

# Druhé cvičení

Matej Lieskovský

## Úkoly

### Podmíněné pravděpodobnosti

Jaký je vztah tvrzení  $P(A|B) > P(A)$  a  $P(B|A) > P(B)$ ?

### Nezávislost

- Dokažte, že pokud  $A$  a  $B$  jsou nezávislé, tak  $A$  a  $B^C$  i  $A^C$  a  $B^C$  jsou nezávislé.
- Mohou dva jevy být nezávislé a zároveň disjunktní?
- Najděte jevy  $A$ ,  $B$ ,  $C$  takové, že  $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ , ale jevy nejsou po dvou nezávislé.

### Spam filter

Petr dostává hodně emailů, ale 80 % z nich jsou spamy. Jeho spamový filtr 90 % spamů správně označí, ale také 5 % řádných emailů označí jako spam.

- Kolik procent emailů bude označeno jako spamy?
- Kolik procent řádných emailů je mezi těmi, co jsou označeny jako spamy?
- Kolik procent spamů je mezi emaily, které testem prošly?

### Hrátky s náhodnými veličinami

Prokop hází basketbalovým míčem na koš, v každém pokusu má pravděpodobnost zásahu  $1/10$ , pokusy jsou nezávislé. Skončí po prvním zásahu. Označme  $X$  celkový počet hodů.

- Jaká je  $P(X > k)$ ?
- Jaká je distribuce  $X$ ? Tj. určete pravděpodobnostní funkci  $p_X$ , tj. pro každé  $x$  určete  $P(X = x)$ .
- Jaká je  $P(X \geq 10 | X \geq 5)$ ?
- Jaká je  $E(X)$ ?

Pokračování z minulých úloh: označme  $Y = X \bmod 2$ , tj.  $Y = 0$ , pokud je  $X$  sudé, jinak  $Y = 1$ . Určete distribuci  $Y$ .

Quido také hází míčem na koš, má pravděpodobnost  $p$ , že se trefí. Označme  $Z$  počet zásahů z  $n$  pokusů. Určete distribuci  $Z$ .

## Přenos dat

Představte si, že máte za úkol přenést  $n$  bitů přes spojení s pravděpodobností chyby  $p < 0.5$ . Jakou spolehlivost přenosu dokážete docílit za přenesení:

- $n$  bitů
- $2n$  bitů
- $3n$  bitů