

Šesté cvičení

Matej Lieskovský

1 Uvažme skupinu 25 lidí. Jaká je pravděpodobnost, že žádní dva z nich nemají narozeniny ve stejný den? (Pro jednoduchost ignorujme přestupné roky.) Nemusíte vyčíslovat.

2 Rozdelení $G(p, k)$ popisuje počet hodů mincí potřebný k získání k orlů když pravděpodobnost orla je p .

Popište pravděpodobnostní funkci pro G a dokažte, že $G(p, k) + G(p, \ell) = G(p, k + \ell)$.

3 Mějme kružnici s poloměrem 1 a středem v bodě $(0,0)$. Nechť X a Y je x-ová a y-ová souřadnice uniformně náhodně vybraného bodu na této kružnici.

- Popište distribuční (kumulativní) funkci pro X a Y
- Existuje pravděpodobnostní (hustotová) funkce pro X a Y ?
- Popište sdruženou distribuční funkci pro X, Y
- Popište podmíněnou pravděpodobnostní funkci pro X a Y

4 Jak by se dalo co nejsnadněji dokázat, že (třeba) 7919 je prvočíslo s pravděpodobností alespoň $1/2$?

Hint: Použijte Bayesovu větu a vlastnosti prvočísel.

5 Rozmyslete si, že pro nezápornou náhodnou veličinu X platí

$$E(X) = \int_0^\infty t f_X(t) dt = \int_0^\infty (1 - F_X(t)) dt$$