Katastrofická G

- $\exists u$, t.ž. u má nekonečný nosič a nosič uG je konečný

$u = \left(\frac{1}{1+D}, 1, 1\right)$ $\quad uG = (D^2, 1, D)$

$u' = ?$ ← # odlišujúcich sa ∞ veľa pozícií $(D^2+1, 1, D)$

Príklad 2. (zo skrípt)

$$G_2 = \begin{pmatrix} D^2+D & \frac{1}{D+1} & D^2 \\ D^2 & \frac{D+1}{D} & D^2+D+1 \end{pmatrix} \overset{C=D^{-1}}{=} \begin{pmatrix} \frac{1+C}{C^2} & 1 & \frac{1}{C^2} \\ \frac{1}{C^2} & 1+C & \frac{1+C+C^2}{C^2} \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{D}\begin{pmatrix} D^3+D^2 & D & D^3 \\ D^3 & 1+D & D+D^2+D^3 \end{pmatrix} \overset{S+}{\sim} \frac{1}{D}\begin{pmatrix} D^2 & 1 & D+D^2 \\ D^3 & 1+D & D+D^2D^3 \end{pmatrix} \sim \frac{1}{D}\begin{pmatrix} 1 & D^2 & -L \\ 1+D & D^3 & -L \end{pmatrix}$$

$$\sim \frac{1}{D}\begin{pmatrix} 1 & D^2 & D+D^2 \\ 0 & D^2 & D^2 \end{pmatrix} \sim \frac{1}{D}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & D^2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{D} & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \end{pmatrix}$$

→ nemá pol. pr. inverz v D $\quad \alpha_i = k \cdot D^{\delta_i}$

Pre C by sme dostali $\begin{pmatrix} \frac{1}{C^2} & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \end{pmatrix}$ → nemá pol. pr. inverz v D^{-1}

$$G = \underset{\text{pol.}}{A} \cdot \underset{D^i}{\underbrace{\Gamma}} \cdot \underset{\text{pol.}}{B}$$ ⇒ G nie je katastrofická

Príklad 1

$$\begin{pmatrix} 1 & D & 1+D \\ D & 1 & 1+D^2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & D & 1+D \\ 0 & 1+D^2 & 1+D \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1+D^2 & 1+D \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+D \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1+D & 0 \end{pmatrix}$$ → katastrofická

$\exists u$ t.ž. uG má kon. nosič a u nie

$$u\underline{G} = u \underset{\text{pol.}}{A} \cdot \Gamma \cdot \underset{\text{pol.}}{B} =$$

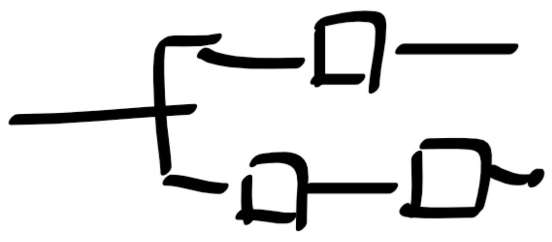
$$\left(1, \frac{1}{1+D}\right)\Gamma = (1, 1, 0)$$

$(uA) = \left(1, \frac{1}{1+D}\right)$ ⇝ príklad u je $\left(1, \frac{1}{1+D}\right)A^{-1}$

Polynomiálne matice: koeficienty v $\mathbb{F}[D]$

→ vnútorný stupeň G: max. stupeň subdeterminantu rádu k
→ vonkajší stupeň G: súčet stupňov riadkov G

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & D & 1+D & 0 \\ 0 & 1+D & D^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{st. } 1 \\ \rightarrow \text{st. } 2 \end{array}$$



→ základná matica

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- minimálny intdeg
- SNF je $(I_k \mid 0)$
- má pol. pravý inverz
- u G pol. ⇒ u polyn.

→ redukovaná matica
- najmenší vonkajší stupeň medzi $\overset{\text{'ekv'}}{TG}$, T nesingul. matica
- matica najvyšších koeficientov má hodnosť k
- intdeg G = extdeg G

→ G redukovaná ∧ základná ⇒ G minimálna

G inverz v D ∧ * inverz v D^{-1} ⇗

matica z Príkladu 1 je redukovaná, ale nemá pol. pr. inverz v D^{-1}

$$\begin{pmatrix} D+1 & D & 1 \\ D & D & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{C}\begin{pmatrix} 1+C & 1 & C \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \frac{1}{C}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1+C & 1 & C \end{pmatrix} \sim \frac{1}{C}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C & C \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ ⇒ má pol. pravý inverz v D^{-1}

max. koef.: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ⇒ nie je redukovaná

Príklad 2: Zistite intdeg, extdeg, základná?, redukovaná?

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1+D+D^2 & 1+D^2 & 1+D \\ D & 1+D+D^2 & D^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array}$$

intdeg: 3 — základná: NIE
extdeg: 4 — redukovaná: NIE

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & \overset{0}{\cancel{1+D+D^2}} & \overset{0}{\cancel{1+D^2}} & \overset{0}{\cancel{1+D}} \\ 0 & 1+D^3 & D+D^2+D^3 & 1+D+D^2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+D+D^2 \end{pmatrix}$$

$1+D$

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+D+D^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} 1 & D & 1+D & 0 \\ 0 & 1+D & D & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

intdeg: 1 redukovaná: NIE

extdeg: 2 základná: ÁNO

$$\begin{pmatrix} 1 & D & 0 & 0 \\ 0 & 1+D & D & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_3 = \begin{pmatrix} 1+D & 0 & 1 & D \\ D & 1+D+D^2 & D^2 & 1 \end{pmatrix}$$

intdeg = 3 redukovaná: ÁNO

extdeg: 3 základná: NIE

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1+D & D & 0 \\ D^2 & D & 1 & 1+D+D^2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1+D & D & 0 \\ 0 & D+D^2+D^3 & 1+D^3 & 1+D+D^2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+D+D^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1+D & D & 1 \end{pmatrix}$$

intdeg: 1 redukovaná: ÁNO

extdeg: 1 základná: ÁNO

→ Pol. generujúca G minimálna, ekvivalentná s G

ekv. základná: spočítame Smithov rozklad, vezmeme prvých b riadkov matice B

ekv. redukovaná: dostaneme z G pomocou ERÚ

→ G_1, G_2, G_3, G_4 všetky generujú rovnaký kód

1.) "Algebraický svet"

- kódovanie dané maticou $b \times c$
- vstup: vektor $1 \times b$
- výstup: $1 \times c$

2.) kon. prekladače

- kódovač automat
- vstup, výstup: postupnosť 0,1 (alebo iných znakov)

3.) LFSR

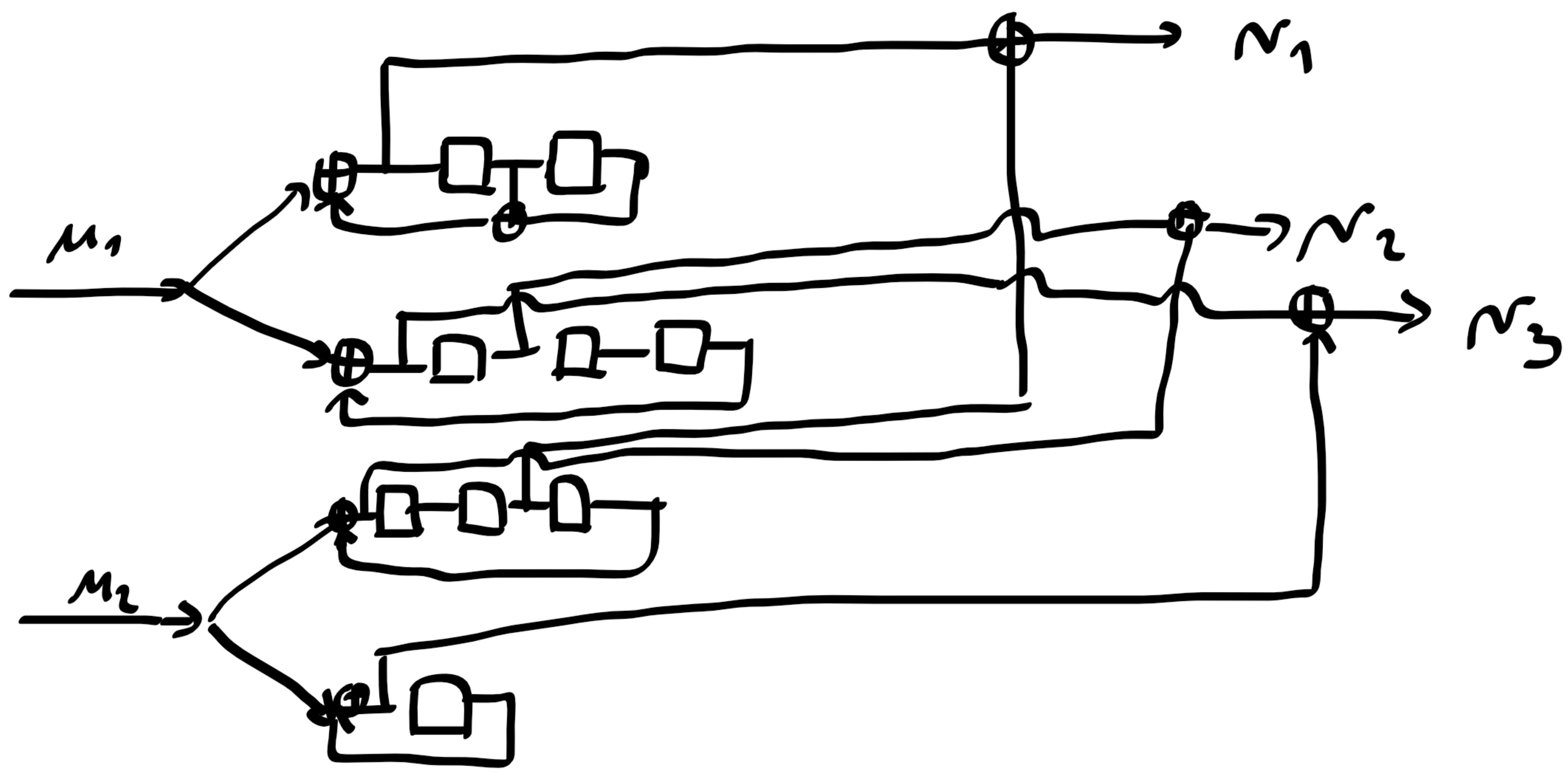
$$G = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+D+D^2} & \frac{D}{1+D^3} & \frac{1}{1+D^3} \\ \frac{D^2}{1+D^3} & \frac{1}{1+D^3} & \frac{1}{1+D} \end{pmatrix}$$

(u_1, u_2) $\quad v_1 \quad v_2 \quad v_3$

$$(u_1, u_2)\, G = (v_1, v_2, v_3)$$

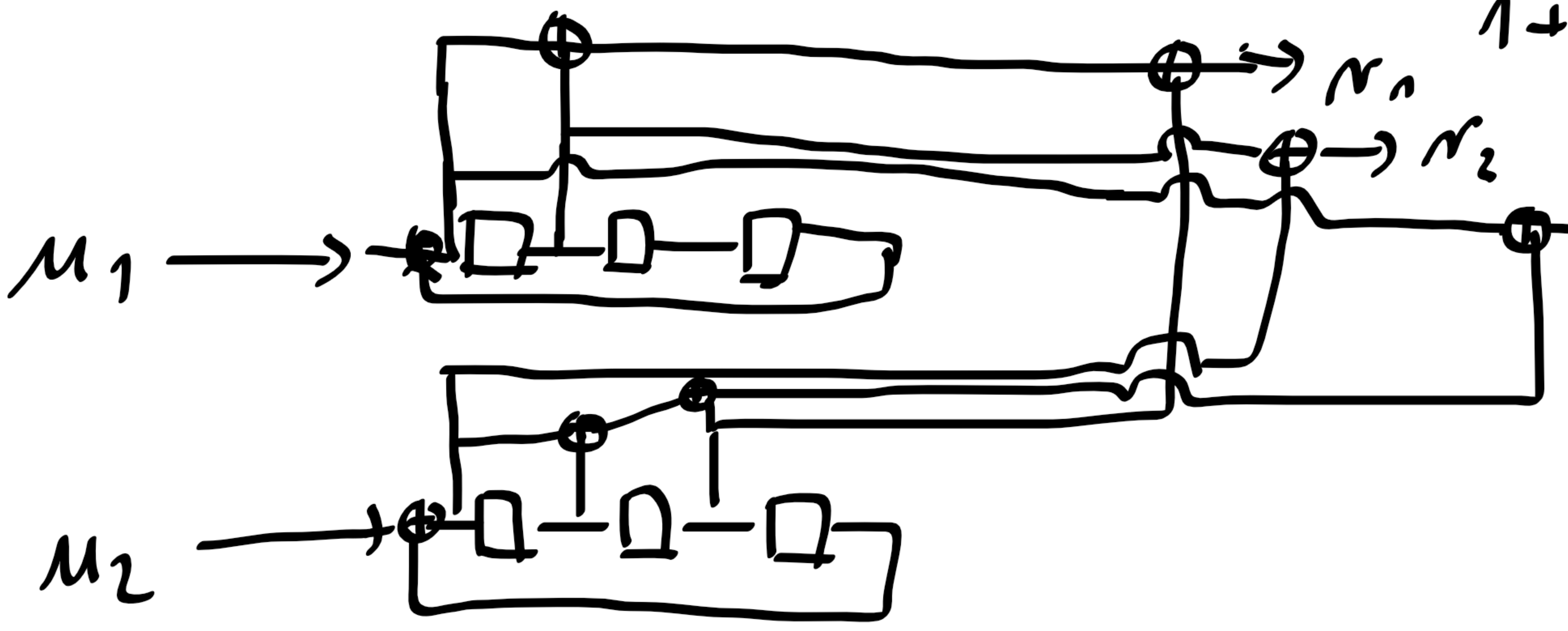
$$\vec{u} = (\underbrace{u_1^{(0)}, u_2^{(0)}}_{(0)}, \underbrace{u_1^{(1)}, u_2^{(1)}}, \dots)$$

$$\vec{v} = (\underbrace{v_1^{(0)}, v_2^{(0)}, v_3^{(0)}}_{(0)}, \dots)$$

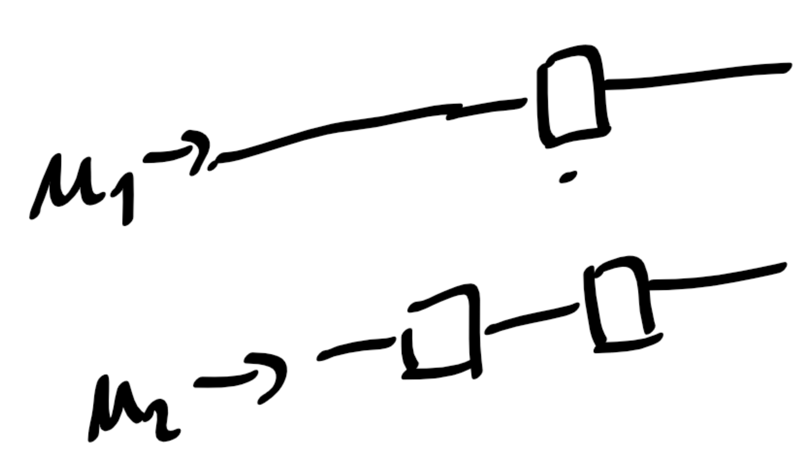


→ kódovač v kontr. normálnej forme

$$G = \begin{pmatrix} \frac{1+D}{1+D^3} & \frac{D}{1+D^3} & \frac{1}{1+D^3} \\ \frac{D^2}{1+D^3} & \frac{1}{1+D^3} & \frac{1+D+D^2}{1+D^3} \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1+D & D & 1 \\ D^2 & 1 & 1+D+D^2 \end{pmatrix}$$



extdeg odpovedá # registrov, kt. potrebujem