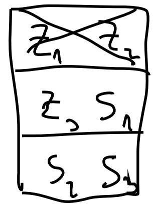
8.3:



I

II + S 50 %

III 100 %

I = {1. zásuvka}, ..., III = {3. zásuvka}

[? $0{,}25 = (0{,}\overline{6})^2 \neq \underbrace{\mathbb{P}(II)\cdot\mathbb{P}(S\mid II)}_{\mathbb{P}(II,S)}$?]

Z = {vytažena zlatá}

S = {vytažena stříbrná}

$$\mathbb{P}(I) = \mathbb{P}(II) = \mathbb{P}(III) = \frac{1}{3}$$

$$\mathbb{P}(\text{zůstala zlatá} \mid \text{vytažena stříbrná}) = \mathbb{P}(II \mid S) =$$

$$= \frac{\mathbb{P}(II \cap S)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(S \cap I) + \underline{\mathbb{P}(S \cap II)} + \mathbb{P}(S \cap III$$

věta o úplné psti (příště)

$$= \mathbb{P}(S \mid I)\cdot\mathbb{P}(I) + \underline{\mathbb{P}(S \mid II)\cdot\mathbb{P}(II)} + \mathbb{P}($$

$$= 0 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} =$$

$$\Omega = \{ \cancel{(I, Z_1), (I, Z_2), (II, Z_3)}, \boxed{(II, S_1), (III, S_2), (III, S_3)} \}$$

$|\Omega| = 6$, ... $\frac{1}{6}$

když víme, že vytažena stříbrná mince, máme 3 jevy, z nich jeden příznivý ... $\frac{1}{3}$.

8.4:

$$\Omega = \{ \underset{1/3}{(AB, B)}, \underset{1/3}{(AC, C)}, \underset{1/6}{(BC, B)}, \underset{1/6}{(BC, C)} \}$$

(popraven, označen)

[$\Omega_0 = \{ (AB), (AC), (BC) \}$ ... $\frac{1}{3}$]

$$\mathbb{P}(\text{popraven } A \mid \text{dozorce říká } B) = \mathbb{P}((AB, B) \mid B) =$$

$$(*) = \frac{\mathbb{P}((AB, B))}{\mathbb{P}(B)} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

$\Rightarrow$ jevy „popraven A", „dozorce říká B" jsou nezávisl

Pozn.: kdyby dozorce odpovídal „podle abecedy" místo náhodně

$\Omega = \{ (AB, B), (AC, C), (BC, B), (BC, C) \}$ -- $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0$ ... $(*) =$

8.5: urna I: n kuliček, z toho i bílých $\quad 0 \le i \le n$

II: $24-n \qquad 12-i \qquad$ $1 \le n \le 23$

BÚNO: $n \le 12$ (jinak zaměnit urny)

$A = \{$vytažena bílá$\}$

$P(A) = P(n, i)$ $\qquad$ odhad: $P(1,1)$ je nejvyšší

$\qquad n/24 \qquad (24-n)/2$

$$P(A) = P(A \cap \mathrm{I}) + P(A \cap \mathrm{II}) = P(A|\mathrm{I}) \cdot P(\mathrm{I}) + P(A|\mathrm{II}) \cdot P(\mathrm{II}) =$$

$$= \frac{i}{n} \cdot \frac{1}{2} + \frac{12-i}{24-n} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{i}{n} + \frac{12-i}{24-n}\right)$$

Pozorování 1: $P(12, i) = \frac{1}{2} \quad \forall i = 0, 1, \dots, 12 \quad \dots P(12,i) = \frac{1}{2}\left(\frac{i}{12} + \dots\right.$

Máme: $P(12,12) = P(12,11) = P(12,10) = \dots = P(12,0)$

$P(11,11) > P(11,10) > P(11,9) > \dots$

$P(10,10) > P(10,9) > P(10,8) > \dots$

$\dots$

$P(2,2) > P(2,1) > P(2,0)$

$P(1,1) > P(1,0)$

Pozorování 2: $P(n,i) < P(n,n)$, $n = 1, \dots, 11$, $i = 0, \dots, n-1$

přechodem od $P(n,i)$ k $P(n,i+1)$ přičtu $\frac{1}{n}$, odečtu $\frac{1}{24-n}$

pro $n \le 11$, $i \le n-1$ je $\frac{1}{n} > \frac{1}{24-n} \Rightarrow P(n,i) < P(n,i+1)$

Pozorování 3: $P(n,n) < P(1,1)$, $n = 2, \dots, 12$

Vliv má jen člen $\frac{12-i}{24-n} \quad \dots \quad \frac{i}{n} = 1$ pro $i = n$.

$$\underbrace{\frac{12-n}{24-n}}_{n=i} - \underbrace{\frac{11}{23}}_{n=i=1} \overset{?}{<} 0$$

$$= \frac{23 \cdot 12 - 23n - 11 \cdot 24 + 11n}{23(24-n)} = \frac{12-12n}{23(24-n)} < 0$$

$n = \dots$

Závěr: největší je $P(1,1) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} + \frac{11}{23}\right) \doteq 0{,}739$