generování nekonečného kvanta, jež však zůstávají jen *fiktivními* určeními. Tato fiktivnost je z pojmu reálného čísla, definovaného skrze *libovolnou* posloupnost přirozených čísel, přenesena na samotný pojem (pod)množiny, jež je definována jako *libovolná* skupina objektů, resp. skupina objektů *libovolně* vyčleněná z již konstituovaných totalit. Podstatnější než paradoxy Cantorova a Russellova typu, které mají reálný základ v dezinterpretaci transcendentálních určení (přenesení konstitutivních předpokladů kvanta, jako je zvětšitelnost, na kvantum samotné), jsou proto problémy, které, ač ne nutně paradoxní, ukazují na mezery v samém pojetí nekonečného kvanta. Zcela zásadní, z pojmového i historického hlediska, je zde *hypotéza kontinua*, podle níž se mezi velikostmi přirozených a reálných čísel už nenachází žádná jiná, tj. v případě  $R$ , resp.  $P(N)$  se jedná o první větší nekonečné kvantum po velikosti  $N$ . Skutečnost, že se tento problém dosud – až na některá negativní vymezení – nepodařilo vyřešit, resp. vyjevilo se, že toto řešení není na bázi obecně přijímaných předpokladů ani možné, ukazuje k základnímu a zjevně nepřekonatelnému nedourčení elementárních pojmů: hypotézu nejenže nelze – ve vztahu ke standardním axiomům – jednoznačně zodpovědět, ale otázka, jak velké je  $P(N)$  ve vztahu k  $N$ , připouští neomezené množství odpovědí, což připomíná situaci, v níž bychom se ptali, kolik má nějaká fiktivní

---

<sup>79</sup> Hilbert, D., „Über das Unendliche“, c. d.

postava, např. Hamlet, na hlavě vlasů. V tomto ohledu platí Hegelova kritika „špatného“ nekonečna i pro řeč o nekonečně velkém, jak to pěkně dokládá i následující vyjádření Weylovo:

Teorie množin odsunula stranou všechny takové idealistické obavy, které se pojí s úvahami o tom, jak jediné mohou být množiny ze své podstaty dány. Věří totiž, že se jí u nekonečna, nekonečně mnoha prvků nebo podmnožin za všech okolností podaří na otázku „existuje, nebo ne?“ najít odpověď v o sobě existujícím stavu věcí, jakkoli se snad našemu rozumu podaří přeměnit tuto němou a temnou odpověď v odpověď výslovnou a zřejmou jen díky šťastně zvolené matematické metodě. „O sobě“ nebo „před Bohem“ je to všechno do posledního detailu určeno. Tento absolutismus existence je ovládán podobnou vírou jako názor, že běh námi spoluzakoušeného vnějšího světa nemá sám v sobě žádnou vágnost, jakkoli se našemu názoru daří postihovat prostorové body a kvality vždy jen formou nedokonalého přibližování, a nikdy je není s to vymezit s absolutní přesností.<sup>80</sup>

Konstruktivističtí kritici Cantora umožňují takto diagnostikovanou situaci řešit potud, pokud poukazují na formálnost jím definovaných vztahů lhostejnosti, primárně u reálných čísel, a požadují jejich doplnění. V tomto ohledu je Weylovo stanovisko mimořádně relevantní, zvláště když opouští potencialistické představy o nekonečnu a směřuje k *definitnosti* jistých určení a k vědomí toho, že reálná čísla je v jejich celku třeba zachycovat volněji, v rámcově *indefinitním* smyslu, jak ho anticipoval Brouwerův pojem „spočetně nedokončené“ totality, podle něhož je určitým způsobem vymezitelné vždy jenom jejich spočetné, tj. přirozenými čísly indexovatelné množství, které lze ale vždy překonat či rozšířit jiným definitním určením.

---

<sup>80</sup> Weyl, H., „Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik“, c. d., oddíl II, viz níže.

V základu Brouwerových pokusů o revizi cantorovské matematiky je přitom koncept „volné výběrové posloupnosti“, který se na jedné straně drží představy, že rozvoj nějaké nekonečné řady, např. při popisu reálného čísla, nemusí být dán *pevným zákonem*, tj. je třeba ponechat prostor pro překračování zvolených mezí, zároveň je ale tato svoboda svobodou *tvůrčího subjektu*, nikoli jeho kontingentního vztahu k předem a „o sobě“ dané realitě transfinitem, kterou může lidská mysl pouze nedokonale odkrývat. Formální rozdíl oproti Cantorovi spočívá v tom, že se s danými posloupnostmi pracuje vždy jen na bázi dosud, tj. v daném čase či situaci, vytvořeného *konečného úseku*, což má – při přijetí dalších principů pojmotvorby – za následek platnost některých vět, které jsou z Cantorova hlediska zjevně nepravdivé, mezi nimi té, že kontinuum *nelze* rozdělit na dvě disjunktní části, či drastičtěji, že každá totální funkce na kontinuu je spojitá. Racionále jejich zdůvodnění snadno vyplyne z náznaku alternativního důkazu, který Brouwer podává pro nespočetnost reálných čísel založených na volném výběru: Máme-li totální funkci  $f$  z  $R$  do  $N$ , musí být hodnota  $f(x) = n$  vypočtena na základě nějakého počátečního úseku čísla  $x$ , což ale znamená, že je všem číslům s tímž počátečním úsekem přiřazeno totéž  $n$ . Funkce  $f$  tudíž nemůže být jedno-jednoznačná a důkaz je hotov. Na analogické, byť komplikovanější úvaze je pak založen i důkaz spojitosti totálních funkcí: Jelikož je okolí bodu standardně určeno nějakým počátečním úsekem jeho rozvoje (tj. okolí tvoří všechna čísla, která se s daným bodem v daném úseku shodují), nemůžeme se při výpočtu hodnot funkce pro body z okolí  $x$  podstatně odchýlit od  $f(x)$ , a  $f$  tak musí být spojitá. Z této věty již přímo plyne nemožnost rozdělení kontinua na dvě části  $(A, B)$ , neboť to by mělo za důsledek existenci totální, ale nespojitě (skokové) funkce  $f$  takové, že

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{jestliže } x \in A \\ +1 & \text{jestliže } x \notin A. \end{cases}$$

Brouwerova koncepce intuitivní matematiky inspirovala Oskara Beckera k výkladu pojmu matematického nekonečna na pozadí Heidegge-

rovy „fenomenologické hermeneutiky“, vůči níž obráží koncept „volné výběrové posloupnosti“ *dějinný čas*, v němž se, na rozdíl od *času přírodního*, matematik skrze nutnost neustálé volby znovu a znovu vztahuje ke své smrti:

Označujeme-li výběrovou posloupnost za posloupnost, která „*volně nastává*“, přivádí nás to ke společné charakteristice. *Nastávat volně* – to může pouze duch, dějinné bytí. Svoboda nastávání je v podstatě svoboda tvůrčí činnosti, ale u posloupnosti je svobodou *výběru*, který „vytváří“ další člen posloupnosti. [...] O tom, zda se to které číslo stane součástí posloupnosti, není rozhodnuto, ani „o sobě“. Posloupnost není ovládána žádným „věčným zákonem“. Právě proto je posloupnost „autenticky časovým“ fenoménem. [...] Tyto vztahy můžeme uvést do souvislosti s *lidskou smrtelností*, neboť člověk jako matematik nutně zemře ještě předtím, než přivedl posloupnost ke konci. Ať se zaměří na jakkoli vzdálený člen utvářející se posloupnosti, rozhodnutí může být v každém případě učiněno teprve později: mimo naplánovaný cíl, v oblasti „již-ne“ zacílené intence. Kdyby byl člověk nesmrtelný, neexistoval by rozdíl mezi volnou a zákonem danou posloupností.<sup>81</sup>

Co se zde rozvíjí, byť v novém kontextu heideggerovské analýzy „pobytu“, je opět dialektika pohybů „o sobě“ a „pro sebe“, která upozorňuje, že postupně ustanovený protiklad „libovolné posloupnosti“ v Cantorově duchu a „posloupnosti dané zákonem“ ve smyslu nějakého schematického předpisu může nakonec zkolabovat zpět do původní bezprostřednosti, když si – třeba i ve stylu Wittgensteinových pozdějších úvah o řízení se pravidlem – nedostatečně uvědo-

<sup>81</sup> Becker, O., *Mathematische Existenz. Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene*, Niemeyer, Tübingen 1973, s. 229. Český překlad části, včetně citovaného místa, viz níže, týž, „Filosofický problém matematické existence“, s. 495–535.

míme, že „zákon“ je zákonem vždy jen potud, pokud jej dokážeme v dané historické situaci *našich sdílených* normativních praktik (či našeho „společného-bytí-ve-světě“) zjednat, tj. jeho nutnost je nutností relativní, dějinnou.

To se fakticky stává *teorii rekurze*, která má čitelné finitistické, tedy hilbertovské pozadí, na němž lze pak některé Brouwerovy pojmy modelovat podstatně přehlednějším způsobem. Nevýhodou této přehlednosti je příležitostné vytěsnění „dějinné časovosti“, a tedy možnost upadnutí do modu „o sobě“ ve sféře osamostatněné, a tedy „špatné“ *konečnosti* schematických předpisů, jako nedialektického kontrastu k „špatné“ *nekonečnosti* Cantorových ne-konečných „monster“. Výhody tohoto postupu z hlediska dialektického upřesnění či rozvinutí Cantorových úvah jsou ale zřejmé: Cantorovo pojetí ne-spočetnosti coby mohutnosti převyšující velikost totality přirozených čísel se v rekurzivní analýze nahradí pojmem *rekurzivní nespočetnosti* coby *nemožnosti* vyčíslit jistou podmnožinu přirozených čísel rekurzivními, tj. mechanicky kontrolovatelnými prostředky. To přirozeně neindukuje vyšší mohutnost v Cantorově smyslu, neboť podmnožiny přirozených čísel jsou z jeho hlediska vždy „pouze“ spočetné. Tím je uzavřena i cesta k vyšším hierarchiím nekonečna, přičemž rozdíl mezi reálným a přirozeným kvantem není rozdíl většího či menšího kvanta, tj. *kvantitativního nekonečna*, ale rozdíl *nekonečna kvalitativního*, plynoucí z odlišnosti jejich vnitřní konstituce.

Problémy rekurzivního, schematického postupu jsou dány jeho jednostranností, tedy vystupují do popředí pouze tehdy, jsou-li vyňaty ze základní dialektiky stanovování pevných mezí a jejich následného překonávání, pro které „nemáme žádný osvětlený a předvídatelný horizont“.<sup>82</sup> Daný spor lze popsat spolu s Beckerem i takto:

Ukazuje se, že formální struktura dějinného času je zatížena pozoruhodným paradoxem. Do té míry, do jaké je *formální*, je nečistá, obsahuje cizorodý, ne-dějinný moment – do té míry,

---

<sup>82</sup> Tamt., s. 231, viz níže.

v níž je dějinná, je formálně zcela neuchopitelná: konkrétní výkon nemá žádnou pospolitost formy.<sup>83</sup>

Konstruktivisté jako Weyl a Lorenzen se tento paradox pokoušejí řešit tím, že na rozdíl od rekurzivních teoretiků nesvazují určitost reálného kvanta s mechanickými kritérii kontroly, jak je teoreticky opisuje idea Turingova stroje a na ní založený počítač, ale nechávají tato kritéria částečně otevřená, nikoli v Cantorově fiktivním smyslu jejich naprosté nezávislosti na *našich* rozlišeních ani v Brouwerově smyslu jejich výhradní závislosti na solipsistické libovůli tvůrčího *já*, ale ve smyslu proměnlivosti toho, co *my* sami považujeme za dostatečně konkrétní určení nějaké nekonečné posloupnosti. Pokus o vyvážení uvedených extrémů, tedy i vědomí nutné dějinnosti užitých pojmů, činí pak ze jmenovaných představitelů konstruktivistické školy, přinejmenším v omezení na matematiku, právě následovníky Hegelovy, jak to ukazuje i následující dialektický závěr níže zařazené Weylovy statě:

Je tedy jistě velmi užitečné, že Brouwer znovu posílil náš smysl pro názorně dané v matematice. Jeho analýza zřetelně vyslovuje obsah původní matematické intuice, a je tak prozářena jasností zbavenou všech hádanek. Avšak vedle té Brouwerovy musíme sledovat též Hilbertovu cestu, neboť nelze popřít, že v nás dřímá fenomenálně zcela nepochopitelná teoretická potřeba, jejíž touhu tvořit, zaměřenou na symbolickou reprezentaci transcendentna, je třeba uspokojit.<sup>84</sup>

Právě tímto reflektovaným způsobem, nikoli tím, že by nabízené odpovědi byly definitivní či v nějakém podstatném smyslu nerevidovatelné, umožňují Weyl a jeho následovníci plné, či přinejmenším plnější rozvinutí pojmu *spojitosti* coby konstitutivního momen-

<sup>83</sup> Tamt., s. 232, viz níže.

<sup>84</sup> Weyl, H., „Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik“, c. d., oddíl V, viz níže.

tu bytí-zde, z ne-omezené (negativní) rozvinutelnosti jeho reprezentace do kvantitativního určení, jemuž na té nejkonkrétnější rovině odpovídá pojem reálného čísla. Anabáze jeho konstituce je, jak jsme viděli, také anabází odlišení pravého nekonečna od nekonečna špatného v celku všech pojmových a historických souvislostí, jak jsme je naznačili výše.

#### 4. Shrnutí

Uvedené poznámky se pokusily naznačit, v jakém ohledu lze dále předložené reprezentativní texty a diskuse chápat prizmatem Hegelovy filosofie a „logických“ termínů, jež tato filosofie razí coby fáze vývoje ducha v nutné historicitě a proměnlivosti jeho určení, a to jak obecně, tak v kontextu otázek matematického nekonečna. To není přirozeně možné bez znalosti pojmových a jiných detailů, které jsme v textu mohli pouze naznačit a v celistvosti se pak odvolat jak na některé z níže shromážděných statí, tak na monografii *Filosofie čísla*,<sup>85</sup> v níž jsou podrobně diskutovány jak z hlediska stávajícího obsahu poznání, tedy „o sobě“, tak v jejich rozvoji, tedy z hlediska proměnné „podstaty“ příslušných pojmů, prominentně *pojmu čísla*.

Texty samy jsou v knize členěny do tří skupin, z nichž ta první zahrnuje klasické příspěvky, počínaje Aristotelovými poznámkami o nekonečnu spolu s jeho a Simplikiovou reprodukcí Zénónových paradoxů, přes Berkeleyho slavnou kritiku Newtonova kalkulu za jeho neopatrné zacházení s nekonečně malým, Kantovu diskusi dvou základních antinomií čistého rozumu a jejich řešení, zohledňující regulativní charakter nekonečnosti, po výsek Hegelova textu z *Vědy o logice* věnovaný nekonečnu v matematice. Ve druhé skupině jsou shromážděny texty matematiků, kteří mají, jak jsme opakovaně zmínili, tendenci upadat do modu „o sobě“, lhostejno zda jako Bolzano ohledně nezávislé *existence* věcí, jako Cantor vůči pojmovým určením

---

<sup>85</sup> Kolman, V., *Filosofie čísla. Základy logiky a aritmetiky v zrcadle analytické filosofie*, Filosofia, Praha 2008.

typu *identity* či *utváření množin*, jako Poincaré ohledně bezprostředního, názorného charakteru *potenciálního nekonečna*, resp. rekurzivních definic, či ohledně vztahu *axiomatických* teorií k tomu, co axiomatizují, jak k tomu inklinuje raný Hilbert.

Weylovy a Lorenzenovy příspěvky v tomto kontextu jednoznačně představují fáze vyššího sebe-uvědomění, vstřebání a pozdvižení předchozích rozdílů, které si nicméně také nemusí být vždy vědomo všech nedostatků plynoucích z konvenčnosti, tj. přímé nezdůvodnitelnosti jistých rozlišení. K těm patří – nutno říci, že zcela mimo záběr vybrané statě – i *logické spojky* v rámci Lorenzenova pozdějšího pokusu „racionální“ revize kvantitativní řeči ustanovením fixních pravidel užití výrazů jako „každý“ a „některý“. Výhoda Lorenzenova programu *dialogické logiky*, v níž by veškeré poznání, včetně matematiky přicházelo k sobě, spočívá každopádně v tom, že je sociálně ukotvena, zohledňuje tedy širší komunikační rozměr, v němž teprve podle Hegela k něčemu jako sebe-vědomí, tedy i k rozvoji pojmů dochází, byť se v Lorenzenově pokusu jedná do značné míry o ryze formální, schematický projekt.

Třetí skupina proto obsahuje texty, v nichž jsou tyto formální mantinely různou měrou překonávány již tím, že se v nich matematická určení typu čísla či spojitosti neuvažují jako samostatné problémy, ale po Hegelově vzoru vždy relativně, ve vztahu k dalším oblastem poznání, a to v kvalitativně odlišných koncepcích, jako je *realismus* Russellův, Peircova a Bergsonova verze *evolucionismu*, Jamesův *pragmatismus*, *hermeneutický* přístup Beckerův či *jazykově-analytický* postoj Wittgensteinův. V nějakém ohledu se samozřejmě jedná a musí jednat o členění umělé, takže by se mohlo třeba zdát, že text Bertranda Russellův pro svůj přímočarý objektivismus fakticky náleží spíše do druhé části antologie. Na druhou stranu Russellův sklon prohlašovat interně matematická řešení problémů typu Zénónových paradoxů za okamžitá překonání rozporu lze chápat také jako čitelný projev „lsti rozumu“, díky níž v konečném sledu dospějeme – v indukované jednotě myšlení a bytí – k přesnému opaku toho, co jsme zamýšleli. Peircův text zase kromě toho, že představuje jistou naturalizaci Hegelovy vývojové filosofie, když ji klade, v rámci tzv. *tychismu*, do kontextu evoluce přírodní, v níž je *spor* coby hybatel vývoje nahrazen *náhodou*, považuje



nekonečně malé a s ním spřízněnou ideu spojitosti za způsob, jímž lze překonat dualismus mysli a hmoty v rámci tzv. *synechismu*, jenž spolu s *agapismem* coby naukou, podle níž je celkový vývoj naturalizovaného ducha příznivý, tvoří tři hlavní principy jeho mimořádně originální filosofie. Text Oskara Beckera reprezentuje zase ojedinělý pokus o rekonstrukci pojmu nekonečna z fenomenologicko-hermeneutických pozic na bázi důkladného rozboru „časovosti“ u Aristotela a také u Heideggera v období předcházejícím jeho *Bytí a času*,<sup>86</sup> zatímco Wittgensteinovy poznámky hledají původ uvažovaného pojmu v proměnném, a přesto pevném užití jazyka a reflexi jeho možností. Stekeler-Weithoferova studie *Hegelova filosofie matematiky* uzavírá celý výběr nejen fakticky, ale i formálně, neboť představuje interpretačně odvážný a zároveň poučený výklad těch pasáží Hegelovy *Vědy o logice*, v nichž se diskutuje pojem nekonečného kvanta a které jsou bez podrobného studia a vstřícného čtení obtížně rozluštitelné. Pro další exegetické detaily nad rámec výběru se čtenář může obrátit na Stekeler-Weithoferův starší komentář k Hegelově „Malé logice“, tj. první části jeho *Encyklopedie*, jenž vyšel před více než dvaceti lety pod názvem *Hegelova analytická filosofie*.<sup>87</sup>

Je asi zbytečné dodávat, že od žádného z předložených textů, stejně jako od editorova komentáře, nemůže čtenář čekat úplné vysvětlení či shrnutí problémů, které jsou s problematikou nekonečna, speciálně pak s jeho „špatnou“ variantou, spjaty. Jedná se o pouhé dílčí nástroje k jejich samostatnému uchopení způsobem, který umožní rozvinout otázky určení kvanta směrem k otázkám reflexivního charakteru našeho jazyka a proměn ducha, jež jazyk podle Hegela zpřítomňuje.

<sup>86</sup> Heidegger, M., *Sein und Zeit, Sonderdruck aus Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung, Band VII* [sic, ve skutečnosti se jedná o sv. 8], Niemeyer, Halle 1927; český překlad: týž, *Bytí a čas*, přel. I. Chvatík, P. Kouba, M. Petříček a J. Němec, OIKOYMENH, Praha 2002.

<sup>87</sup> Stekeler-Weithofer, P., *Hegels analytische Philosophie. Die Wissenschaft der Logik als kritische Theorie der Bedeutung*, Schöningh, Paderborn 1992.

