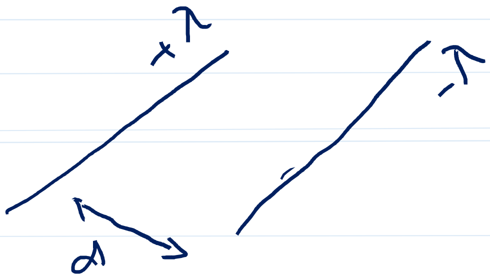
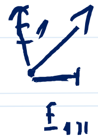
1.1.22. Dva dlouhé tenké vodiče, vložené rovnoběžně ve vzdálenosti *d* od sebe jsou nabity s lineární hustotou +λ a -λ (λ=konst.). Určete intenzitu pole ***E*** v bodě, který leží v rovině symetrie ve vzdálenosti *x* od roviny v níž leží vodiče.

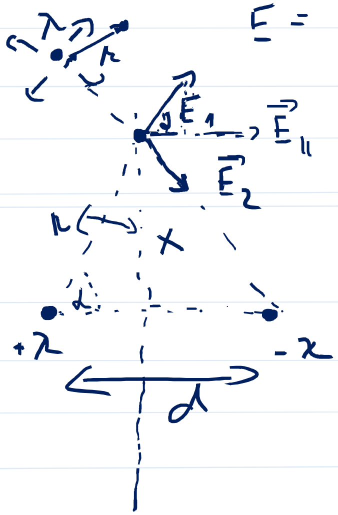
DÚ





$$\frac{E_1}{E_{1||}} = \frac{r}{d/2}$$

$$E_{||} = 2E_{1||} \cdot \frac{d}{2}\,\frac{1}{r}$$



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$E_{||}$

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E_2 = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$|E_1| = |E_2| = E_{12}$$

$$r = \sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}}$$

$$E_{||} = 2E_1\cos\alpha = \frac{2\lambda}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}}}\;\frac{d}{2\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}}}$$

$$2E_2\cos\alpha$$

$$E_{||} = \frac{2\lambda d}{2\pi\varepsilon_0\left(x^2+\frac{d^2}{4}\right)}$$

S 1.1.12. Do homogenního elektrického pole o intenzitě $\boldsymbol{E}_H \equiv (0, 0, E_0)$ je vložen elementární dipól s momentem $\boldsymbol{p}$ majícím též směr osy z, $\boldsymbol{p} \equiv (0, 0, p_0)$.

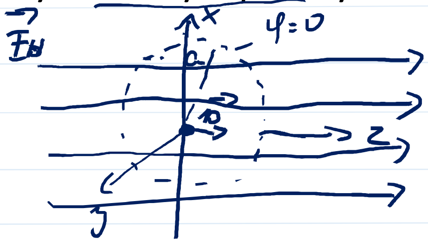
a) Dokažte, že ekvipotenciální plochou s nulovým potenciálem je kulová plocha a určete její poloměr a.
(Kde všude je potenciál nulový?)

$\Rightarrow$ nezmění

b) Změní se rozložení pole, jestliže do této ekvipotenciální plochy umístíme vodivou plochu nabitou na nulový potenciál?

c) Jaká by byla hustota náboje na této vodivé ploše?

d) Jaký by byl celkový dipólový moment P vodivé plochy? $\rightarrow = \vec{p} = (0, 0, p_0)$



$\rightarrow \vec{p} = \sum Q_i \vec{r}_i$

$\vec{p} = \int_S \sigma \, dS \, \vec{r}_i$

$S / = \int_S \sigma a \, d\vec{S}$

$$\varphi = -E_0 z + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} = -E_0 z + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p_0 z}{r^3}$$

$\rightarrow z$

pole dipólu v počátku

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$$

pole homog pole $\vec{E}_H$

$$\varphi = -E_0 z$$

$\vec{E} = -\nabla\varphi$

$\operatorname{div} \vec{E} = 0$

$\vec{r} = (x, y, z)$ $\quad$ div grad $= \Delta$

$\vec{p} = (0, 0, p_0)$

$\vec{p} \cdot \vec{r} = p_0 z$

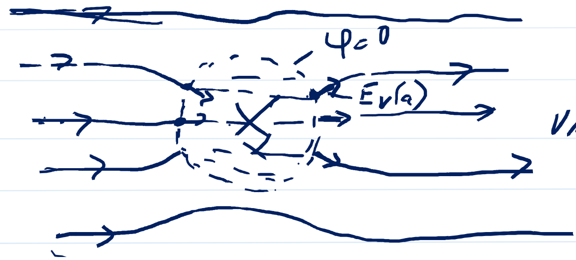
kde $\varphi = 0$?

$$0 = -E_0 z + \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{p_0 z}{r^3}$$

$$E_0 \cancel{z} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} p_0 \cancel{z} \cdot \frac{1}{r^3}$$

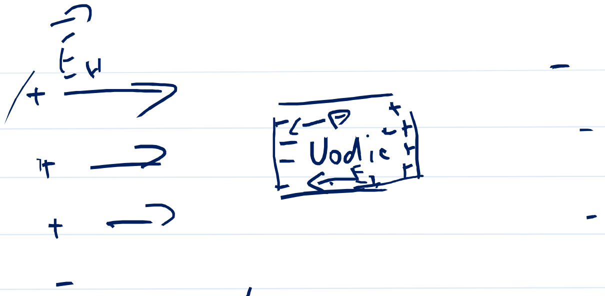
$\varphi = 0$ pro $r^3 = \dfrac{p_0}{4\pi\varepsilon_0 E_0} = a^3$ – označím

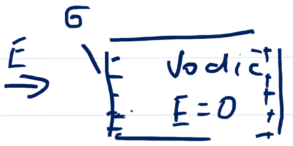
$$a = \sqrt[3]{\frac{p_0}{4\pi\varepsilon_0 E_0}}$$



Vně $\Delta\varphi = 0$ + okr. p

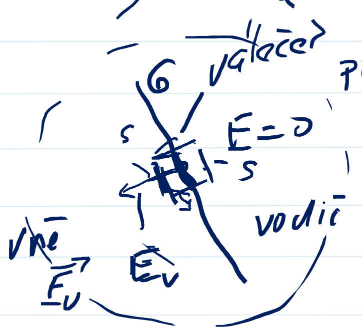
$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$





Vodič

$E = 0$



povrch vodiče ~~-ekvi~~ ekvipotenciála

z G. z

$$E_V S + \phi + \phi = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$\Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E_V$ – velikost intenzity v místě povrchu

c) vnější pole homogenní + dipól

$\vec{E}_V$

pole vně koule $r > a$

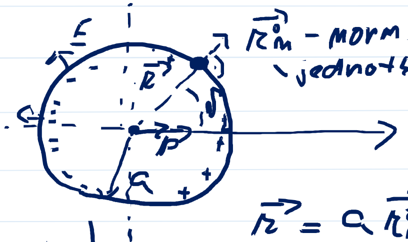
$$\vec{E}_V(\vec{r}) = \vec{E}_H + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}\left(\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})}{r^2}\vec{r} - \vec{p}\right)$$

pro $r = a$ na povrchu koule - na povrchu vodiče

$$E_V(a) = \left|\vec{E}_V(\vec{r})\right|_{r=a}$$

náboj indukovaný na povrchu oné koule $\underline{\sigma = \varepsilon_0 E_V(a)}$

pro body $r = a$ $\qquad a = \left(\frac{p_0}{4\pi\varepsilon_0 E_0}\right)^{1/3}$



$\vec{r}_n^0$ - norm. vektor jednotkový

$\vec{r} = a\,\vec{r}_n^0$

$\vec{p}\cdot\vec{r} = p_0 a \cos\vartheta$

$\vec{E}_H \parallel \frac{\vec{p}}{p_0}$

$\vec{E}_H$ - jedn. E_0 ve směru z

$\frac{\vec{p}}{p_0}$ - jedn. vektor ve směru z

$$\vec{E}_V(\vec{r})\Big|_{r=a} = \vec{E}_H + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{a^3}\left(3\frac{p_0 \cancel{a}\cos\vartheta}{\cancel{a}^2}\,a\,\vec{r}_n^0 - \vec{p}\right) =$$

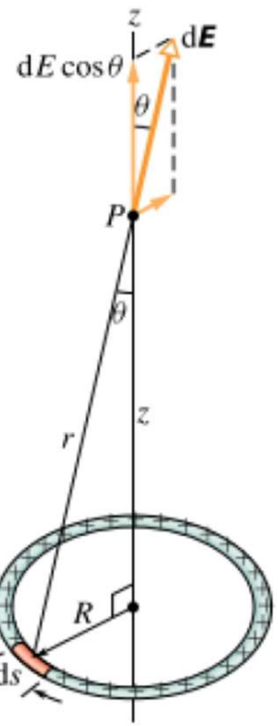
$$= \vec{E}_H + \frac{1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}}\frac{\cancel{4\pi\varepsilon_0}E_0}{p_0}\left(3p_0\cos\vartheta\,\vec{r}_n^0 - \vec{p}\right) = \vec{E}_H + 3E_0\cos\vartheta\,\vec{r}_n^0 - \underbrace{\frac{\vec{p}}{p_0}E_0}_{\vec{E}_H}$$

$$\Rightarrow E_V(a) = 3E_0\cos\vartheta \quad \Rightarrow \sigma = 3\varepsilon_0 E_0\cos\vartheta$$

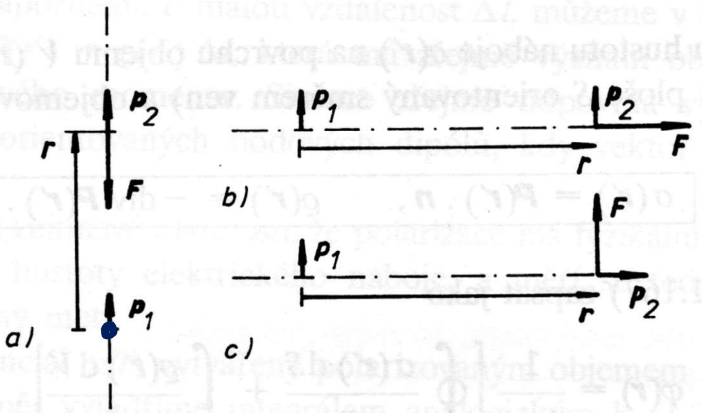
Tenký nevodivý prstenec o poloměru R s rovnoměrně rozloženým kladným nábojem o délkové hustotě τ. Jaká je intenzita E elektrického pole v bodě P

potenciál

DÚ



Síla působící mezi dvěma dipóly



Dú

Zvláštní případy vzájemné polohy dvou elektrických dipólů k určení jejich silového působení

$\vec{F}_2 = (\vec{p}_2 \cdot \nabla)\vec{E}_1$

$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}\left(3\frac{\vec{p}_1\cdot\vec{r}}{r^2}\vec{r} - \vec{p}_1\right)$

v učebnici na str. 78

kap 1.3.5

$\vec{p}_1$ je v počátku