

### Zkoušková písemka z NMAA102 - 12.7.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n} + \sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{n} - \sqrt[4]{n}}{\sqrt{n}}.$$

2.(10 bodů) Spočtěte integrál

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 2x + 2}} dx.$$

3.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci a **absolutní** konvergenci integrálu

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{1+x}} dx.$$

4.(10 bodů) Nalezněte všechna řešení rovnice

$$xy' + y = 2y^2x \log x$$

s počáteční podmínkou  $y(1) = 1$ .

5.(10 bodů) Nechť  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  je spojitá a omezená. Mějme

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt, \quad G(x) = \int_{-x}^x f(t) dt \quad \text{a} \quad H(x) = \int_0^{x^2} f(t) dt.$$

Spočtěte  $F'(x)$ ,  $G'(x)$  a  $H'(x)$ . (Tedy je vyjádřete jako funkce obsahující výrazy jako  $f(x)$ , ale ne limitu).

Přeji Vám mnoho štěstí.