2.1: A … 5 bodů $\mathbb{P}($ A celkově vyhraje $)=?$

B … 3 body $\mathbb{P}($ B -"- $)=?$

$\mathbb{P}($B celkově vyhraje$) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = \mathbb{P}(BBB)$

$\mathbb{P}($A -"- $) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Ω: BBB (1/8), BBA (1/8), BA (1/4), A (1/2) … NENÍ to klasická pst.

BBB … B celkově; BBA, BA, A … A celkově

$\mathbb{P}(A \text{ celkově}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\tilde{\Omega}$: BBB, BBA, BAA, AAA, BAB, AAB, ABA, ABB

JE klasická pst. … všechny $\frac{1}{8}$

$\mathbb{P}(A \text{ celkově}) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{7}{8}$

$\Rightarrow 7:1$

---

hody mincí, dokud nepadne líc:

Ω: {L, RL, RRL, RRRL, …} $\cup$ {$(R)^\infty$} = $\{(R)^n L, n=0,1,\dots\} \cup \{(R)^\infty\}$

RRRR… $= (R)^\infty$

$\tilde{\Omega}$: $\{1,2,3,4,\dots\} \cup \{\infty\}$ … kolik celkem hodů potřebuji

1/2, 1/4, 1/8, 1/16, … ∞: 0

$\mathbb{P}(\{k\}) = \left(\frac{1}{2}\right)^k$, $k = 1,2,\dots$

$\mathbb{P}(\{\infty\}) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(\{k\}) = 1 - 1 = 0$

(i) $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$ … $1 = \mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(\Omega \cup \emptyset) = \mathbb{P}(\Omega) + \mathbb{P}(\emptyset) = 1 + \mathbb{P}(\emptyset)$ (disj.) $\Rightarrow \mathbb{P}(\emptyset) = 0$

(ii) $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(A^c) = 1$ … $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(A^c) = \mathbb{P}(A \cup A^c) = \mathbb{P}(\Omega) = 1$

$\rightarrow A, A^c$ … disj.

(iii) $A \subseteq B$, $A, B \in \mathcal{A}$ $\Rightarrow \mathbb{P}(A) \le \mathbb{P}(B)$ … $B = A \cup (B \setminus A)$

$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B \setminus A)$ (disj.)

(iv) $0 \le \mathbb{P}(A) \le 1$ $\forall A \in \mathcal{A}$ … $0 = \mathbb{P}(\emptyset) \le \mathbb{P}(A)$ … $\emptyset \subseteq A$

(z definice)

$A \subseteq \Omega \Rightarrow \mathbb{P}(A) \overset{(iii)}{\le} \mathbb{P}(\Omega) = 1$.

2.2: a) $\frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13\,983\,816}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{24} = \frac{1}{16\,777\,216}$

c) $\frac{\binom{20}{13}}{\binom{52}{13}} = \frac{1}{8\,191\,609}$

d) $\left(\frac{1}{37}\right)^6 + \underbrace{\left(\frac{1}{37}\right)^5}_{\to 0} \cdot \underbrace{\left(\frac{36}{37}\right)}_{\to \text{ne-nula}} \cdot \binom{6}{1} = \frac{1}{11\,823\,624}$

↳ 6x 0 ↳ 5x 0

---

hlasovací otázka 2: čtyři hody kostkou, nějaké číslo vícekrát?

$1 - \underbrace{P(\text{3 různá čísla})}_{\text{1 - } \left(\frac{6}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right) = \frac{5}{6}\cdot\frac{2}{3} = \frac{10}{18}} \overset{\downarrow}{=} P(\text{nějaké číslo vícekrát}) = 1 - \frac{10}{18} = 8/18 = 4/9 = 0,\overline{4} \Rightarrow \boxed{C}$

$P(\text{nějaké vícekrát}) = P(1 \text{ vícekrát}) + \dots + P(6 \text{ vícekrát}) =$

$= 6 \cdot \left(\left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{1}\right) \cdot \left(\frac{3}{1}\right) \right) = \dots = \frac{4}{9} \Rightarrow \boxed{C}$