

### Zkoušková písemka z NMAA101 - 22.2.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Nalezněte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + \frac{2}{n})^{20} - (1 + \frac{3}{n})^{30}}{(1 + \frac{4}{n})^{40} - 1}.$$

2.(10 bodů) Nalezněte  $a \in \mathbf{R}$ , aby následující limita funkce byla vlastní a nenulová. Limitu spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \arctan x - \sin x + ax^2}{x^3}.$$

3.(20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \sin x + \cos^2 x.$$

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad): Nechť  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  je funkce

A)  $\exists K > 0 \forall x \in [-1, 1] - Kx^2 \leq f(x) \leq Kx^2 \implies$  Existuje  $f'(0)$ .

B) Existuje  $f'(0) \implies \exists K > 0 \forall x \in [-1, 1] - Kx^2 \leq f(x) \leq Kx^2$ .

Přeji Vám mnoho štěstí.

### Zkoušková písemka z NMAA101 - 22.2.2021

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Nalezněte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + \frac{2}{n})^{20} - (1 + \frac{3}{n})^{30}}{(1 + \frac{4}{n})^{40} - 1}.$$

2.(10 bodů) Nalezněte  $a \in \mathbf{R}$ , aby následující limita funkce byla vlastní a nenulová. Limitu spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \arctan x - \sin x + ax^2}{x^3}.$$

3.(20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \sin x + \cos^2 x.$$

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad): Nechť  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  je funkce

A)  $\exists K > 0 \forall x \in [-1, 1] - Kx^2 \leq f(x) \leq Kx^2 \implies$  Existuje  $f'(0)$ .

B) Existuje  $f'(0) \implies \exists K > 0 \forall x \in [-1, 1] - Kx^2 \leq f(x) \leq Kx^2$ .

Přeji Vám mnoho štěstí.