Třetí cvičení

Matej Lieskovský

Sčítání Nechť $X \sim Bin(m, p)$ a $Y \sim Bin(n, p)$ jsou n.n.v. Dokažte, že pak $X + Y \sim Bin(m + n, p)$.

Důležitost nezávislosti Nechť $X = X_1 + \cdots + X_n$, kde pro každé i je $X_i \sim Bern(p)$. Pokud jsou veličiny $X_1, \ldots, X_n$ nezávislé, říkali jsme si na přednášce, že $X \sim Bin(n, p)$ (zatím bez definice nezávislých veličin ...). Ukažte na příkladu, že pokud omezení na nezávislost neuvedeme (tj. chceme jen $X_i \sim Bern(p)$), tak X může mít i jiné rozdělení.

Kasino v St. Petersburgu Házíme opakovaně mincí. Pokud poprvé padla panna v n-tém hodu, dostaneme odměnu 2^n rublů. Kolik byste byli ochotní zaplatit za účast v této hře?

Bonbóny V pytlíku je N bonbónů, z nichž K je dobrých. Náhodně vytáhneme dva. Označme X počet dobrých vytažených bonbónů.

- Určete $\mathrm{E}(X)$.
- Můžete i napřed řešit pro tažení jen jednoho bonbónu.
- Jak se jmenuje rozdělení n.v. X?
- A co když vytáhneme tři, čtyři, ..., n bonbónů?

Základní výpočty Nechť X má uniformní rozdělení na množině $\{a, a+1, a+2, \ldots, b\}$ (pro celá čísla $a < b$). Určete $\mathrm{E}(X)$ a $\mathrm{Var}(X)$. Rozptyl je trochu ošklivý na dopočítávání, připomeňte si vzorec z diskrétky na součet druhých mocnin – nebo se omezte na konkrétní příklad $a = 1, b = 6$. Připomeňte si vzorec z přednášky:

$$\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$$

Podivný úkol Na stole jsou dvě obálky obsahující vám zcela neznámé sumy $k \in \mathbb{N}$ a $\ell \in \mathbb{N}$ korun. Můžete jednu z těchto obálek otevřít, zjistit kolik korun je v ní, a podle toho se rozhodnout kterou z těchto dvou obálek si vezmete. Jak mít nadpoloviční šanci odejít s tou lepší obálkou?