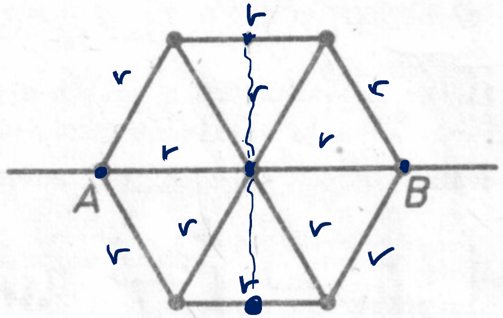
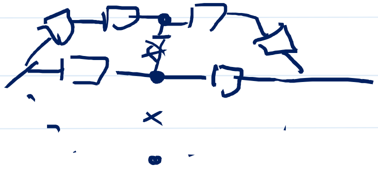
(S) 5.1.4. Určete odpor mezi body A a B pravidelného šestiúhelníku s uhlopříčkami podle obr.5.2. Odpor každého úseku mezi dvěma uzly je $\underline{r}$.

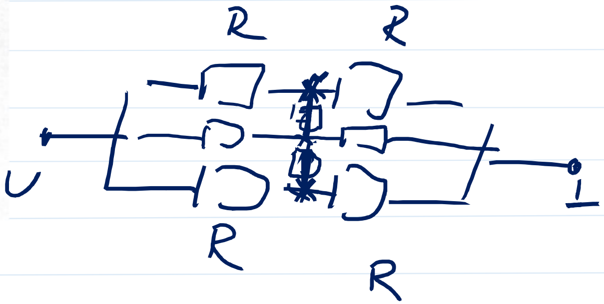


Obr.5.2

DÚ

$$R_{AB} = \frac{4}{5} r$$





(A) 5.1.33. Udejte podmínky rovnováhy na Thomsonově dvoj-mostu (obr,5.18) $\Rightarrow I = 0$

(a) v obecném případě $- \; X = \ldots$

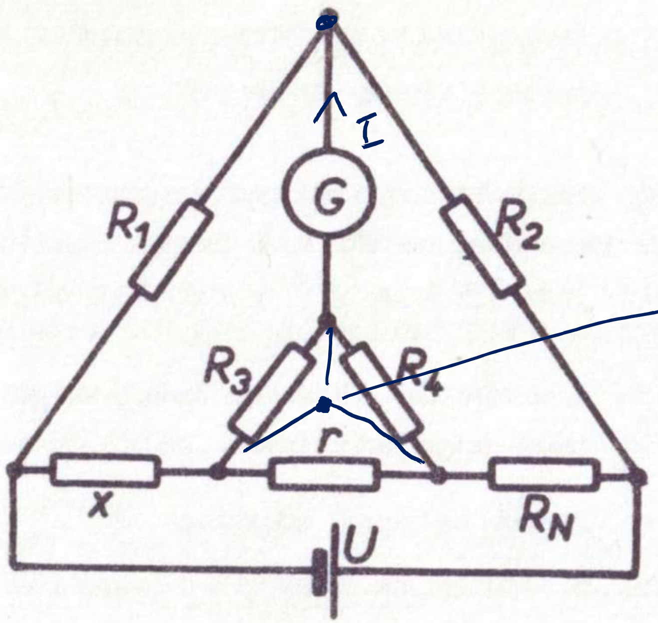
(b) v případě, že *r* je velmi malé

(c) v případě, že platí $R_1 = NR_3$, $R_2 = NR_4$.

DÚ

a) $$X = \frac{R_1}{R_2} R_N + \frac{r R_4}{R_3 + R_4 + r}\left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right)$$

$\Delta \rightarrow Y$

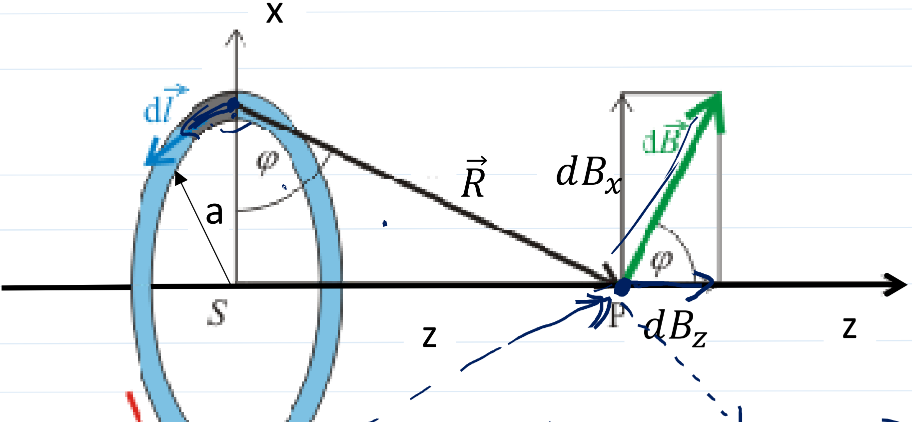


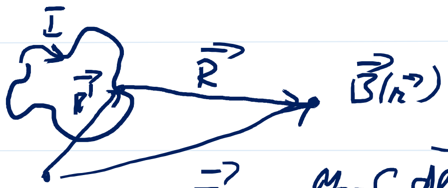
Obr.5.18

$d\vec{l} \perp \vec{R}$

Pole na ose kruhového závitu

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$





$\vec{B}(0,0,z)$ na ose $\vec{B}(z)$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{l}\,' \times \vec{R}}{R^3} \qquad \text{B. S.}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l}\,' \times \vec{R}}{R^3}$$

jen $B_z \neq 0$ na ose

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\,\cancel{R}}{R^{\cancel{3}2}}\cdot\cos\varphi \qquad \cos\varphi = \frac{a}{R}$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{4\pi}\frac{dl}{R^3} \qquad dl = a\,d\varphi$$

$$|\vec{B}| \underset{\text{na ose}}{=} B_z(z) = \oint_l dB_z = \frac{\mu_0 I a}{4\pi}\oint_l \frac{dl}{R^3} = \underbrace{\frac{\mu_0 I a}{4\pi (a^2+z^2)^{3/2}}}_{K} \overbrace{\oint_l dl}^{=2\pi a} = K\cdot a\int_0^{2\pi} d\varphi$$

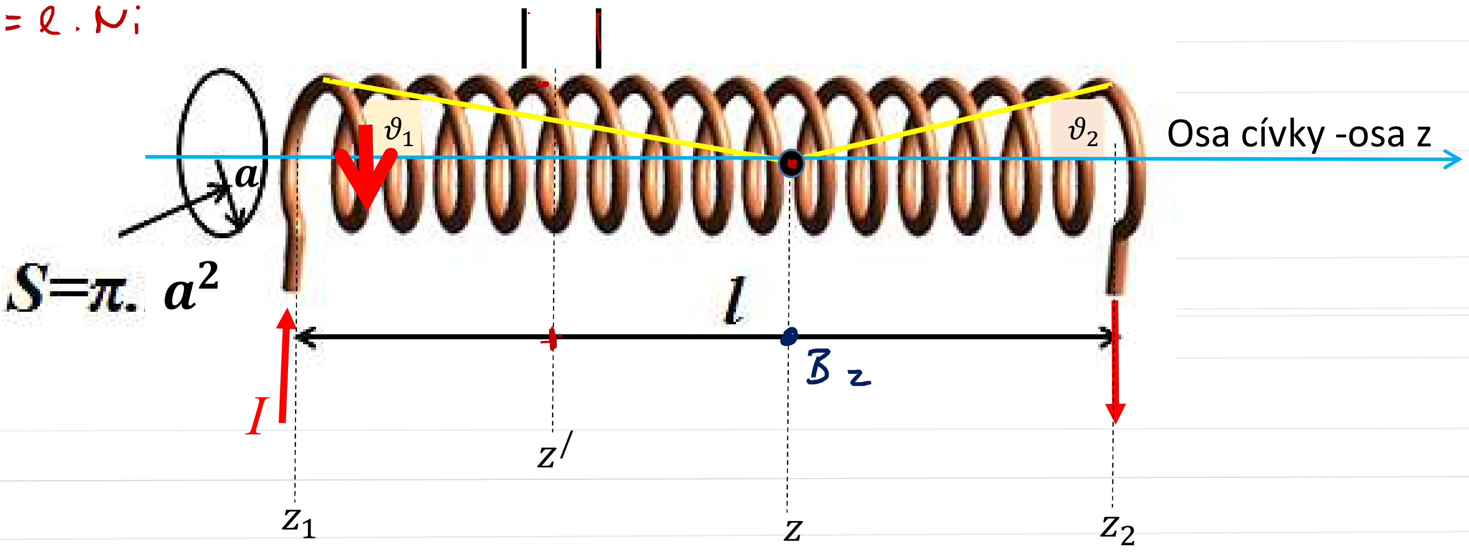
$$= \frac{\mu_0 I a^2}{2}\frac{1}{(a^2+z^2)^{3/2}}$$

Pole na ose cívky

N_i – hustota závitů

$N = l \cdot N_i$

dz' reprezentuje $N_i . dz'$ závitů



$$\cos\vartheta_1 = \frac{z - z_1}{\sqrt{a^2 + (z - z_1)^2}}$$

$$\cos\vartheta_2 = \frac{-(z - z_2)}{\sqrt{a^2 + (z - z_2)^2}}$$

$B(z)$

$$dB_z = \frac{\mu_0 a^2}{2} I \frac{1}{\left[a^2 + (z - z')^2\right]^{3/2}} \cdot N_i \, dz'$$

Příspěvek od závitů v místě z'

$$B = \int_{z_1}^{z_2} dB_z = \frac{\mu_0 N_i I}{2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{a^2}{\left(a^2 + (z - z')^2\right)^{3/2}} dz' = \frac{\mu_0 N_i I}{2} \cancel{\int} \frac{}{t^3}$$

$$\frac{z - z'}{a} = \sinh t$$

$$a^2 + \cancel{(z - z')^2} = \cancel{t^2}$$

$$\cancel{dt} = -2\cancel{(z - z')} \, dz'$$

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{a^2}{\left[a^2+(z-z')^2\right]^{3/2}}\, dz' = \int \frac{a^2\, dz'}{a^3\left[1+\frac{(z-z')^2}{a^2}\right]^{3/2}} =$$

Substituce $\boxed{\frac{z-z'}{a} = \sinh t}$ $\qquad 1+\sinh^2 t = \cosh^2 t$

$$-\frac{dz'}{a} = \cosh t \, dt \qquad \frac{1}{\cosh^2 t} = \operatorname{tgh}' t$$

$$= \int \frac{-\cosh t \, dt}{(1+\sinh^2 t)^{3/2}} = \int -\frac{1}{\cosh^2 t}\, dt = -\operatorname{tgh} t$$

$$\operatorname{tgh} t = \frac{\sinh t}{\cosh t} = \frac{\sinh t}{\sqrt{1+\sinh^2 t}}$$

$$= \frac{\mu_0}{2} N_i I \left[-\frac{(z-z')}{\sqrt{a^2+(z-z')^2}} \right]_{z_1}^{z_2} = \frac{\mu_0}{2} N_i I \left[\overbrace{\frac{-(z-z_2)}{\sqrt{a^2+(z-z_2)^2}}}^{\cos\gamma_2} + \overbrace{\frac{(z-z_1)}{\sqrt{a^2+(z-z_1)^2}}}^{\cos\gamma_1} \right]$$

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} N_i I \left(\cos\gamma_2 + \cos\gamma_1 \right)$$ konečná cívka

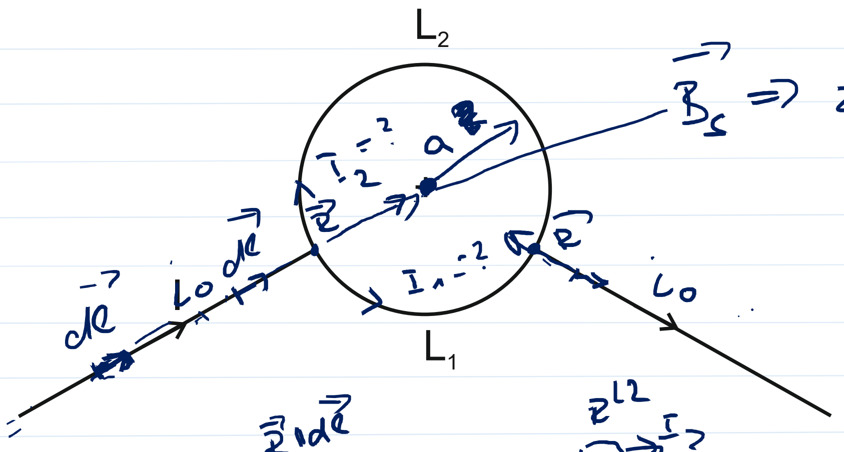
$l \to \infty$ $\quad N_i = \text{konst.}$ $\quad \to \quad \gamma_2, \gamma_1 \to 0$ $\quad \cos\gamma_1, \cos\gamma_2 \to 1$

Pro nekonečnou cívku (solenoid)

$$B_z = \mu_0 N_i I$$

(S) 3.1.1. K tenkému drátěnému kruhu o poloměru ~~R~~ a je přiváděn proud i_0. Nalezněte výraz pro indukci magnetického pole B ve středu kruhu, jestliže přívody dělící kruh na dvě části délky L_1 a L_2 jsou tvořeny dvěma nekonečnými vodiči umístěnými radiálně.

z předchozího $\quad B_z = \dfrac{\mu_0 I a}{4\pi}\dfrac{1}{(a^2+z^2)^{3/2}}\displaystyle\int_0^{2\pi} a\,d\varphi \quad\Big|\quad$ oblouk délky L: $\quad B^L = B_z \dfrac{L}{2\pi a}$



$\vec B_s \Rightarrow z = 0$

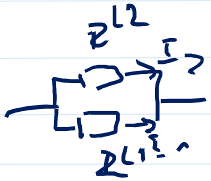
$I_1 + I_2 = i_0$

$$B_s = B_z^{L2} + B_z^{L1}$$

R_e – odpor na 1 metr

$$B_z^{L1} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\frac{a}{a^3}\cdot L_1 \quad\Big|\quad \frac{L_2}{L_1} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow L_1 I_1 = L_2 I_2$$

$\vec R \parallel d\vec l$



$$I_2 \cdot L_2 \cancel{R_e} = I_1 L_1 \cancel{R_e}$$

$$\vec B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_l \frac{d\vec l \times \vec R}{R^3}$$

$$i_0 = I_1 + I_2$$

$$B_z^{L2} = -\frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\frac{1}{a^2}L_2$$

$$d\vec B \sim \frac{d\vec l \times R}{R^3}$$

$$B_s = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{a^2}\left(I_1 L_1 - I_2 L_2\right) = 0$$

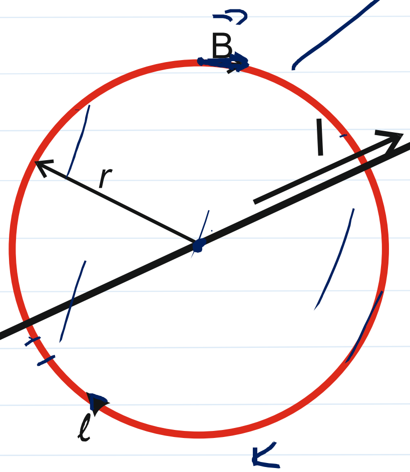
+ přívody → nepřispívají k B_s ve středu kruhu

Nekonečný tenký vodič protékaný proudem I

pomocí A. z.

$$\oint_\ell \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

kružnice v rovině $\perp$ k vodiči



$B = B(r)$

$\vec{B} \parallel d\vec{l}$

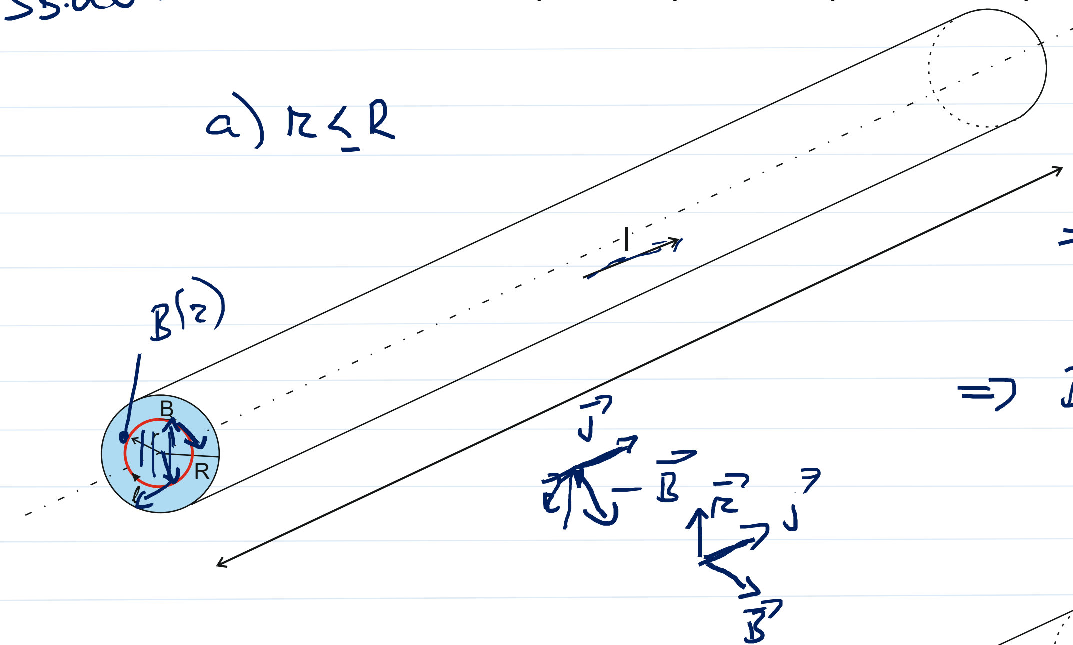
$$\oint_k \vec{B}\cdot d\vec{l} = B(r)\int_k dl = 2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow \underbrace{B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ Nekonečný válcový vodič o průměru ***R*** protékaný proudem ***I***, proudová hustota konstantní $J = \frac{I}{\pi R^2}$

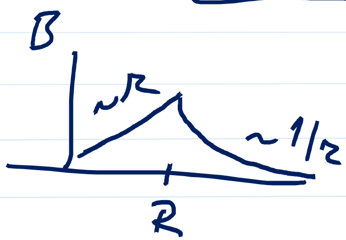
a) $r \leq R$



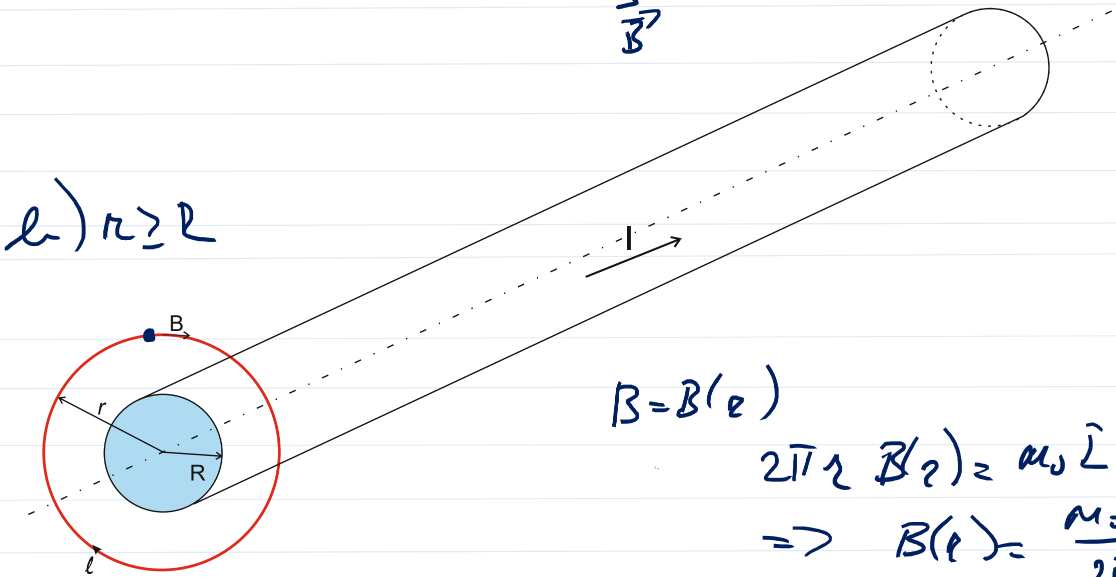
$$2\pi r\, B(r) = \mu_0 I' = \mu_0 J \cdot \pi r^2 = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$$

$$\Rightarrow \underline{B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{r}{R^2}} \qquad r \leq R$$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{2} J\, r \quad \Rightarrow \underline{\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{2} \vec{J} \times \vec{r}}$$



b) $r \geq R$



$$B = B(r)$$

$$2\pi r\, B(r) = \mu_0 I$$

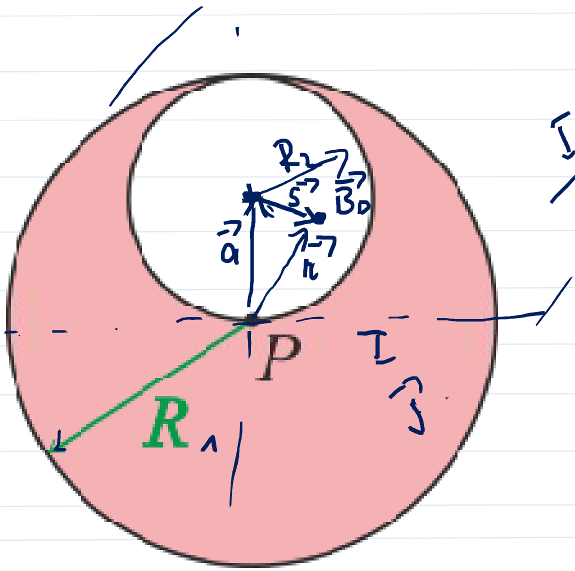
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad r \geq R$$

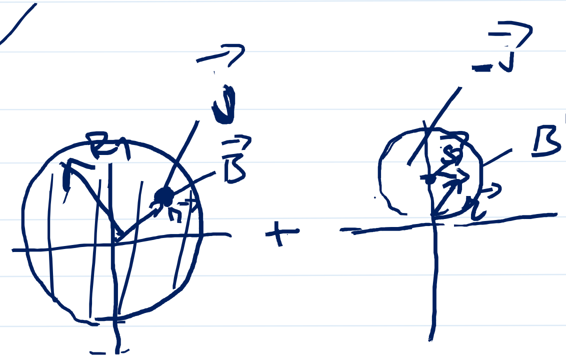
(S) 3.1.2. Určete magnetické pole ve válcovém otvoru (poloměr R_2) v nekonečném válcovém vodiči (poloměr R_1), kterým protéká proud i_0 rovnoměrně rozložený po průřezu s konstantní hustotou.

Dlouhá měděná tyč s poloměrem $\boldsymbol{R_1}$ má mimo svoji osu válcovou dutinu podél celé svojí délky tak, jak je znázorněno na obrázku. Vodičem protéká proud ***I***, který směřuje ven z obrázku, a je rovnoměrně rozložený v celém řezu vodiče. Nalezněte velikost a směr magnetického pole v dutině.

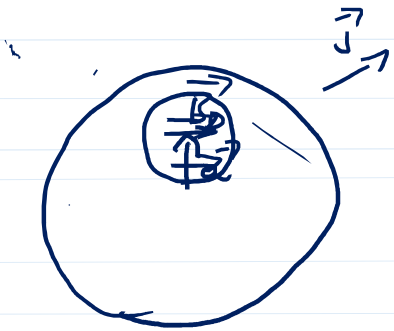
$\vec a + \vec s = \vec r$

$\vec B(\vec r) = \frac{\mu_0}{2} \vec j \times \vec r$





$J = \frac{I}{\pi(R_1^2 - R_2^2)}$



$$\vec B_D(\vec r) = \vec B(\vec r) + \vec B'(\vec r) =$$

$$= \frac{\mu_0}{2}(\vec j \times \vec r) + \left(-\frac{\mu_0}{2}\vec j \times \vec s\right) =$$

$$= \frac{\mu_0}{2}\left(\vec j \times (\vec r - \vec s)\right) = \frac{\mu_0}{2}\vec j \times \vec a$$

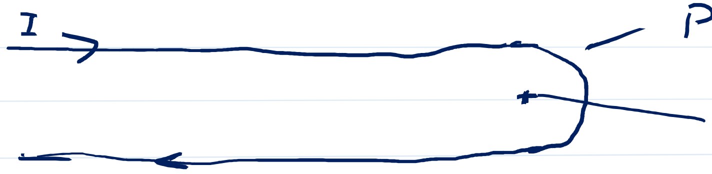
v dutině je homogenní pole

(U) Učebnice "Elektřina a magnetismus", kapitola 3.3.5 Příklady použití (str. 200).
a) Magnetické pole přímého vodiče (i vektorový potenciál)
~~b) Magnetická indukce na ose kruhového závitu~~
c) Magnetická indukce na ose solenoidu
~~d) Magnetická indukce toroidu~~

DÚ indukci mag. pole v bodě S

na R.S. zábavu

dva nekonečné vodiče + půlkruh

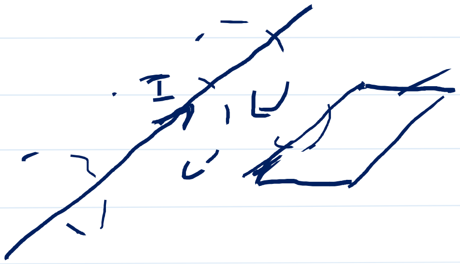


půlkruh

$B_S = ?$

---

obdélníková smyčka



Nekonečný vodič

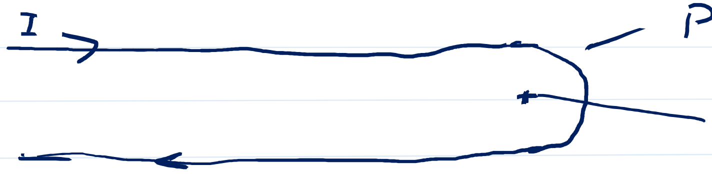
určete tok mag. indukce smyčkou, přesněji plochou smyčky

vodič a smyčka leží v jedné rovině

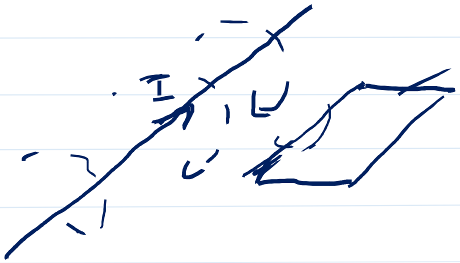
DÚ indukci mag. pole v bodě S

na B.S. zábou

dva nekonečné vodiče + půlkruh

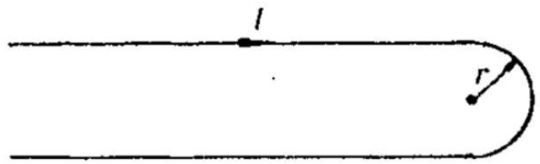


obdélníková smyčka



určete tok mag. indukce smyčkou, přesněji plochou smyčky

vodič a smyčka leží v jedné rovině



Obr. 3.36 Tvar vodivé smyčky pro výpočet magnetického pole v úloze U 3.11.

Ú 3.11: Nekonečný drát je ohnut do půlkruhu poloměru r, jak je naznačeno na obr. 3.36. Určete magnetickou indukci B ve středu půlkruhu za předpokladu, že drátem protéká proud I.

Ú 3.15: Vypočtěte magnetický tok Φ plochou čtverce o straně $a = 3$ cm umístěného vedle nekonečně dlouhého přímého drátu, jímž protéká proud $I = 15$ A. Jedna strana čtverce je rovnoběžná s drátem ve vzdálenosti 4 cm, protilehlá strana je od drátu vzdálena 5 cm.