

# První cvičení

Matej Lieskovský

## 1 Povídání na úvod

### 1.1 Obecné

Nebojte se ozvat se! Mail na mě je v SISu, po cvičení většinou budu mít čas na další dotazy, případně se můžeme domluvit na konzultaci. Na cvičení doporučuji mít počítač/notebook, nebo alespoň papír, tužku a kalkulačku. Moje paralelky budou synchronizované - pokud jeden den nemůžete, přijďte na druhý.

### 1.2 Podmínky zápočtu

- Alespoň polovina bodů z domácích úkolů
- Alespoň polovina bodů z písemky
- Úspěšně odevzdaná statistická práce (bude upřesněno během semestru)

### 1.3 Domácí úkoly

Každý týden bude zadán jeden domácí úkol za 6 bodů. Zadání bude zveřejněno v Moodlu ve středu v poledne, o týden později je pak termín pro odevzdání. Diskutovat o úkolech můžete bez omezení, ale každý musí řešení které odevzdá sepsat sám a chápat jej.

## 2 Úkoly na rozcvičku

### 2.1 Věta z přednášky

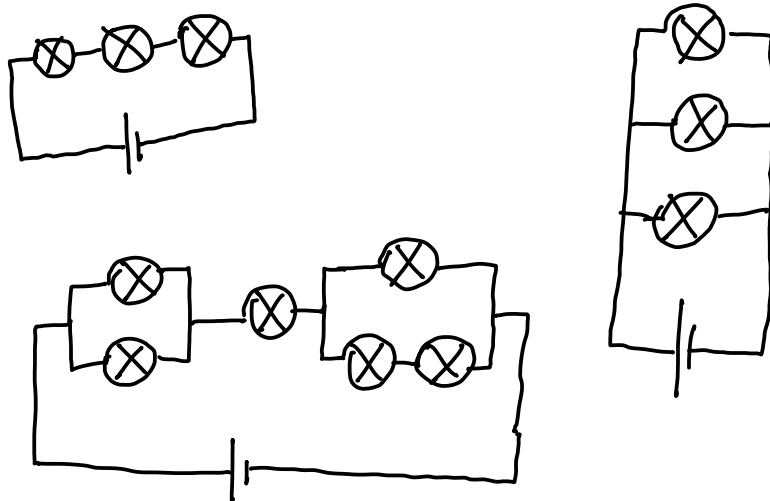
Dokažte že  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

Zamyšlení navíc: Čemu se rovná  $P(A \cup B \cup C)$ ?

### 2.2 Žárovky poprvé

Níže je schéma tří elektrických obvodů. Klasické žárovky bývaly poruchové. Dejme tomu, že každá má pravděpodobnost 10% být vyhořelá. (Vyhořelé žárovky nejen že nesvítí, ale ani nevedou proud.) Pro každý obvod určete pravděpodobnost, že se alespoň část z něj rozsvítí.

Zamyšlení navíc: Jak dlouhá řada žárovek maximalizuje očekávaný počet svítících žárovek?



### 2.3 Vrhcáby

Znáte hru vrhcáby? Nevadí pokud ne, stejně nás zajímá jen házení kostkami. Házíme dvěma identickými šestistěnnými kostkami a zajímá nás, jaká čísla jsme dostali. Popište jak vypadá pravděpodobnostní prostor.

Zamyšlení navíc: Co když nás bude zajímat jenom součet?

### 2.4 Přednáška v Kocourkově

V Kocourkově nadále řadí pandemie. Navzdory situaci ale Kocourkovská univerzita nadále přednáší prezenčně. Před přednáškou do místnosti vešlo přesně sto studentů. Pokud každý student má nezávislou pravděpodobnost 1%, že je infekční (jedná se o první přednášku semestru, takže se ještě mezi sebou nenakazili), jaká je pravděpodobnost, že v místnosti není ani jeden infekční student?

Zamyšlení navíc: Jak to bude pro obecný počet studentů  $n$  a pravděpodobnost  $1/n$ ?

### 3 Aplikace pravděpodobnosti

Vstup: Množina  $S$  obsahující  $2^{32}$  64-bitových čísel

Úkol: Co nejrychleji odpovídat na dotaz typu “Je toto náhodné 64-bitové číslo v  $S$ ?”

### 4 Úkoly na procvičení

#### 4.1 Proč je šest značek optimum?

(Bude vysvětleno během cvičení.)

#### 4.2 Dva ze tří?

Král udělí milost dvěma ze tří vězňů (a vybere náhodně). Jednomu z nich dozorce nabídl, že mu řekne jméno jednoho z druhých dvou vězňů, který bude propuštěn. Vězeň ale odmítl: pak bych měl pravděpodobnost propuštění jen  $1/2$ , teď ji mám  $2/3$ . Má pravdu?

Zamyšlení navíc: Po prozrazení jména jednoho propuštěného dozorce nabízí, aby si vězeň vyměnil místo s tím nejmenovaným. Má tohle vězeň přijmout?

#### 4.3 Žárovky podruhé

Máme lampu používající tři žárovky zapojené sériově, jednu velkou a dvě malé. (Žárovky pořád mají 10% pravděpodobnost být vyhořené.) V obchodě jsme si koupili čtyři malé žárovky a jednu velkou (ty velké jsou drahé!). Označme si malé žárovky  $A, B, C, D$ . Nejdříve jsme zapojili velkou žárovku a malé žárovky  $A, B$ , ale lampa neshvítla. Pak jsme zkusili velkou žárovku a malé žárovky  $C, D$ , ale lampa pořád neshvítla. Jaká je pravděpodobnost, že je vyhořená velká žárovka? Jak moc dokážeme tu pravděpodobnost zvýšit?

Zamyšlení navíc: Malá žárovka stojí korunu, velká tři. Jak máme nakupovat žárovky, aby nás zprovoznění lampy stálo co nejméně peněz?