

### Zkoušková písemka z NMAA102 - 7.6.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci i **absolutní** konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+n+10} \sin n.$$

2.(10 bodů) Spočtěte integrál

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{e^{4x} + e^{2x}} dx.$$

3.(20 bodů) Spočtěte objem tělesa

$$T := \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq \tan z, z \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]\}.$$

4.(10 bodů) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}.$$

**Nezapomeňte určit na jakém intervalu je to řešení.**

5.(10 bodů) Necht  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  je posloupnost reálných čísel. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

a) Necht  $a_n \geq 0$  a  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konverguje  $\implies \sum_{n=1}^{\infty} \sin(a_n)$  konverguje.

b) Necht  $a_n \geq 0$  a  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(a_n)$  konverguje  $\implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konverguje.

c) Necht  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konverguje  $\implies \sum_{n=1}^{\infty} \sin(a_n)$  konverguje.

Přeji Vám mnoho štěstí.