

Zkoušková písemka z NMAA102 - 28.6.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{3^n + 1} - \sqrt[3]{3^n - 1}).$$

2.(10 bodů) Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{x + \sqrt{5x - 4}}{15x + 9} dx$$

na maximálních možných intervalech.

3.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci integrálu

$$\int_0^{\infty} \frac{|\log x|^a}{x^2 - 1} dx$$

a) pro $a = 1$, b) v závislosti na $a > 0$.

4.(10 bodů) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$y' = \sqrt[4]{y} x e^{x^2}.$$

5.(10 bodů) Nechť $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ je spojitá. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

a) Nechť $\int_1^{\infty} \frac{f(x)}{x^a} dx$ konverguje pro všechna $a > 0 \implies \int_1^{\infty} f(x) dx$ konverguje.

b) Nechť f je klesající a $\int_1^{\infty} f(x) dx$ konverguje $\implies \int_1^{\infty} \frac{f(x)}{x} dx$ konverguje.

c) Nechť f je libovolná a $\int_1^{\infty} f(x) dx$ konverguje $\implies \int_1^{\infty} \frac{f(x)}{x} dx$ konverguje.

Přeji Vám mnoho štěstí.