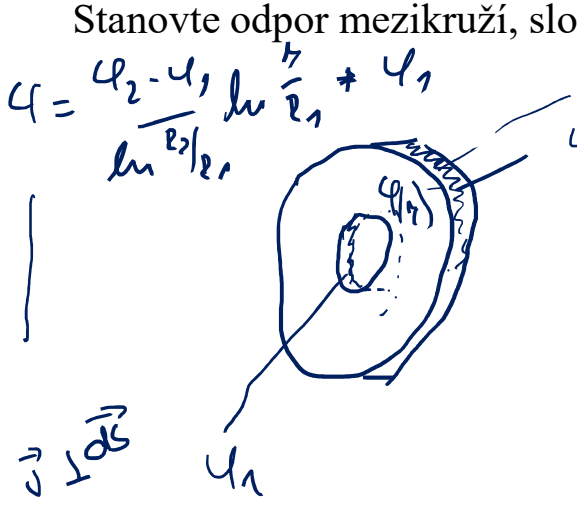
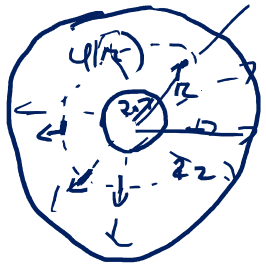
(S) 2.1.10. Z desky o síle t z materiálu o měrné vodivosti γ je vyříznuto mezikruží o vnitřním poloměru r_1 a vnějším r_2. Stanovte odpor mezikruží, slouží-li jako přívody proudu obě kružnice, kterými je omezeno.



$$\varphi = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\ln R_2/R_1} \ln \frac{r}{R_1} + \varphi_1$$

$\varphi_1 > \varphi_2$

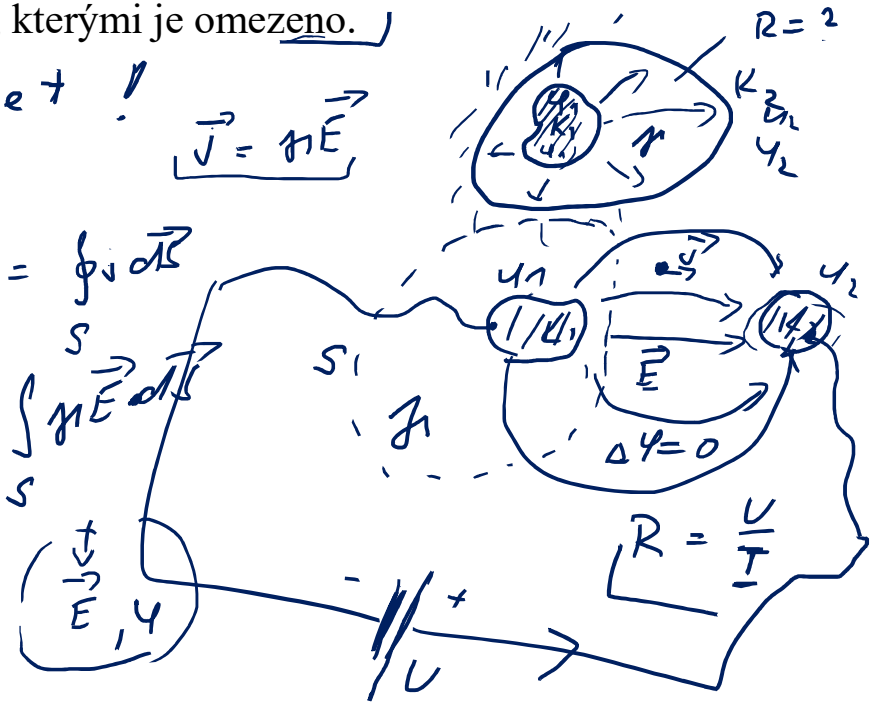


$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$

Rozmyslet !

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$I = \oint_S \vec{j}\, d\vec{S} = \int_S \gamma \vec{E}\, d\vec{S}$$

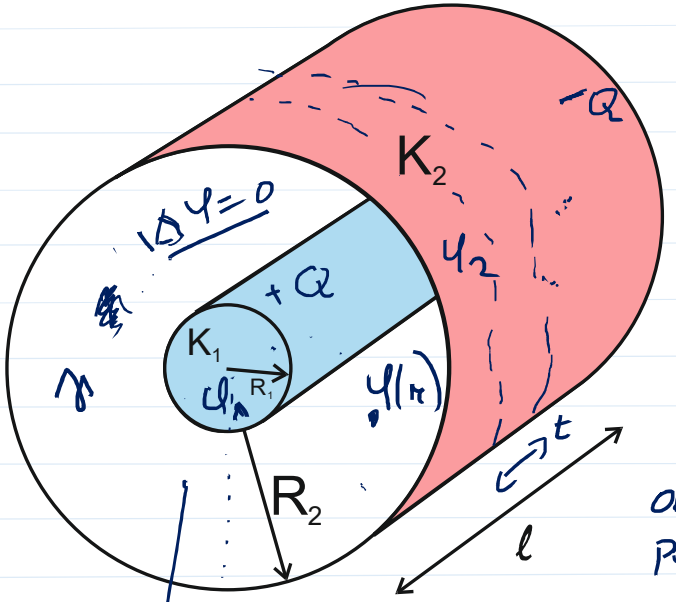


$$I = \int_{\text{válc pl}} j\, dS = j(r) \cdot 2\pi r t$$

$$\vec{j}(r) = \gamma_1 \vec{E}(r)$$

$$E(r) = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\ln R_2/R_1} \frac{1}{r}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi t \gamma_1}$$



$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial r} = E$$

$$\varphi = -K \cdot \ln r + C$$

úloha mezikruží – má stejné okrajové podmínky pro stac. pole φ, E, jako ve válcovém kondenzátoru

$$\varphi(r) = -K \cdot \ln r + C \leftarrow \text{průběh pole}$$

$$\varphi_1 = \varphi(r)\big|_{r=R_1} = -K \ln R_1 + C \rightarrow C = \varphi_1 + K \ln R_1$$

$\Rightarrow$ určím K, C

okr. podmínky

$$\varphi_2 = \varphi(r)\big|_{r=R_2} = -K \ln R_2 + C$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -K \ln R_1 + K \ln R_2 = K \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\hookrightarrow K = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \qquad C = \varphi_1 + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln R_1$$

$$\varphi(r) = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\ln R_2/R_1} \ln r + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\ln R_2/R_1} \ln R_1 + \varphi_1$$

$$= \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\ln R_2/R_1} \ln \frac{r}{R_1} + \varphi_1$$

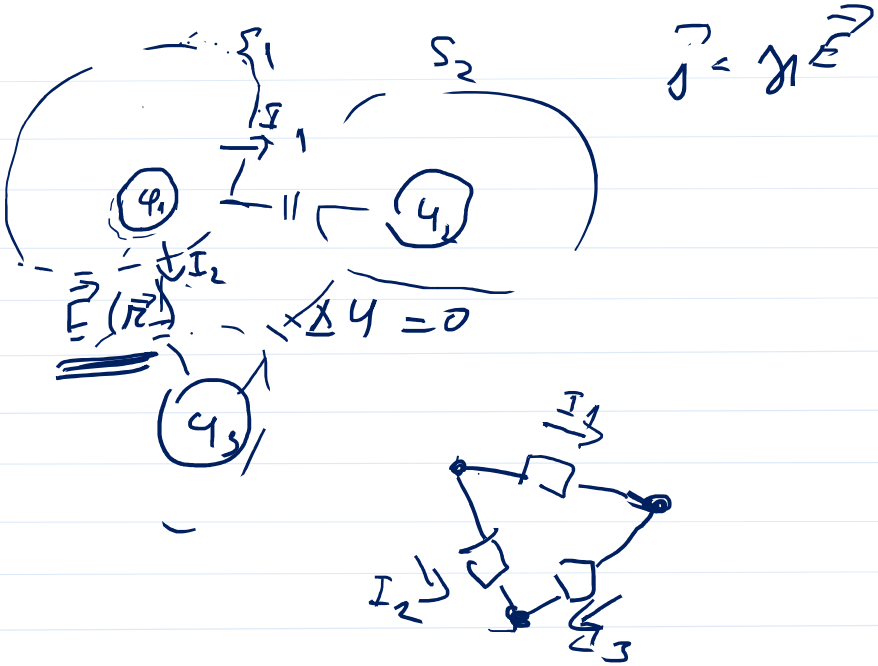
Odvoďte vztah pro:

(e) kapacitu válcového kondenzátoru

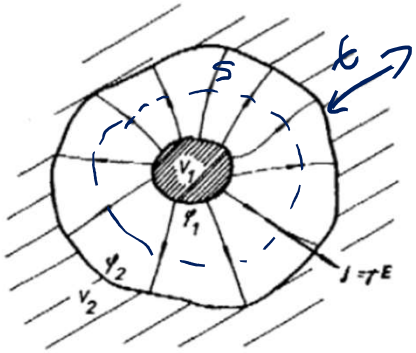
(f) kapacitu dvoulinky

(viz také kapitola 1.4.7. Příklady použití (str. 107).

DÚ



Podobnost elektrostatického a stacionárního elektrického pole



- Vodič o objemu V_1 je obklopen vodičem o objemu V_2, mezi nimi je dielektrikum s permitivitou ε_0
- Na vodiče jsou přivedeny náboje stejné velikosti a opačného znaménka Q.

Vodiče V1 a V2 jsou dokonalé vodiče

$$Q = CU \quad \rightarrow \quad U = \frac{Q}{C} = \frac{\varepsilon_0 \int E\,dS}{C}$$

Valc. kond.

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 t}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

- Gaussův zákon:

$$Q = \int \boldsymbol{D}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \varepsilon_0 \int \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

Nyní nahradíme dielektrikum vodivým prostředím s měrným odporem γ

- Proud:

$$I = \int_S \boldsymbol{j}.\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \gamma \int_S \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$R = \frac{\varepsilon_0}{\gamma C}$$

$$R = \frac{\varepsilon_0}{\gamma} \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi\varepsilon_0 t} = \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi\gamma t}$$

$$I = \frac{U}{R} \qquad U = I \cdot R = R \int E\,dS$$

- Lze využít vztahy specifické jen pro stacionární pole, tak vztahy platné též pro elektrostatiku.

(S) 2.1.9. Variátor (železný drátek ve vodíkové atmosféře) má při pokojové teplotě t_0=20°C odpor R_0=4,2Ω. Výkonem P se drátek ohřeje o teplotní rozdíl t-t_0 = gP, kde g=9 K/W. Odpor vlákna přitom roste přibližně lineárně s teplotou, teplotní koeficient odporu je 8×10^{-23} K^{-1}. Jaká je voltampérová charakteristika variátoru? Načrtněte její graf. Vypočtěte mezní hodnotu proudu, který může (za daných zjednodušujících předpokladů) variátorem procházet.

$I = I(U)$

$U = U(I)$

$\Delta T = T - T_0 = g P$ - příkon

$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$

$\frac{U}{I} = R$

$U = R_0 (1 + \alpha \Delta T) \cdot I = R_0 (1 + \alpha g U I) I$

dostat U

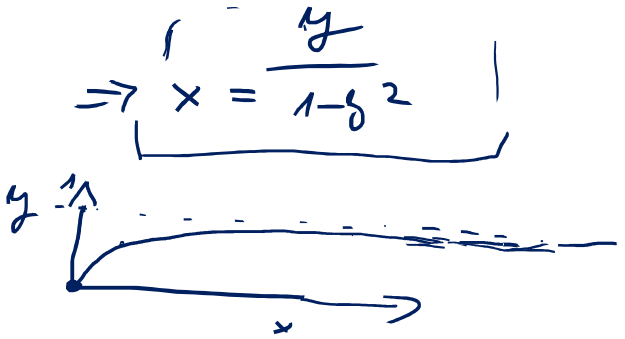
$U = \frac{I R_0}{1 - R_0 \alpha g I^2}$

$\sqrt{\frac{\alpha g}{R_0}} U = \frac{\sqrt{\alpha g R_0}\, I}{1 - \alpha g R_0 I^2}$

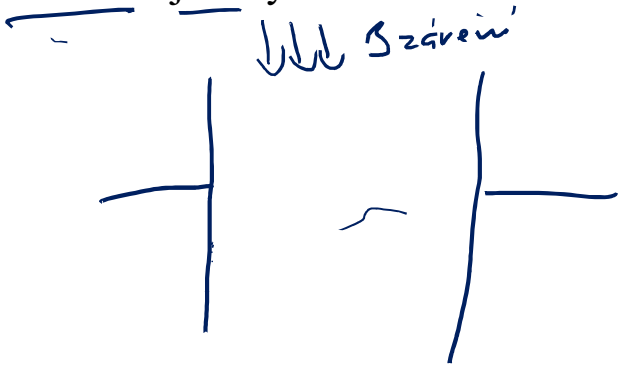
Je $y = I \sqrt{\alpha g R_0}$

$x = U \sqrt{\frac{\alpha g}{R_0}}$

$\Rightarrow x = \frac{y}{1 - y^2}$



(S) 2.3.1. Vzduch mezi deskami rovinného kondenzátoru je ionizován homogenně v celém tomto prostoru ioinizačním činidlem, které vytváří v objemové jednotce ν iontových párů za jednotku času. Obě desky kondenzátoru jsou uzemněny, v kondenzátoru je ustavena rovnováha mezi ionizací a rekombinací, činitel rekombinace označme α.
(a) Stanovte počet iontových párů v jednotce objemu (koncentraci iontových párů) n_0.
(b) Jak bude klesat jejich koncetrace $n(t)$ v závislosti na čase t, zastavíme-li v čase $t=0$ činnost ionizačního činidla? Zanedbejte úbytek iontů difusí ke stěnám.



ionizace
v páru +/- za 1 s v $1\,m^3$

rekombinace $\alpha \cdot n^+ n^-$

rovnováha $n_0^+ = n_0^- = n_0$

a) $\alpha n_0^+ n_0^- = \alpha n_0^2 = \nu$ $\quad n_0 = \sqrt{\frac{\nu}{\alpha}}$

$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$

$\frac{dn}{n^2} = -\alpha dt \quad / \int$

$\frac{+1}{n} = +\alpha t + C$

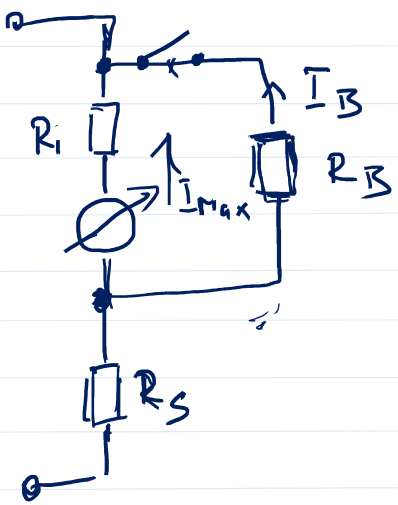
$t=0 \quad n(0) = n_0 = \sqrt{\frac{\nu}{\alpha}}$

$\Rightarrow C = \frac{1}{n_0}$

$$n(t) = \frac{n_0}{\alpha t n_0 + 1}$$

$\frac{1}{n(t)} = \alpha(t) + \frac{1}{n_0}$

(S) 5.1.11. Ke galvanometru s vnitřním odporem 290 Ω je připojen bočník, který desetkrát snižuje citlivost galvanometru. Jaký sériový odpor je třeba připojit, aby celkový odpor zapojení byl roven odporu galvanometru?



I_{max} známe

$I_B + I_{max} = 10\, I_{max}$

$I_B = 9\, I_{max}$

R_B –

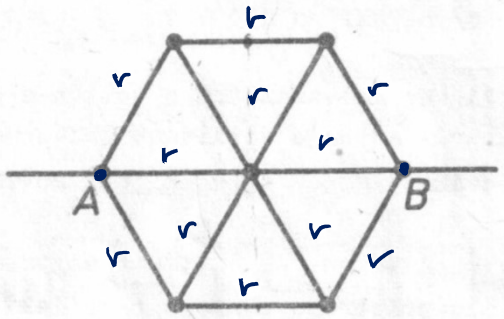
$I_B R_B = I_{max} R_1$

$R_B = \frac{R_1}{9}$

$\frac{R_1 R_B}{R_1 + R_B} = \frac{R_1^2/9}{(9R_1 + R_1)} \quad 9 = \frac{R_1}{10}$

$R_S + \frac{R_1}{10} = R_1 \Rightarrow R_S = \frac{9}{10} R_1$

(S) 5.1.4. Určete odpor mezi body A a B pravidelného šestiúhelníku s uhlopříčkami podle obr.5.2. Odpor každého úseku mezi dvěma uzly je *r*.



Obr.5.2

DÚ

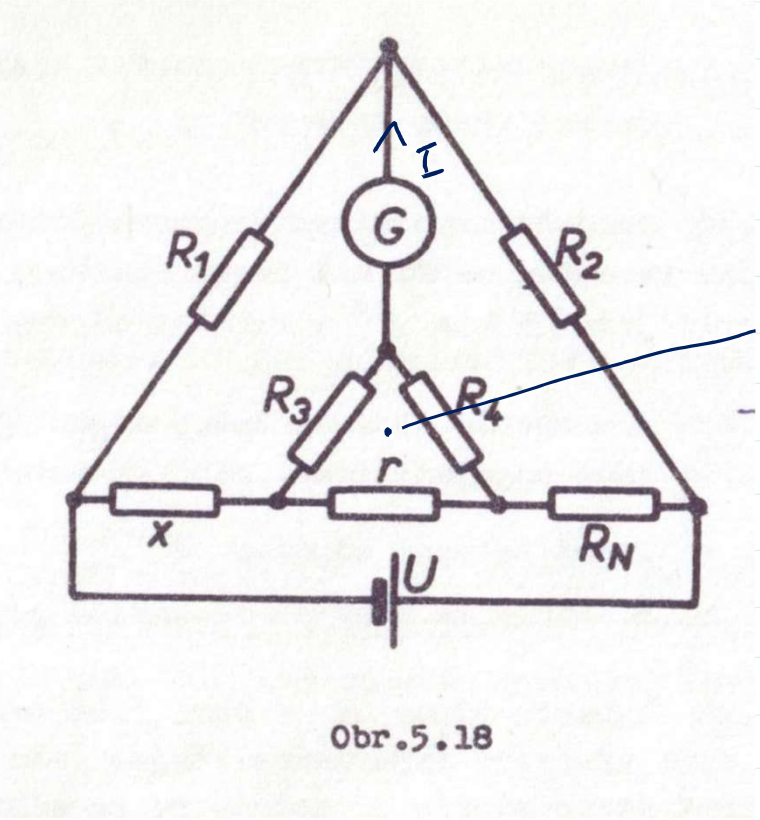
R_{AB}

(A) 5.1.33. Udejte podmínky rovnováhy na Thomsonově dvoj-mostu (obr,5.18)

(a) v obecném případě

(b) v případě, že r je velmi malé

(c) v případě, že platí $R_1 = NR_3$, $R_2 = NR_4$.



Obr.5.18