12.1: X = zisk z 1 hry ... $-100, 100, 200, 300$

$\mathbb{P}(Y=0) = \mathbb{P}(X=-100) = \binom{3}{0}\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$

$\mathbb{P}(Y=1) = \mathbb{P}(X=100) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$

$\mathbb{P}(Y=2) = \mathbb{P}(X=200) = \binom{3}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{15}{216}$

$\mathbb{P}(Y=3) = \mathbb{P}(X=300) = \binom{3}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{1}{216}$

Y = počet úspěchů
v binomické
$Bi(3, \frac{1}{6}$

$X = g(Y)$ ... $0 \to$
$1 \to$
$2 \to$
$3 \to$

$\mathbb{E}X = -100 \cdot \frac{125}{216} + 100 \cdot \frac{75}{216} + 200 \cdot \frac{15}{216} + 300 \cdot \frac{1}{216} \doteq -7{,}87$

[ruleta: sázka na červenou: $\nearrow +1$ ... $\frac{18}{37}$
$\searrow -1$ ... $\frac{19}{37}$

$\mathbb{E}X = -\frac{1}{37}$

$1 \to +1$ (martingalová strategie ...)

$\searrow -1 \to 2 \to +1$

$\searrow -3 \to 4 \to +1$

$\searrow -7 \to 8 \to +1$

$\searrow -15 \searrow \searrow \searrow \searrow$]

Hlasovací otázka 10: maximalizujme střední $\underbrace{\text{bodový zisk}}_{BZ}$

$\mathbb{P}(\text{správně}) = \frac{1}{3}$, $\mathbb{P}(\text{špatně}) = \frac{2}{3}$

malá: $\mathbb{E}(BZ) = \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{7}{3}$ $\boxed{A}$

střední $\frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{6}{3}$

vysoká $\frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{2}{3} \cdot 0 = \frac{5}{3}$

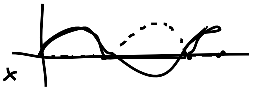
Pozn.: $\sum_{k=-\infty}^{\infty} k p_k$ ... jak interpretovat?

$" \left(\sum_{k=0}^{\infty} \underbrace{k p_k}_{\geq 0}\right) - \left(\sum_{k=-1}^{-\infty} \underbrace{(-k) \cdot p_k}_{\geq 0}\right)$ ... nesmíme se dost
do situace $+\infty - \infty$

žádné přerovnávání
$\left[\underbrace{k \cdot p_k + (-k) \cdot p_k}_{0}\right] +$

$f^+(x) = \max\{f(x), 0\}$, $f^-(x) = +|\min(f(x), 0)|$

$f(x) = f^+(x) - f^-(x)$ $\quad \int f(x)\,dx = \int f^+(x)\,dx - \int f^-(x)\,dx$



12.2: X = počet různých dnů narození ve skupině n lid

$\mathbb{E}X = ?$ $\boxed{X = \sum_{i=1}^{365} Y_i}$ $Y_i = \begin{cases} 1 & \text{... } i\text{-tý den má něk} \\ & \text{naroz} \\ 0 & \text{... jinak} \end{cases}$

↳ „indikátor"

$$\mathbb{E}X = \mathbb{E}\sum_{i=1}^{365} Y_i = \sum_{i=1}^{365} \mathbb{E}Y_i$$

$$\mathbb{E}Y_i = 1 \cdot \mathbb{P}(Y_i = 1) + 0 \cdot \mathbb{P}(Y_i = 0) = \mathbb{P}(Y_i = 1) = 1 - \underbrace{\left(\frac{364}{365}\right)^n}_{i\text{-tý den n}}$$

$$\Rightarrow \mathbb{E}X = 365 \cdot \left(1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n\right)$$

12.3: $X \sim Bi(n, p)$ X = počet úspěchů v n NZ experimen

$\mathbb{E}X = ?$ $X = \sum_{i=1}^{n} Y_i$ $Y_i = \begin{cases} 1 & \text{... v } i\text{-tém exp. ús} \\ 0 & \text{... jinak} \end{cases}$

$$\mathbb{E}X = \sum_{i=1}^{n} \underbrace{\mathbb{E}Y_i}_{1 \cdot p + 0 \cdot (1-p) = p} = \sum_{i=1}^{n} p = n \cdot p = \ldots = \sum_{k=0}^{n} k \cdot \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

12.4: X = počet přeživších bažantů

$X = \sum_{i=1}^{10} Y_i$ $Y_i = \begin{cases} 1 & \text{... } i\text{-tý bažant přežil} \\ 0 & \text{... jinak} \end{cases}$

$$?? \quad \mathbb{P}(Y_i = 1) = \sum_{k=0}^{10} \mathbb{P}(Y_i = 1, \text{ střílelo na něj } k \text{ lovců})$$