8.3:

I	$\cancel{Z_1 Z_2}$
II	$Z_3 S_1$
III	$S_2 S_3$

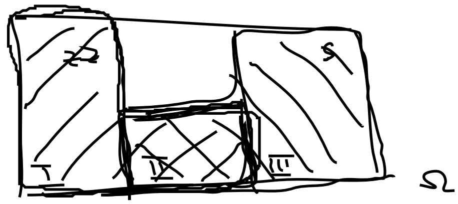
$S = \{$vytažena stříbrná$\}$

$ZZ = \{$zůstala zlatá$\}$

$\mathrm{II} = \{$vybrán prostřed[ní] šuplík$\}$

$$P(ZZ \mid S) = \frac{P(ZZ \cap S)}{P(S)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$

$$P(ZZ \cap S) = P(\mathrm{II} \cap S) = P(S \mid \mathrm{II}) \cdot P(\mathrm{II}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



$\Omega = \{ \cancel{(\mathrm{I}, Z_1)}, \cancel{(\mathrm{I}, Z_2)}, \cancel{(\mathrm{II}, Z_3)}, \boxed{(\mathrm{II}, S_1), (\mathrm{III}, S_2), (\mathrm{III}, S_3)} \}$ ... $\frac{1}{6}$

$\frac{2}{3} = P(\mathrm{III} \mid S) = 2 \cdot \underbrace{P(\mathrm{II} \mid S)}_{\frac{1}{3}}$

8.4: $\Omega = \{ AB, BC, AC \}$ ... $\frac{1}{3}$ každý

$$\Omega' = \{ \underset{\frac{1}{3}}{(AB, B)}, \underset{\frac{1}{6}}{(BC, B)}, \underset{\frac{1}{6}}{(BC, C)}, \underset{\frac{1}{3}}{(AC, C)} \}$$

$P(\text{popraven } A) = \frac{2}{3}$

$$P(\text{popraven } A \mid \text{dozorce říká } B) = \frac{P(\text{popr. } A, \text{ říká } B)}{P(\text{říká } B)} = \frac{1/3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

jevy $\{$popraven $A\}$, $\{$dozorce říká $B\}$ jsou nezávislé

Pozn.: co kdyby dozorce odpovídal „podle abecedy" místo náhodn[ě]

$$\Omega'' = \{ \underset{\frac{1}{3}}{(AB, B)}, \underset{\frac{1}{3}}{(BC, B)}, \underset{0}{(BC, C)}, \underset{\frac{1}{3}}{(AC, C)} \} \approx \Omega$$

$$P(\text{popraven } A \mid \text{říká } B) = \frac{1/3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

8.5: urna I: n kuliček, z toho i bílých $\quad 1 \le n \le 23$

II: $24-n \qquad 12-i \qquad 0 \le i \le n \wedge 12$ min(n

BÚNO: $n \le 12$ ... jinak přeznačit urny

$A = \{$ vytažena bílá $\}$

$$\mathbb{P}(A) = P(n,i) = \mathbb{P}(A \cap I) + \mathbb{P}(A \cap II) =$$

$$= \mathbb{P}(A|I)\cdot\mathbb{P}(I) + \mathbb{P}(A|II)\cdot\mathbb{P}(II) = \Big\}$$ věta o úpln pravděpod

$$= \frac{i}{n}\cdot\frac{1}{2} + \frac{12-i}{24-n}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{i}{n} + \frac{12-i}{24-n}\right).$$

Pozorování 1: $P(12,i) = \frac{1}{2} \quad \forall i = 0,1,\dots,12 \quad \dots \frac{1}{2}\left(\frac{i}{12} + \frac{12-i}{12}\right) = \frac{1}{2}$

Máme: $P(12,12) = P(12,11) = P(12,10) = \dots = P(12,0)$

$P(11,11) > P(11,10) > P(11,9) > \dots$

$P(10,10) > P(10,9) > P(10,8) > \dots$

$\vdots$

$P(2,2) > P(2,1) > P(2,0)$

$\boxed{P(1,1)} > P(1,0)$

Pozorování 2: $P(n,i) < P(n,n)$, $n = 1,\dots,11$, $i = 0,\dots,n-1$

Přechodem od $P(n,i)$ k $P(n,i+1)$ přičtu $\frac{1}{n}$, odečtu $\frac{1}{24-n}$

Pro $n \le 11$ je $\frac{1}{n} > \frac{1}{24-n} \Rightarrow P(n,i) < P(n,i+1)$

Pozorování 3: $P(n,n) < P(1,1)$, $n = 2,3,\dots,12$.

roli hraje jen $\frac{12-i}{24-n}$, $\frac{i}{n} = 1$ pro $i = n$.

$$\frac{12-n}{24-n} - \frac{11}{23} = \frac{23\cdot 12 - 23n - 11\cdot 24 + 11n}{23(24-n)} = \frac{12-12n}{23(24-n)} < 0$$

$$\Rightarrow P(1,1) > P(n,n).$$