Osmé cvičení

Matej Lieskovský

1 Nechť X je diskrétní nebo spojitá náhodná veličina a $X \geq 0$ skoro jistě Pokud $\mathbb{E}(X)$ existuje, tak $\mathbb{E}(X) \geq 0$. Dokažte.

2 Nechť Y, Z jsou diskrétní nebo spojité náhodné veličiny a $Y \leq Z$ skoro jistě. Pokud $\mathbb{E}(Y)$, $\mathbb{E}(Z)$ existují, tak $\mathbb{E}(Y) \leq \mathbb{E}(Z)$. Dokažte.

3 Takzvané Paretovo rozdělení má dva kladné reálné parametry u a α. Jeho distribuční funkce je $1 - \left(\frac{u}{x}\right)^{\alpha}$.

Vyjádřete $\mathbb{E}$ a var. Pro které hodnoty parametrů jsou konečné?

4 Říkáme, že náhodná veličina X (resp. její rozdělení) *nemá paměť*, pokud

$$P(X > s + t | X \geq s) = P(X > t)$$

pro $s, t \geq 0$. Jinými slovy, doba, kterou jsme již čekali, nemá vliv na dobu, kterou budeme ještě čekat. Na třetím cvičení jsme viděli, že geometrické rozdělení nemá paměť. Ukažte, že ani exponenciální rozdělení nemá paměť. Platí dokonce, že je to jediné spojité rozdělení na kladných čísel bez paměti (a geometrické je jediné diskrétní bez paměti), ale to dokazovat nemusíte.

5 Frantovi jsme ve skoku do dálky naměřili 9 metrů, což překonává světový rekord o 5 cm. Při měření jsme se ovšem dopustili chyby s rozdělením $N(0, (0.1m)^2)$. Jaká je pravděpodobnost, že byl rekord skutečně překonán?