

Zkoušková písemka z NMAA102 - 14.6.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a^{n^2}}$$

a) pro $a = 2$, b) v závislosti na parametru $a > 0$.

2.(10 bodů) Spočtěte integrál

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x - 2 \sin^4 x} dx.$$

3.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci a **absolutní** konvergenci integrálu

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan x \cdot \sin(\pi x)}{x^4 - x^2} dx.$$

4.(10 bodů) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$y'' + 2y' + y = 6xe^{-x} + x^2.$$

5.(10 bodů) Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel takové, že $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

a) Nechť $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje $\implies \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje.

b) Nechť $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje $\implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.

Přeji Vám mnoho štěstí.