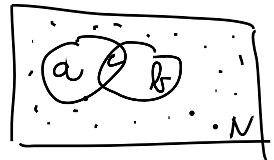
7.2: N ... celkový počet chyb
a ... odhalil 1.
b ... 2.
c ... oba

? N
? $N - a - b + c$ ... neodhalených chyb



vyberme konkrétní chybu:

$A = \{$ odhalí ji první $\}$
$B = \{$ druhý $\}$
$C = \{$ oba $\}$

$C = A \cap B$
předp.: A, B jsou nezávis(lé) (ze zadání)

$$\mathbb{P}(C) = \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$$
z předpokladu nezávislosti

$\widehat{\mathbb{P}(A)} = \frac{a}{N}$ ... odhad
$\widehat{\mathbb{P}(B)} = \frac{b}{N}$, $\widehat{\mathbb{P}(C)} =$

chceme: $\widehat{\mathbb{P}(C)} \doteq \widehat{\mathbb{P}(A)} \cdot \widehat{\mathbb{P}(B)}$ ... $\frac{c}{N} \doteq \frac{a}{N} \cdot \frac{b}{N}$ ...

... $c\hat{N} = ab \iff \hat{N} = \frac{ab}{c}$ ... náš odhad N
je maximálně věrohodný

$L(a,b,c,N) = \mathbb{P}($pozorujeme hodnoty a, ... při daném $N) = f(N)$
$$\hat{N} = \arg\max_N f(N)$$

W. Rudin (1977): Analýza v reálném a komplexním oboru
Netuka, Veselý ... překlad + korektury $\Rightarrow$ odhad: zbývá
cca 20 let používání: odhaleno 7 chyb

Pozn.: $\widehat{\mathbb{P}_N(A)} = \frac{a_N}{N} \xrightarrow[N \to \infty]{} \mathbb{P}(A)$ s pstí 1
(silný zákon velkých čísel)

8.1 : A ... vyhraje Amarant

B ... Baklažán

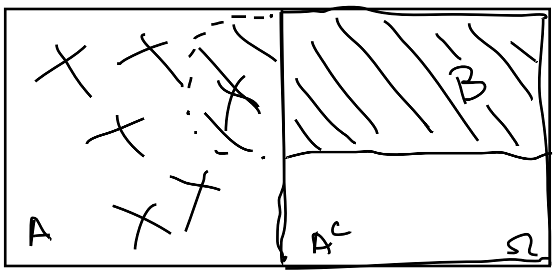
zadání: $\mathbb{P}(A) = 0{,}5$, $\mathbb{P}(B) = 0{,}3$ ----> i další koně v závodě

víme, že nastal A^c = {Amarant nevyhraje}

$\mathbb{P}(B \mid A^c) = ?$

$$= \frac{\mathbb{P}(B \cap A^c)}{\mathbb{P}(A^c)} = \frac{\mathbb{P}(B)}{1/2} = \frac{3/10}{1/2} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$\mathbb{P}(A) = 0{,}5 \Rightarrow \mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A) = 0{,}5$



$B \cap A^c = B$

$$\mathbb{P}(\Omega \mid \underbrace{A^c}) = \frac{\mathbb{P}(\Omega \cap A^c)}{\mathbb{P}(A^c)} = 1$$

8.2 : A_1 ... zapomene v 1. obchodě

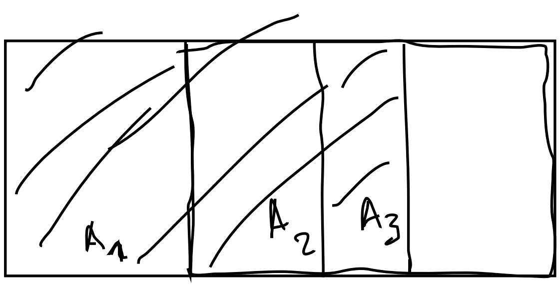
A_2 ... 2.

A_3 ... 3.

A ... zapomene někde → $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$

$\mathbb{P}(A_1) = \frac{1}{4}$ ... ze zadání ; $\mathbb{P}(A_2) = \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}\right] = \mathbb{P}(A_2 \cap A_1^c) = \mathbb{P}(A_2|$

nezapomene v 1. ; zapomene v 2.



$\mathbb{P}(A_2 \mid A_1^c) = \frac{1}{4}$, $\mathbb{P}(A_2 \mid A_1) = 0$

$\mathbb{P}(A_3) = \mathbb{P}(A_3 \cap (A_1 \cup A_2)^c) = \ldots$

$= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$

? $\mathbb{P}(A_1 \mid A) = \mathbb{P}(A_1 \cap A) / \mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A_1) / \mathbb{P}(A) = \frac{16}{37}$

$\mathbb{P}(A_2 \mid A) = \ldots = \mathbb{P}(A_2) / \mathbb{P}(A) = \frac{12}{37}$

$\mathbb{P}(A_3 \mid A) = \ldots = \mathbb{P}(A_3) / \mathbb{P}(A) = \frac{9}{37}$

$\mathbb{P}(A) \overset{\text{disj.}}{=} \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3)$

$= \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$

$\mathbb{P}(A_i \cap A) = \mathbb{P}(A_i)$, $i = 1,$

Hlasovací otázka 8:

$$\mathbb{P}(M=6) = \frac{1}{6}$$

$$\mathbb{P}(\text{součet lichý}) = \mathbb{P}(M \text{ lichá}, \check{C} \text{ sudá}) + \mathbb{P}(M \text{ sudé}, \check{C} \text{ lich}\ldots$$

$$= \mathbb{P}(M \text{ liché}) \cdot \mathbb{P}(\check{C} \text{ sudé}) + \mathbb{P}(M \text{ sudé}) \cdot \mathbb{P}(\check{C} \text{ liché}) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{P}(\underbrace{M=6, \text{ součet lichý}}) = \mathbb{P}\Big(\{\underset{(M,\check{C})}{(6,1)}, (6,3), (6,5)\}\Big) = \frac{3}{36} = \frac{1}{1\ldots}$$

$\ldots 36\times$

$$\Rightarrow \quad \mathbb{P}(M=6, \text{ součet lichý}) = \mathbb{P}(M=6) \cdot \mathbb{P}(\text{součet lichý}) \Rightarrow \ldots$$

$\Rightarrow \ldots$

$$\mathbb{P}(M=6 \mid \text{součet lichý}) = \frac{1/12}{1/2} = 1/6 = \mathbb{P}(M=6)$$

$$\wedge$$

$$\mathbb{P}(\text{součet lichý} \mid M=6) = \frac{1/12}{1/6} = 1/2 = \mathbb{P}(\text{součet lichý})$$

$\Big\} = \ldots$