SIMPLEX

$$\min\ 2x_1 - x_2$$

$$-x_1 + x_2 \le 1$$

$$x_2 \le 3$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

STANDARDNÍ TVAR:

$$\min\ 2x_1 - x_2$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_2 + x_4 = 3$$

$$x_{1,2,3,4} \ge 0$$

			2	-1	0	0	
			x_1	x_2	x_3	x_4	
0	x_3	1	-1	$\boxed{1}$	1	0	1. ř. opiš
0	x_4	3	0	1	0	1	2. ř. − 1. ř.
			-2	1	0	0	$x_3 \to x_2$
-1	x_2	1	-1	1	1	0	SIMPLEX
0	x_4	2	1	0	-1	1	
		-1	-1	0	-1	0	→ opt. řešení

$(0, 1, 0, 2)$

opt. hod. -1

ZMĚNA PS b

$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ změním na $\begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$

původní:
1.ř. = 1.ř.
2.ř. = odečtu: 2.ř. − 1.ř.

→ **nová tabulka**:

			$\overset{2}{x_1}$	$\overset{-1}{x_2}$	$\overset{0}{x_3}$	$\overset{0}{x_4}$
−1	x_2	1	−1	1	1	0
0	x_4	−0,5	1	0	$\boxed{-1}$	1
		−1	−1	0	−1	0

τ, σ } $\min \frac{\sigma}{\tau}$, $\tau < 0$

tj. duální přípustná bar. řešení

→ DUÁLNÍ SIMPLEX

−1	x_2	$\frac{1}{2}$	0	1	0	1
0	x_3	$\frac{1}{2}$	−1	0	1	−1
		$-\frac{1}{2}$	−2	0	0	−1

tj. duální přípustné ✓

↑ VZROSTLA ✓

OBLASTI STABILITY (nemění se báze):

- např. $b = \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}$, $r \geq 1$
- obecněji $b = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$, $r_1 \geq 0$, $r_2 \geq r_1$
- u záporných r_1, r_2 nepostačuje původní SIMPLEX!

ZMĚNA ÚČELOVÉ FUNKCE c:

$c_1 = 2 \rightarrow -1$

— TAB —

			-1	-1	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4
-1	x_2	1	-1	1	1	0
0	x_4	2	$\boxed{1}$	0	-1	1
			2	0	-1	0

SIMPLEX

-1	x_2	3	0	1	0	1
-1	x_1	2	1	0	-1	1
		-5	0	0	1	-2

→ NEOMEZENÁ ÚLOHA !

v bodu $(2,3,0,0)$

ve SMĚRU: $(1\ 0\ 1\ 0)$ (-1)

doplním 0

- OBLASTI STABILITY:

— např. $c_1 \geq 1$

— ...

PŘIDÁNÍ NOVÉ ROZH. PROMĚNNÉ x_5:
(sloupce A a koeficientu c)

1) $a_{\cdot,5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$c_5 = (0)$

— TABULKA —

	x_5
	0
	1
	1
	0

SIMPLEX ↓

x_5
1
0
−1 ✓

optimalita zachována

OBLASTI STABILITY: – např. pro $a_{\cdot,5}$ stačí $c_5 \geq -1$

$c_5 < -1 \rightsquigarrow$ ihned

– $c_5 = 0$ & $a_{\cdot,5} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $a_1 \geq 0$, a_2 libovolné

↯ pro $a_1 < 0$ bych mohl navyšovat x_2 & snižovat účel. fci

---

2) $a_{\cdot,5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $c_5 = -2$

— TAB1 — ~~TAB2~~

							-2
							x_5
							1
							$\frac{3}{2}$
−1	x_2	1	−1	1	1	0	1
0	x_4	2	1	0	−1	1	$\boxed{2}$
		−1	−1	0	−1	0	1 ↯
−1	x_2	0	$-\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
−2	x_5	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
		−2	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

nevadí, mohl jsem si ale vybrat libovolný ✓

SIMPLEX ↓

1· +

← porušuje optimalitu ↯ → SIMPLEX

SIMPLEX ↓

· + odečtu od ↑1.

← opti. řešení ✓

• **Nové omezení** $x_2 \le \frac{1}{2}$ $\quad \alpha^T x \le \beta$,

tj. $\alpha = (0,1,0,0)$

$\beta = \frac{1}{2}$

• nová skluzová proměnná $x_5 \ge 0$

$L = \{2,4\}$

$\alpha_L = (1,0)^T$, $\quad B^{-1}b = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

Pozn. CELOČÍSELNÁ OPTI & ŘEZY

$(1,0)\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} = 1 \not\le \frac{1}{2}$, tj. řešení není (nově) přípustné!

⟶ aktualizace tabulky:

			2	-1	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-1	x_2	1	-1	1	1	0	0
0	x_4	2	1	0	-1	1	0
0	x_5	$-\frac{1}{2}$ ⑤	1 ①	0 ③	$\boxed{-1}$ ②	0 ④	1
		-1	-1	0	-1	0	0

duálně přípustné

$\alpha_L = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

V ŘÁDKU:

$-\alpha_L \cdot B^{-1}A + \alpha^T$

① $-(-1) + 0 = 1$

② $-(1) + 0 = -1$

③ $-(+1) + 1 = 0$

④ $-0 + 0 = 0$

⑤ $-(1) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$-\alpha_L^T B^{-1} b + \beta$

DUÁLNÍ SIMPLEX!

-1	x_2	$\frac{1}{2}$	0	1	0	0	1
0	x_4	2,5	0	0	0	1	-1
0	x_3	$\frac{1}{2}$	-1	0	1	0	-1
		$-\frac{1}{2}$	-2	0	0	0	-1

nárůst ✓ opti hodnoty

duálně přípustná báze ✓

• $\tilde{B} = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix} \rightsquigarrow B^{-1} = \begin{pmatrix}B^{-1} & 0\\ -\alpha_L B^{-1} & 1\end{pmatrix}$ $\quad \tilde{A} = \begin{pmatrix}A & 0\\ \alpha^T & 1\end{pmatrix}$