

Zkoušková písemka z NMAA102 - 21.6.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\arctan a)^n}{n + \sqrt{n}}$$

a) pro $a = 1$, b) v závislosti na parametru $a \in \mathbf{R}$.

2.(10 bodů) Spočtěte integrál

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\log^3 x + 2 \log x)} dx.$$

3.(10 bodů) Spočtěte objem tělesa

$$T := \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3 : x \geq -5, y^2 + z^2 \leq x^2, y^2 + z^2 \leq 2 - x\}.$$

4.(10 bodů) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$2xy' + \frac{y}{\log x} = y^3.$$

5.(10 bodů) Nechť $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ je spojitá funkce a $a_n = \int_{n-1}^n f(x) dx$. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

a) Nechť f je klesající a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje $\implies \int_0^{\infty} f(x) dx$ konverguje.

b) Nechť f je libovolná a $\int_0^{\infty} f(x) dx$ konverguje $\implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.

c) Nechť f je libovolná a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje $\implies \int_0^{\infty} f(x) dx$ konverguje.

Přeji Vám mnoho štěstí.